V.I. ROMANOVSKIY NOMIDAGI MATEMATIKA INSTITUTI HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 RAQAMLI ILMIY KENGASH

MATEMATIKA INSTITUTI

TURAKULOV XAMIDULLO SHAMSIDINOVICH

UCH O‘LCHOVLI TRIKOMI TENGLAMASI UCHUN CHEGARALANMAGAN PARALLELEPIPED KO‘RINISHDAGI SOHADA TO‘G‘RI VA TESKARI MASALALAR

01.01.02 – Differensial tenglamalar va matematik fizika

FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PHD) DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI

TOSHKENT – 2023

UDK: 517.956.6

Fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi avtoreferati mundarijasi

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Content of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical-mathematical sciences

V.I. ROMANOVSKIY NOMIDAGI MATEMATIKA INSTITUTI HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 RAQAMLI ILMIY KENGASH

MATEMATIKA INSTITUTI

TURAKULOV XAMIDULLO SHAMSIDINOVICH

UCH O‘LCHOVLI TRIKOMI TENGLAMASI UCHUN CHEGARALANMAGAN PARALLELEPIPED KO‘RINISHDAGI SOHADA TO‘G‘RI VA TESKARI MASALALAR

01.01.02 – Differensial tenglamalar va matematik fizika

FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI BO‘YICHA FALSAFA DOKTORI (PHD) DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI

TOSHKENT – 2023

Fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi mavzusi O‘zbekiston Respublikasi Oliy ta’lim, Fan va Innovatsiyalar Vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasida № B2023.2PhD/FM861 raqam bilan ro‘yxatga olingan.

Dissertatsiya V.I. Romanovskiy nomidagi matematika institutida bajarilgan.

Dissertatsiya avtoreferati uch tilda (o‘zbek, ingiliz, rus (резюме)) Ilmiy kengash veb-sahifasi (http:ik-fizmat.nuu.uz) va «Ziyonet» Axborot ta’lim portalida (www.ziyonet.uz) joylashtirilgan.

Ilmiy rahbar:	**Djamalov Sirojiddin Zuxriddinovich** fizika-matematika fanlari doktori, dotsent
Rasmiy opponentlar:	**Taxirov Jozil Ostanovich** fizika-matematika fanlari doktori, professor
	Kadirkulov Baxtiyor Jalilovich fizika-matematika fanlari doktori, dotsent
Yetakchi tashkilot:	**O‘zbekiston Milliy universiteti.**

Dissertatsiya himoyasi V.I. Romanovskiy nomidagi Matematika instituti huzuridagi DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 raqamli Ilmiy kengashning 2023 yil « 05 » sentabr soat 17:00 dagi majlisida bo‘lib o‘tadi. (Manzil: 100174, Toshkent sh., Olmazor tumani, Universitet ko‘chasi, 9-uy. Tel.: (+99871) 207-91-40, e-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz).

Dissertatsiya bilan V.I. Romanovskiy nomidagi Matematika institutining Axborot-resurs markazida tanishish mumkin (165-raqami bilan ro‘yxatga olingan). Manzil: 100174, Toshkent sh., Olmazor tumani, Universitet ko‘chasi, 9- uy. Tel.: (+99871) 207-91-40.

Dissertatsiya avtoreferati 2023-yil « 22 » avgust kuni tarqatildi.
(2023-yil « 22 » avgustdagi 2-raqamli reestr bayonnomasi).

U.A. Roziqov
Ilmiy darajalar beruvchi
Ilmiy kengash raisi,
f.-m.f.d., professor

J.K. Adashev
Ilmiy darajalar beruvchi
Ilmiy kengash ilmiy kotibi,
f.-m.f.d., katta ilmiy xodim

A.A. Azamov
Ilmiy darajalar beruvchi
Ilmiy kengash huzuridagi
Ilmiy seminar raisi,
f.-m.f.d., akademik

KIRISH (falsafa doktori (PhD) dissertatsiyasi annotatsiyasi)

Dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati. Ma’lumki, fizika, mexanika, kimyo, biofizika, biotexnologiya va ishlab chiqarishdagi ko‘plab ilmiy tadqiqotlar xususiy hosilali differensial tenglamalar nazariyasi masalalariga keltiriladi. Shu jumladan, ko‘plab tarmoqlangan sistemalardagi jarayonlar aralash tipdagi tenglamalarni yechishni taqozo etadi. Masalan, aralash tipdagi tenglamalar nazariyasining asosiy tushunchalari matematik fizikaning klassik muammolarini o‘rganishda shakllangan va hozirgi kunda amaliy masalalarni yechishda keng tadbiqini topgan. So‘nggi o‘n yilliklarda xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun nolokal masalalar ko‘pgina mualliflar tomonidan faol o‘rganildi. Trikomi tenglamasi uchun nolokal masalalarni o‘rganish muhimligi, ularning gaz dinamikasi, tovush tezligiga yaqin va tovush tezligidan yuqori bo‘lgan magnit-gidrodinamik jarayonlar, Alfen tezligi va boshqa fizika mexanikaning muammolari bilan aloqadorligi bilan bog‘liqdir.

Nolokal masalalarni o‘rganish jarayonida ularning nolokal shartli teskari masalalar bilan yaqin aloqasi borligi aniqlangan. Ma’lumki matematik fizika tenglamalari uchun teskari masalalarni o‘rganishga qiziqish ularning mexanika, seysmologiya, tibbiy tomografiya, geofizikaning turli bo‘limlarida qo‘llanishining muhimligi bilan bog‘liq, shuningdek qisqa muddatli sunami jarayonlarni tadqiq qilish teskari masalalarni o‘rganishga keladi. Bugungi kunga kelib matematik fizikaning klassik tenglamalari uchun nolokal chegaraviy va teskari masalalar juda yaxshi o‘rganilgan. Shunga qaramasdan, noklassik tenglamalar, xususan Trikomi tenglamasi uchun bunday masalalar kam o‘rganilgan. Bir qancha ilmiy va amaliy sohalarining ehtiyojlaridan kelib chiqib, nolokal chegaraviy va teskari masalalarini yechish ustuvor yo‘nalishlardan hisoblanadi deb aytishimiz mumkin.

Mamlakatimizda fundamental fanlarga alohida e’tibor qaratilmoqda. Fan oldida fundamental tadqiqotlarni amaliyotga yaqinlashtirish vazifasi turibdi. Qo‘yilgan masalani hal qilishda noklassik turdagi tenglamalar xususan Trikomi tenglamalari yetakchi rol o‘ynaydi. Matematika fanlarining ustuvor yo‘nalishlari, ya’ni funksional analiz, differensial tenglamalar va matematik fizika shu jumladan dinamik sistemalar nazariyasi amaliy matematika va matematik modellashtirish bo‘yicha xalqaro standartlar darajasida ilmiy tadqiqotlar olib borish Matematika institutining asosiy vazifalari va faoliyati hisoblanadi[1].

Mazkur dissertatsiya ishining mavzusi va obyekti, O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 7 fevraldagi PF-4947-son “O‘zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo‘yicha harakatlar strategiyasi to‘g‘risida”gi Farmoni, 2017 yil 17 fevraldagi PQ-2789-son “Fanlar akademiyasi faoliyati, ilmiy tadqiqot ishlarini tashkil etish, boshqarish va moliyalashtirishni yanada takomillashtirish chora tadbirlari to‘g‘risida”gi, 2017 yil 20 apreldagi PQ- 2909- son “Oliy ta’lim tizimini yanada rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida” gi va 2019 yil 9 iyuldagi

[1]O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019-yil 9-iyuldagi “Matematika ta’limi va fanlarini yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qo‘llab-quvvatlash shuningdek, O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasining V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi № PQ-4387-son qarori

PQ-4387-son “Matematika ta’limi va fanlarini yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qo‘llab-quvvatlash, shuningdek, O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasining V.I.Romanovskiy nomidagi matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi qarorlari va 2020-yil 7-maydagi “Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4708-sonli Qarori hamda mazkur faoliyatga tegishli boshqa normativ-huquqiy hujjatlarda belgilangan vazifalarni amalga oshirishda ushbu dissertatsiya tadqiqoti muayyan darajada xizmat qiladi.

Tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo‘nalishlariga mosligi. Dissertatsiya respublika fan va texnologiyalar rivojlanishining IV. “Matematika, mexanika va informatika” ustuvor yo‘nalishi doirasida bajarilgan.

Masalaning o‘rganilganlik darajasi. Xususiy hosilali tenglamalar uchun nolokal chegaraviy masalalar bo‘yicha dastlabki tadqiqotlar safiga A.V. Bitsadze va A.A. Samariskiyning ilmiy ishlarini keltirish mumkin. Ushbu ishlarda ma’lum sinfdagi elliptik tenglamalar uchun fazoviy nolokal masalar qo‘yilgan va tadqiq qilingan. Ma’lumki, ushbu masalalar o‘z-o‘ziga qo‘shma bo‘lmagan spektral masalalar guruxiga kiradi. Ushbu qo‘yilgan masala Bitsadze-Samarskiy masalasi deb nom olgan. Nolokal chegaraviy masalalar nazariyasining turli jabhalariga A.V.Bitsadze, A.A. Samarskiy, A.A. Dezin, V.A. Ilin, M.S. Salohiddinov, T.J. Jo‘rayev, A.I. Kojanov, T.Sh. Kalmenov, M.A. Sadibekov va boshqa ko‘plab olimlarning ishlarida rivojlantirilgan.

Trikomi tenglamasi uchun Dirixle masalasiga o‘xshsash nolokal chegaraviy masalalar birinchi bulib F.I. Franklning gaz dinamikasi sohasiga oid masalalarni yechishda o‘rganilgan. Keyinchalik bunday masalalar Trikomi tenglamasi uchun chegaralangan sohalarda T.Sh. Kalmenov, M.A. Sadibekov, K.B. Sabitov, B.B. Tsibakov va S.Z. Dzhamalovlarning ishlarida Sobolev va Laks fazolarida o‘rganilgan. Malumki nolokal masalalarni tadqiq qilish jarayonida nolokal shartli masalalar va teskari masalalar orasida yaqin munosabat borligi aniqlangan.

Takidlab o‘tamizki, K.B.Sabitov va uning shogirdlari tomonidan spektral analiz usullari yordamida aralash tipdagi model tenglamalar uchun, tekislikda tenglamaning o‘ng tarafini aniqlash bo‘yicha lokal va nolokal shartli teskari masalalar tadqiq qilingan. Ushbu ishlarda masalaning yechimini mavjudligi, yagonaligi va turg‘unligi o‘rganilgan. S.Z. Dzhamalovning ishlarida uch o‘lchamli fazoda chekli sohada aralash tipdagi tenglamalar (xususan Trikomi tenglamasi) uchun nolokal chegaraviy shartli ba’zi teskari masalalar o‘rganilgan. Keyin esa bunday masalalar ko‘p o‘lchamli fazolarda chekli sohalarda S.Z.Dzhamalov, R.R.Ashurovning ishlarida rivojlantirilgan.

Mazkur dissertatsiyada chegaralanmagan sohada uch o‘lchamli Trikomi tenglamasi uchun nolokal chegaraviy shartli masalalarning bir qiymatli yechilishi va silliqligi o‘rganilgan bo‘lib, teskari masalalarnining bir qiymatli yechilishini o‘rganish yuklangan integro-differensial Trikomi tenglamalar sistemasi uchun uchun to’rtburchak sohada nolokal chegaraviy to‘g‘ri masalaga olib kelishga asoslangan yangi usul taklif qilingan.

Dissertatsiya tadqiqotining dissertatsiya bajarilgan oliy ta'lim yoki ilmiy-tadqiqot muassasasining ilmiy-tadqiqot ishlari rejalari bilan bog'liqligi. Dissertatsiya ishi O'R FA Matematika intituti "Differensial tenglamalar va ularning tadbiqlari" labaratoriyasining ilmiy-tadqiqot ishlarining rejalashtirilgan mavzusiga va O'R FA matematika instituti F-FA- 2021-424 "Butun va kasr tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni yechish" ilmiy grantiga muvofiq amalga oshirildi.

Tadqiqotning maqsadi chegaralanmagan parallelepiped ko'rinishdagi sohalarda Trikomi tenglamasi uchun nolokal chegaraviy va teskari masalalar nazariyasini qurish va rivojlantirishdan iborat.

Tadqiqotning vazifalari:

chegaralanmagan parallelepiped ko'rinishdagi sohada uch o'lchamli Trikomi tenglamasi uchun yarimdavriy va davriy chegaraviy masalalarning bir qiymatli umumlashgan yechimga ega ekanligini va silliqligini Sobolev fazolarida tadqiq qilish;

Sobolev fazolarida chegaralanmagan parallelepiped ko'rinishdagi sohada uch o'lchamli Trikomi tenglamasi uchun yarimnolokal va nolokal chegaraviy masalalarning umumlashgan yechimining bir qiymatli yechimga ega ekanligini va silliqligini isbot qilish;

uch o'lchamli Trikomi tenglamasi uchun chegaralanmagan parallelepiped ko'rinishdagi sohada yarimdavriy va davriy chegaraviy shartli teskari masalalarning yechimini yagona va mavjudligini Sobolev fazosida isbot qilish;

chegaralanmagan parallelepiped ko'rinishdagi sohada uch o'lchamli Trikomi tenglamasi uchun yarimnolokal va nolokal cheraviy shartli teskari masalalarning yechimini yagona va mavjudligini Sobolev fazolarida tadqiq qilish;

Tadqiqotning ob'yekti: uch o'lchamli Trikomi tenglamasi, kichik parametrli uchinchi tartibli differensial tenglamalar, qaralayotgan tenglamalar uchun yuklangan integro-differensial tenglamalardan iborat.

Tadqiqotning predmeti: chegaralanmagan parallelepiped ko'rinishdagi sohada uch o'lchamli Trikomi tenglamasi uchun to'g'ri va teskari masalalarni o'rganishdan iborat.

Tasqiqot usullari: Tadqiqot ishida matematik va funksional analiz, matematik fizika, qatorlar va operatorlarning spektral nazariyalaridan foydalanildi.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi:

uch o'lchamli Trikomi tenglamasi uchun chegaralanmagan parallelepiped ko'rinishdagi sohada yarimdavriy, davriy masalalar yechimining mavjud va yagonaligi Sobolev fazolarida isbotlangan;

Sobolev fazolarida berilgan uch o'lchamli Trikomi tenglamasi uchun chegaralanmagan parallelepiped ko'rinishdagi sohada yarimnolakal va nolokal masalalar yechimining mavjud va yagonaligi isbotlangan;

Trikomi tenglamasi uchun uch o'lchamli parallelepiped ko'rinishdagi sohada yarimdavriy va davriy teskari masalalar yechimlarining Sobolev fazolarida mavjud va yagonaligi isbotlangan;

uch o'lchamli Trikomi tenglamasi uchun berilgan sohada aniqlangan nolokal teskari masalalar yechimining mavjud va yagonaligi Sobolev fazosida isbotlangan.

Tadqiqotning amaliy natijalari quyidagilardan iborat: chegaralanmagan parallelepiped ko‘rinishdagi sohada uch o‘lchamli Trikomi tenglamasi uchun davriy va nolokal chegaraviy shartli teskari masalalar takomillashtirilgan, shuningdak taklif qilingan tadqiqot usullari turli hil fizik-kimyoviy, biologik, tibbiy, seysmologik jarayonlarni o‘rganishda qo‘llanilishi mumkum.

Tadqiqot natijalarining ishonchliligi: matematik va funksional analiz usullari, differensial tenglamalar va matematik fizika, qatorlar nazariyasi va operatorlarning spektral nazariyasidan foydalangan holda matematik yondashuvlar yordamida amalga oshirildi.

Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati. Tadqiqot natijalarining ilmiy ahamiyati shundan iboratki, mazkur ishda olingan natijalar aralash tipdagi xususiy hosilali differensial tenglamalar nazariyasi va o‘ziga qo’shma bo’lmagan, musbat aniqlangan elliptik operatorlarning spektral nazariyasini rivojlantirishda, xususan aralash tipdagi xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun nolakal va teskari masalalarni umumlashgan yechimlarining yagonaligi, mavjudligi va silliqligini isbotlashda qo‘llanishi mumkin.

Natijalarning amaliy ahamiyati fizik-kimyoviy, biologik, tibbiy, seysmologik jarayonlarni o‘rganishda qo‘llash imkoniyati bilan asoslanadi. Xususan, Trikomi tenglamasi uchun nolokal va teskari masalalarni o‘rganish muhimligi, ularning gaz dinamikasi, tovush tezligiga yaqin va tovush tezligidan yuqori bo‘lgan magnit-gidrodinamik jarayonlar, Alfen tezligi va boshqa fizik-mexanikaviy jarayonlarning qanday ketishi haqida prognozlar qilish va kerakli natijaga erishish uchun jarayon parametrlarini to‘g‘ri tanlash imkonini beradi.

Tadqiqot natijalarini joriy etish: chegaralanmagan parallelepiped ko‘rinishidagi sohada uch o‘lchamli Trikomi tenglamasi uchun to‘g‘ri va teskari masalalar bo‘yicha olingan natijalar asosida:

chegaralanmagan parallelepiped ko‘rinishdagi sohada uch o‘lchamli Trikomi tenglamasi uchun to‘g‘ri va teskari masalalar yechimlaridan № МД-758.2022.1.1 raqamli “Tebranish jarayonlari va to‘yinganlik jarayonlarini o‘rganish uchun kasr dinamikali matematik modellarini ishlab chiqish” nomli xorijiy grand loyihasidan atmasferadagi tuproq sistemasiga radon o‘tkazish jarayonida foydalanilgan (Kamchatka davlat universitetining 2023 yil 2-iyundagi №10-26-sonli ma’lumotnomasi, Rossiya Federatsiyasi). Ilmiy natijalarning qo‘llanilishi radonni atmosfera tuproq sistemasiga ko‘chirish jarayonini va matematik fizikaning differensial tenglamalari uchun chegaraviy masalalarining korrektligini aniqlash imkonini bergan;

chegaralanmagan parallelepiped ko‘rinishdagi sohada uch o‘lchamli Trikomi tenglamasi uchun teskari masalalar yechimlarining yagonaligi va mavjudligini isbotlash usullaridan ОТ-Ф-4-(36+32) raqamli “Matemarik fizika va optimal boshqarish masalalarini yechishning zamonaviy usullarini ishlab chiqish. Toq tartibli xususiy hosilali tenglamalar uchun noklassik boshlang‘ich va spektral masalalar va ularning tatbiqlari” mavzusidagi fundamental loyihada olingan aprior baholardan uchunchi tartibli integro-differensial tenglamalar oilasi orqali rekurent formulalar yordamida aprior baholar olish yordamida va qisqartirib akslantirishlar usullaridan teskari masalalar yechimlarining yagonaligi va mavjudligini

isbotlashda foydalanilgan. (O‘zbekiston Milliy universitetining 2023 yil 6 iyuldagi №04/11-4145-sonli ma’lumotnomasi). Ilmiy natijalarning qo‘llanilishi differensial tenglamalarga qo‘yilgan teskari masalalar yechimlarining yagonaligi va mavjudligini isbotlash imkonini bergan.

Tadqiqot natijalarining aprobatsiyasi. Dissertatsiyaning asosiy natijalari 5 ta xalqaro va 7 ta respublika ilmiy-amaliy konferensiyalarda muhokama qilingan.

Tadqiqot natijalarining chop etilganligi. Dissertatsiya mavzusi bo‘yicha jami 21 ta ilmiy ishlar chop etilgan bo‘lib, shu jumladan 10 ta maqola O‘zbekiston Respublikasi Oliy attestatsiya komissiyasi tomonidan falsafa doktori ilmiy darajasini olish, dissertatsiya himoyasi uchun ko‘rsatilgan ilmiy nashriyotlar ro‘yxatiga kiritilgan, ulardan 4 ta maqola SCOPUS ma’lumotlar bazalarida indekslangan jurnallarda va 6 tasi respublika ilmiy jurnallarida chop qilingan.

Dissertatsiya hajmi va tuzilishi. Dissertatsiya kirish, uchta bob, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxatidan iborat. Dissertatsiyaning hajmi 109 betdan iborat.

DISSERTATSIYANING ASOSIY MAZMUNI

Kirish qismida dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati asoslangan, tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo‘nalishlariga muvofiqligi asoslangan, dissertatsiya mavzu bo‘yicha xorijiy ilmiy-tadqiqotlar tahlili berilgan, muammoning o‘rganilganlik darajasi yoritilgan, tadqiqot maqsadi, vazifalari, ob’ekti va predmeti tavsiflangan, tadqiqotning ilmiy yangiligi va amaliy natijalari bayon qilingan, olingan natijalarning nazariy va amaliy ahamiyati ochib berilgan, tadqiqot natijalarining joriy qilinishi, nashr etilgan ilmiy ishlar va dissertatsiya tuzilishi bo‘yicha ma’lumotlar keltirilgan.

Dissertatsiyaning “**Chegaralanmagan parallelepiped ko‘rinishdagi sohada uch o‘lchamli Trikomi tenglamasi uchun to‘g‘ri masalalar**” deb nomlangan birinchi bobida chegaralanmagan parallelepiped ko‘rinishdagi sohada uch o‘lchamli Trikomi tenglamasi uchun davriy va nolokal chegaraviy shartli ba’zi to‘g‘ri masalalarning yechimlarini yagonaligi, mavjudligi va silliqligi o‘rganilgan.

Ushbu bobning birinchi paragrafida, asosiy natijalarni olish uchun zarur bo‘lgan funksional analiz nazariyasidagi ba’zi ma’lum faktlar, shu jumladan Gilbert va Banax fazolari, ushbu fazolardagi skalyar ko‘paytma va normalar, xususiy hosilali tenglamalar nazariyasidagi turli tengsizliklar va lemmalar keltirilgan.

Endigi vazifamiz kelgusida qo‘yilgan masalalarni yechish uchun ba’zi funksional fazolar va belgilashlarni kiritishimiz kerak.

Faraz qilaylik

$$G=(-1,1)\times(0,T)\times R=Q\times R=\{(x,t,z),x\in(-1,1),0<t<T<+\infty,z\in R\},$$

chegaralanmagan parallelepiped ko‘rinishdagi soha bo‘lsin.

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz

$$\hat{u}(x,t,\lambda)=(2\pi)^{-1/2}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}u(x,t,z)e^{-i\lambda z}dz$$

orqali $u(x,t,z)$ funksiyaning z o‘zgaruvchi bo‘yicha Furye almashtirishini va

$$u(x,t,z)=(2\pi)^{-1/2}\int_{-\infty}^{+\infty}\hat{u}(x,t,\lambda)e^{i\lambda z}d\lambda$$

orqali esa teskari Furye almashtirishini belgilaymiz. Endi Furye almashtirishi yordamida $W_2^{l,s}(G)$ fazoni

$$\|u\|^2_{W_2^{l,s}(G)}=(2\pi)^{-1/2}\cdot\int_{-\infty}^{+\infty}(1+|\lambda|^2)^s\cdot\|\hat{u}(x,t,\lambda)\|^2_{W_2^l(Q)}\,d\lambda \qquad \text{(A)}$$

norma yordamida aniqlaymiz, bu yerda $l,s-$ ixtiyoriy musbat butun sonlar. $W_2^l(Q)$ ($l=0$ da $W_2^0(Q)=L_2(Q)$) orqali $(u,\vartheta)_l$ skalyar ko‘paytmali va

$$\|\vartheta\|_l^2=\|\vartheta\|^2_{W_2^l(Q)}=\sum_{|\alpha|\le l}\int_Q\left|D^\alpha\vartheta\right|^2dxdt$$

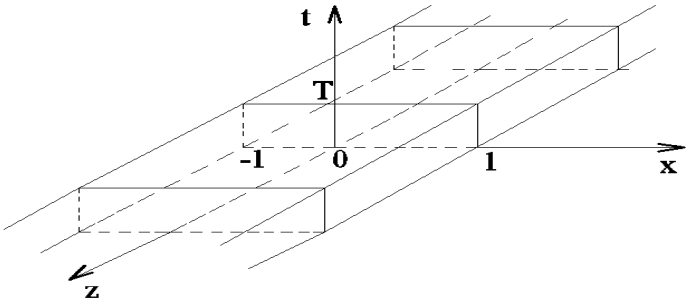
normali Sobolev fazosini belgilaymiz. Bu yerda $\alpha-$ multiindeks, $D^\alpha-x$ va t o‘zagaruvchilar bo‘yicha umumlashgan hosila tushiniladi.

Ravshanki $W_2^{l,s}(G)$ fazo (A) norma bilan Banax fazosi bo‘ladi.

Ushbu bobning ikkinchi paragrafida chegaralanmagan parallelepiped ko‘rinishdagi sohada uch o‘lchamli Trikomi tenglamasi uchun yarimdavriy va davriy chegaraviy masalalarning umumlashgan yechimining bir qiymatli yechilishi va silliqligi masalasi o‘rganilgan.

Ushbu

$$G=(-1,1)\times(0,T)\times R=Q\times R=\{(x,t,z);x\in(-1,1),0<t<T<+\infty,z\in R\}$$



sohada Trikomi tenglamasini qaraymiz:

$$Lu=xu_{tt}-\Delta u+a(x)u_t+c(x,t)u=f(x,t,z), \qquad (1)$$

bu yerda $\Delta u=u_{xx}+u_{zz}$ — Laplas operatori.

Faraz qilamiz (1) tenglamaning barcha koeffitsientlari Q sohada yetarlicha silliq funksiyalar bo‘lsin.

Yarimdavriy chegaraviy masala. (1) tenglamaning $W_2^2(G)$ fazoda quyidagi chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini toping

$$D_t^p u\big|_{t=0}=D_t^p u\big|_{t=T}, \qquad (2)$$

$$u\big|_{x=-1}=u\big|_{x=1}=0, \qquad (3)$$

bu yerda $p=0,1$ da $D_t^p u=\dfrac{\partial^p u}{\partial t^p}$, $D_t^0 u=u$.

Bundan tashqari $|z|\to\infty$ da $u(x,t,z)$ va $u_z(x,t,z)\to 0$ bo‘lsin va $\overline{Q}$. dagi ixtiyoriy (x,t) da R da z bo‘yicha absolyut integrallanuvchi bo‘lsin. (4)

1-ta’rif. *(1) - (4) masalaning umumlashgan yechimi deb G sohada (1) tenglamani va (2)-(4) shartlarni deyarli hamma joyda qanoatlantiruvchi* $u(x,t,z)\in W_2^2(G)$ *funksiyaga aytiladi.*

1-teorema. *Shunday* μ *musbat son mavjud bo‘lsinki va (1) tenglamaning koeffitsientlari uchun quyidagi shartlar bajarilgan bo‘lsin: barcha* $(x,t)\in\overline{Q}$ *lar uchun quyidagi tengsizliklar* $2a(x)+\mu x\ge\delta_1>0,\ \mu c(x,t)-c_t(x,t)\ge\delta_2>0,$ *bajarilsin, hamda barcha* $x\in[-1,1]$ *larda* $c(x,0)=c(x,T)$ *tenglik o‘rinli bo‘lsin. U holda quyidagi shartni* $f(x,0,z)=f(x,T,z)$ *qanoatlantiruvchi ixtiyoriy* $f\in W_2^{1,3}(G)$ *funksiya uchun* $W_2^{2,3}(G)$ *fazoda (1)-(4) masalaning yagona umumlashgan yechimi mavjud va (1)-(4) masala yechimi uchun quyidagi aprior baholar o‘rinli bo‘ladi:*

I) $\|u\|^2_{W_2^{1,3}(G)}\le c_1\|f\|^2_{W_2^{0,3}(G)}$,

II) $\|u\|^2_{W_2^{2,3}(G)}\le c_2\|f\|^2_{W_2^{1,3}(G)}$.

Kelgusida c_i orqali musbat, noldan farqli, turli o‘zgasmas, sonlarni belgilaymiz.

(1) - (4) masalaning umumlashgan yechimining silliqligi.

Endi (1) - (4) masalaning umumlashgan yechimining $W_2^{m+2,s}(G)$ fazolarida silliqligini o‘rganamiz, bu yerda $m,s-$ butun chekli musbat sonlar.

Quyida soddalik uchun (1) tenglamaning koeffitsientlari $\overline{Q}$ yopiq sohada yetarlicha differensiallanuvchi bo‘lsin deb faraz qilamiz.

2-teorema. *Faraz qilamiz 1-teoremaning barcha shartlari barajarilgan bo‘lsin, bundan tashqari barcha* $(x,t)\in\overline{Q}$ *lar uchun quyidagi* $D_t^q c\big|_{t=0}=D_t^q c\big|_{t=T}$ *tengliklar o‘rinli bo‘lsin. U holda quyidagi shartlarni* $D_t^q f\big|_{t=0}=D_t^q f\big|_{t=T}$, $(q=0,1,2,3,...,m)$ *qanotlantiruvchi ixtiyoriy* $f\in W_2^{m+1,s}(Q)$ *funksiya uchun (1)-(4) masalaning* $W_2^{m+2,s}(G)$ *fazodagi yagona umumlashgan yechimi mavjud bo‘ladi, bu yerda* $m,s-$ *butun chekli musbat sonlar, hamda* $s\ge m+3,\ m=0,1,2,3,...$

$W_2^{m+2,s}(G)$ Sobolev fazosidagi umumlashgan yechimning yagonalik, mavjudlik va silliqlik teoremalari aprior baholashlar, Galyorkin va “$\varepsilon-$ regularizatsiya” usullari orqali isbot qilingan.

Ushbu paragrafida chegaralanmagan parallelepiped ko‘rinishdagi sohada uch o‘lchamli Trikomi tenglamasi uchun davriy chegaraviy masalaning umumlashgan yechimning yagonalik, mavjudlik va silliqligi o‘rganilgan.

Yarimdavriy chegaraviy masalada bo‘lgani kabi davriy chegaraviy masalani ham $W_2^{m+2,s}(G)$ fazoda, umumlashgan yechimning yagonalik, mavjudlik va silliqlik teoremalari aprior baholashlar, Galyorkin va “$\varepsilon-$regularizatsiya” usullari

orqali isbot qilingan. Bu yerda $m, s-$ butun chekli musbat sonlar, bunda $s \geq m+3$, $m = 0,1,2,3,....$

Endi bu bobning uchunchi va to‘rtinchi paragrafida (1) tenglamaning koeffisentlari x va t o’zgaruchilarga bog‘liq deb qaraymiz.

Ushbu bobning uchunchi paragrafida chegaralanmagan parallelepiped ko‘rinishdagi sohada uch o‘lchamli Trikomi tenglamasi uchun yarimnolokal chegaraviy masalaning umumlashgan yechimning yagonalik, mavjudlik va silliqligi o‘rganilgan.

Yarimnolokal chegaraviy masala. (1) tenglamaning $W_2^2(G)$ fazoga tegishli hamda quyidagi chegaraviy

$$\gamma D_t^p u\big|_{t=0} = D_t^p u\big|_{t=T}, \tag{5}$$

$$u\big|_{x=-1} = u\big|_{x=1} = 0, \tag{6}$$

shartlarni qanoatlantiruvchi $u(x,t,z)$ umumlashgan yechimini toping, bu yerda, $\gamma-$ noldan farqli biror musbat son bo‘lib, qiymati quyida aniqlanadi.

Bundan tashqari $|z| \to \infty$ da $u(x,t,z)$ va $u_z(x,t,z) \to 0$ bo‘lsin va $\overline{Q}$ dagi ixtiyoriy (x,t) da R da z bo‘yicha absolyut integrallanuvchi bo‘lsin. (7)

2-ta’rif. *(1), (5)-(7) masalaning $W_2^2(G)$ fazoga umumlashgan yechimi deb G sohada (1) tenglamani hamda (5)-(7) shartlarni deyarli hamma joyda qanoatlantiruvchi $u(x,t,z)$ funksiyaga aytiladi.*

3-teorema. *Faraz qilaylik (1) tenglama koeffitsientlari uchun quyidagi shartlar o‘rinli bo‘lsin; barcha $(x,t) \in \overline{Q}$ lar uchun quyidagi tengsizliklar $2a(x,t) + \mu x \geq \delta_1 > 0$, $\mu c(x,t) - c_t(x,t) \geq \delta_2 > 0$, bajarilsin, hamda barcha $x \in [-1,1]$ larda $a(x,0) = a(x,T)$, $c(x,0) = c(x,T)$ tenglik o‘rinli bo‘lsin, bu yerda $\mu = \frac{2}{T}\ln|\gamma| > 0$, $|\gamma| > 1$. U holda quyidagi shartni $\gamma \cdot f(x,0,z) = f(x,T,z)$ qanoatlantiruvchi ixtiyoriy $f \in W_2^{1,3}(G)$ funksiya uchun $W_2^{2,3}(G)$ fazoda (1), (5) - (7) masalaning yagona umumlashgan yechimi mavjud va (1), (5) - (7) masala yechimi uchun quyidagi aprior baholar o‘rinli bo‘ladi:*

I) $\|u\|^2_{W_2^{1,3}(G)} \leq c_1 \|f\|^2_{W_2^{0,3}(G)}$,

II) $\|u\|^2_{W_2^{2,3}(G)} \leq c_2 \|f\|^2_{W_2^{1,3}(G)}$.

Endi $W_2^{m+2,s}(G)$ fazoda (1), (5) - (7) masalaning umumlashgan yechimining silliqligini tadqiq qilamiz, bu yerda $s, m-$ butun musbat chekli sonlar. Faraz qilaylik (1) tenglamaning koeffitsientlari yopiq $\overline{Q}$ sohada yetarlicha differensiallanuvchi bo‘lsin.

4-teorema. *Faraz qilaylik 3-teoremaning barcha shartlari bajarilgan bo‘lsin, bundan tashqari barcha $(x,t) \in \overline{Q}$ lar uchun quyidagi $D_t^q a\big|_{t=0} = D_t^q a\big|_{t=T}$, $D_t^q c\big|_{t=0} = D_t^q c\big|_{t=T}$ tengliklar o‘rinli bo‘lsin. U holda quyidagi shartlarni*

$\gamma \cdot D_t^q f\big|_{t=0} = D_t^q f\big|_{t=T}$ $(q = 0,1,2,3,...,m)$ *qanotlantiruvchi ixtiyoriy* $f \in W_2^{m+1,s}(G)$ *funksiya uchun* $W_2^{m+2,s}(G)$, $s \geq m+3, m = 0,1,2,3,...$ *fazoda (1), (5)-(7) masalaning yagona umumlashgan yechimi mavjud bo'ladi.*

$W_2^{m+2,s}(G)$ Sobolev fazosidagi umumlashgan yechimning yagonalik, mavjudlik va silliqlik teoremalari aprior baholar, Galyorkin va "$\varepsilon-$ regularizatsiya" usullari orqali isbot qilingan.

Ushbu bobning to'rtinchi paragrafida chegaralanmagan parallelepiped ko'rinishdagi sohada uch o'lchamli Trikomi tenglamasi uchun nolokal chegaraviy masalaning umumlashgan yechimning yagonalik, mavjudlik va silliqligi o'rganilgan. Uchunchi paragrafda bo'lgani kabi $W_2^{m+2,s}(G)$ fazoda, (bu yerda $m, s-$ butun chekli musbat sonlar, bunda $s \geq m+3$, $m = 0,1,2,3,...$), nolokal chegaraviy masalalarning umumlashgan yechimning bir qiymatli yechilishi isbot qilingan.

Dissertatsiya ishining ikkinchi bobi "Chegaralanmagan parallelepiped ko'rinishdagi sohada uch o'lchamli Trikomi tenglamasi uchun yarimdavriy va davriy chegaraviy shartli teskari masalalar" deb nomlangan bo'lib, chegaralanmagan parallelepiped ko'rinishdagi sohada uch o'lchamli Trikomi tenglamasi uchun yarimdavriy va davriy chegaraviy shartli teskari masalalarning Adamar ta'rifi bo'yicha korrektligi o'rganilgan.

Ikkinchi bobning birinchi paragrafida chegaralanmagan parallelepiped ko'rinishdagi sohada uch o'lchamli Trikomi tenglamasi uchun yarimdavriy chegaraviy shartli chiziqli teskari masalalarning bir qiymatli yechilishi isbot qilingan.

Ushbu

$$G = (-1,1) \times (0,T) \times R = Q \times R = \{(x,t,z),\ x \in (-1,1), 0 < t < T < +\infty,\ z \in R\}$$

sohada uch o'lchamli Trikomi tenglamasini qaraymiz:

$$Lu = xu_{tt} - \Delta u + a(x)u_t + c(x,t)u = \psi(x,t,z), \tag{8}$$

bu yerda $\Delta u = u_{xx} + u_{zz}$—Laplas operatori, $\psi(x,t,z) = g(x,t,z) + h(x,t) \cdot f(x,t,z)$, $g(x,t,z)$ va $f(x,t,z)$ berilgan funksiyalar, $h(x,t)$ aniqlanishi kerak bo'lgan funksiya.

Chiziqli teskari masala. (8) tenglamani hamda quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi

$$D_t^p u\big|_{t=0} = D_t^p u\big|_{t=T},\ p = 0,1, \tag{9}$$

$$u\big|_{x=-1} = u\big|_{x=1} = 0, \tag{10}$$

Bundan tashqari $|z| \to \infty$ da $u(x,t,z)$ va $u_z(x,t,z) \to 0$ bo'lsin va Q dagi ixtiyoriy (x,t) da R da z bo'yicha absolyut integrallanuvchi bo'lsin (11) hamda,

$$u(x,t,\ell_0) = \varphi_0(x,t), \quad \ell_0 \in R \tag{12}$$

va $U = \left\{(u,h) \middle| u \in W_2^{2,3}(G),\ h \in W_2^2(Q)\right\}$ fazoga tegishli $u(x,t,z)$ ва $h(x,t)$ funksiyalar topilsin.

3-ta'rif. *(8), (9)-(12) masalaning $W_2^2(G)$ fazoda umumlashgan yechimi deb G sohada (8) tenglamani hamda (9)-(12) shartlarni deyarli hamma joyda qanoatlantiruvchi $u(x,t,z)$ funksiyaga aytiladi.*

Faraz qilaylik (8) tenglamaning barcha koeffitsientlari Q sohada yetarlicha silliq funksiya bo'lsin va (8) tenglamaning o'ng qismi hamda berilgan $\varphi_0(x,t)$ funksiyaga nisbatan quyidagi shartlar bajarilgan bo'lsin;

1-shart:

davriylik shartlari: $c(x,0)=c(x,T),\ g(x,0,z)=g(x,T,z),\ f(x,0,z)=f(x,T,z),$

silliqlik: $f(x,t,l_0)=f_0(x,t)\in C_{x,t}^{0,1}(Q),\ |f_0(x,t)|\ge\eta>0;\ f\in W_2^{3,3}(G),\ g\in W_2^{1,3}(G).$

2-shart: $\varphi_0(x,t)\in W_2^3(Q),\ D_t^q\varphi_0\big|_{t=0}=D_t^q\varphi_0\big|_{t=T},\ q=0,1,2,\ \varphi_0\big|_{x=-1}=\varphi_0\big|_{x=1}=0.$

5-teorema. *(8) tenglamaning koeffitsientlari uchun yuqorida keltirilgan 1- va 2- shartlar bajarilgan bo'lsin, bundan tashqari shunday musbat μ son maavjud bo'lsinki barcha $(x,t)\in\overline{Q}$ larda quyidagi tengsizliklar $2a(x)+\mu x>B_1>0,$ $\mu c(x,t)-c_t(x,t)\ge b_2>0,$ o'rinli bo'lsin, va shunday σ musbat kichik son mavjud bulsinki, $b_0=\min\{B_1,\mu,b_2\}$ uchun $b_0-14\mu^2\sigma^{-1}\ge\delta>0,$ $q=M\|f\|^2_{W_2^{3,3}(G)}<1,$ baholar o'rinli bo'lsin, bu yerda $(M=\sigma\cdot m\cdot\delta^{-1}\cdot\eta^{-2}\cdot\|f_0\|^2_{C_{x,t}^{0,1}(Q)}-$ musbat o'zgarmas son, $m=\frac{5}{\pi}c_1c_2c_3,\ c_1=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\lambda^4 d\lambda}{(1+|\lambda|^2)^3}<+\infty,\ c_i(i=2,3)-$ Sobolevning joylashtirish haqidagi teoremasidagi koeffitsientlar).*

U holda (8), (9)-(12) teskari masala $U=\{(u,h)\,|\,u\in W_2^{2,3}(G),\ h\in W_2^2(Q)\}$ sinfda yagona yechimga ega bo'ladi.

5-teorema "ε -regularizatsiya" aprior baholar, ketma-ket yaqinlashishlar va qisqartirib akslantirishlar usullari, hamda Furye almashtirishi yordamida isbot qilingan.

Ikkinchi bobning ikkinchi paragrafida birinchi paragrafda bo'lgani kabi chegaralanmagan parallelepiped ko'rnishdagi sohada uch o'lchovli Trikomi tenglamasi uchun davriy shartli teskari masalaning umumlashgan yechimning bir qiymatli yechilishi isbot qilingan.

Dissertatsiya ishining uchinchi bobi "Chegaralanmagan parallelepiped ko'rinishdagi sohada uch o'lchamli Trikomi tenglamasi uchun nolokal chegaraviy shartli teskari masalalar" deb nomlangan bo'lib, bu bobda chegaralanmagan parallelepiped ko'rinishdagi sohada uch o'lchamli Trikomi tenglamasi uchun yarimnolokal va nolokal chegaraviy shartli teskari masalalarning Adamar ta'rifi bo'yicha korrektligi o'rganilgan.

Bu bobda (8) tenglamaning koefisentlari x va t o'zgaruchilarga bog'liq deb qaraymiz.

Uchinchi bobning birinchi paragrafida chegaralanmagan parallelepiped ko'rinishdagi sohada uch o'lchamli Trikomi tenglamasi uchun yarimnolokal

chegaraviy shartli chiziqli teskari masalalarning bir qiymatli yechilishi isbot qilingan.

Masalaning qo'yilishi. (8) tenglamani hamda quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi

$$\gamma D_t^p u\big|_{t=0} = D_t^p u\big|_{t=T}, \tag{13}$$

$$u\big|_{x=-1} = u\big|_{x=1} = 0 \tag{14}$$

bu yerda $p = 0,1$, $\gamma -$ biror noldan farqli son bo'lib, qiymati quyida aniqlanadi.

Bundan tashqari $|z| \to \infty$ da $u(x,t,z)$ va $u_z(x,t,z) \to 0$ bo'lsin va Q dagi ixtiyoriy (x,t) da R da z bo'yicha absolyut integrallanuvchi bo'lsin, (15)

hamda,

$$u(x,t,\ell_0) = \varphi_0(x,t), \quad \ell_0 \in R \tag{16}$$

va $U = \left\{(u,h) \middle| u \in W_2^{2,3}(G),\ h \in W_2^2(Q)\right\}$ fazoga tegishli $u(x,t,z)$ ва $h(x,t)$ funksiyalar topilsin.

Bu yerda $W_2^{2,3}(G)$ fazo birinchi bobning § 1.1 da aniqlangan.

4-ta'rif. *(8), (13)-(16) masalaning umumlashgan yechimi deb G sohada (8) tenglamani hamda (13)-(16) shartlarni deyarli hamma joyda qanoatlantiruvchi $u(x,t,z) \in U$ funksiyaga aytiladi.*

Faraz qilaylik (8) tenglamaning barcha koeffitsientlari Q sohada yetarlicha silliq funksiya bo'lsin va (8) tenglamaning o'ng qismi hamda berilgan $\varphi_0(x,t)$ funksiyaga nisbatan quyidagi shartlar bajarilgan bo'lsin;

3-shart:

davriylik: $a(x,0) = a(x,T);\ c(x,0) = c(x,T);$

nolokal shartlar: $\gamma \cdot g(x,0,z) = g(x,T,z), \quad \gamma \cdot f(x,0,z) = f(x,T,z);$

silliqlik:

$$f(x,t,l_0) = f_0(x,t) \in C_{x,t}^{0,1}(Q),\ |f_0(x,t)| \geq \eta > 0;\ f \in W_2^{3,3}(G),\ g \in W_2^{1,3}(G).$$

4-shart:

$$\varphi_0(x,t) \in W_2^3(Q),\ \gamma D_t^q \varphi_0\big|_{t=0} = D_t^q \varphi_0\big|_{t=T},\ q = 0,1,2,\ \varphi_0\big|_{x=-1} = \varphi_0\big|_{x=1} = 0.$$

6-teorema. *(8) tenglamaning koeffitsientlari uchun 3- va 4- shartlar bajarilgan bo'lsin; bundan tashqari barcha $(x,t) \in \overline{Q}$ lar uchun quyidagi tengsizliklar $2a(x,t) + \mu x \geq B_1 > 0, \quad \mu c(x,t) - c_t(x,t) \geq b_2 > 0$ o'rinli bo'lsin, bu yerda $\mu = \frac{2}{T}\ln|\gamma| > 0,\ |\gamma| > 1,$ va faraz qilaylik shunday musbat σ son (Koshi tengsizligi koeffitsienti) mavjud bo'lsinki, $b_0 = \min\{B_1, \mu, b_2\}$ uchun $b_0 - 14\mu^2\sigma^{-1} \geq \delta > 0, \quad q = M\|f\|^2_{W_2^{3,3}(G)} < 1$ baholashlar o'rinli bo'lsin, (bu yerda $M = \sigma \cdot m \cdot \delta^{-1} \cdot \eta^{-2} \cdot \|f_0\|^2_{C_{x,t}^{0,1}(Q)} -$ musbat o'zgarmas son, $m = 5\pi^{-1}c_1c_2c_3,$*

$c_1 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\lambda^4 d\lambda}{(1+|\lambda|^2)^3} < +\infty$, $c_i (i = 2,3)$ – *Sobolevning joylashtirish haqidagi teoremasidagi koeffitsientlar.) U holda (8), (13)-(16) teskari masalani,* $U = \{(u,h) | u \in W_2^{2,3}(G),\ h \in W_2^2(Q)\}$ *sinfda yagona yechimi mavjud bo'ladi.*

6-teorema "ε – regulyarizatsiya", aprior baholar, ketma-ket yaqinlashishlar va qisqartirib akslantirishlar usullari yordamida Furye almashtirishini qo'llab isbot qilingan.

Uchinchi bobning ikkinchi paragrafida chegaralanmagan parallelepiped ko'rinishdagi sohada uch o'lchamli Trikomi tenglamasi uchun nolokal chegaraviy shartli chiziqli teskari masalalarning bir qiymatli yechilishi isbot qilingan.

XULOSA

Dissertatsiya ishi uch o'lchamli Trikomi tenglamasi uchun davriy va nolokal chegaraviy masalalarni umumlashgan yechimlarining yagonalik, mavjudlik va silliqligi isbotlashga va Trikomi tenglamasi uchun teskari masalalarning Adamar tarifi bo'yicha korrektligini o'rganishga bag'ishlangan.

Xulosa sifatida tadqiqot natijalariga ko'ra quyidagilarni keltirish mumkin.

1. Uch o'lchamli chegaralanmagan parallelepiped ko'rinishdagi sohada Trikomi tenglamasi uchun yarimdavriy, davriy, yarimnolokal va nolokal shartli masalalarning Sobolev fazolarida yechimi yagonaligi, mavjudligi haqidagi teoremalari isbotlangan. Olingan yechimlarinig $W_2^{m+2,s}(G)$ Sobolev fazolarida silliqlik xossalari tatqiq qilingan, bu yerda m,s – butun chekli musbat sonlar bo'lib, $s \geq m+3$.

2. Sobolev fazolarida uch o'lchamli Trikomi tenglamasi uchun chegaralanmagan parallelepiped ko'rinishdagi sohada yarimdavriy va davriy teskari masalalarning yagonalik, mavjudlik teoremalari isbotlangan.

3. Trikomi tenglamasi uchun chegaralanmagan uch o'lchamli parallelepiped ko'rinishdagi sohada yarimnolokal va nolokal chegaraviy shartli teskari masalalar yechimlarining $W_2^{2,3}(G)$ Sobolev fazosida mavjudligi va yagonaligi haqidagi teoremalar isbotlangan.

Tadqiqot natijalarining ilmiy ahamiyati shundan iboratki, dissertatsiya ishida olingan ilmiy natijalardan uch o'lchamli Trikomi tenglamasi uchun chegaralanmagan parallelepiped ko'rinishdagi sohada yarimdavriy, davriy, yarimnolokal va nolokal chegaraviy teskari masalalardan kelgusidagi birinchi tur aralash tipdagi tenglamalar nazariyaning rivojida foydalanish mumkin.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.02/30.12.2019.FM.86.01
ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ
ИНСТИТУТЕ МАТЕМАТИКИ ИМЕНИ В.И.РОМАНОВСКОГО

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

ТУРАКУЛОВ ХАМИДУЛЛО ШАМСИДДИНОВИЧ

ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ТРЕХМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ТРИКОМИ В ОБЛАСТИ В ВИДЕ НЕОГРАНИЧЕННОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

01.01.02 – Дифференциальные уравнения

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Ташкент – 2023

Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Министерстве Высшего образования, Науки и Инноваций Республики Узбекистан за № B2023.2PhD/FM861.

Диссертация выполнена в Институте математики.

Автореферат диссертации на трёх языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещён на веб-странице по адресу http://fti-kengash.uz/и на Информационно-образовательном портале «ZiyoNet» по адресу www.ziyonet.uz.

Научный консультант:	**Джамалов Сирожиддин Зухриддинович** доктор физико-математических наук, доцент
Официальные оппоненты:	**Тахиров Жозил Останович** доктор физико-математических наук, профессор
	Кадиркулов Бахтиёр Жалилович доктор физико-математических наук, доцент
Ведущая организация:	**Национальный университет Узбекистана.**

Защита диссертации состоится «05» сентябрь 2023 г. в 17:00 часов на заседании научного совета DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 при Институте Математики имени В. И. Романовского. (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 9. Тел.: (+99871) 207-91-40, e-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Института Математики имени В. И. Романовского (зарегистрирована за № 165). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 9. Тел.: (+99871) 207-91-40).

Автореферат диссертации разослан «22» август 2023 г.
(протокол рассылки № 2 от «22» август 2023 г.).

У.А. Розиков
Председатель Научного совета
по присуждению ученых
степеней, д.ф.-м.н., профессор

Ж.К. Адашев
Ученый секретарь Научного
совета по присуждению ученых
степеней, д.ф.-м.н., старший
научный сотрудник

А.А. Азамов
Председатель Научного семинара
при Научном совете по присуждению ученых
степеней, д.ф.-м.н., академик

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии(PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. Очевидно, что многие задачи физики, механики, химии, биофизики, биотехнологии и производства приводятся к задачам исследования краевых задач для уравнений смешанного типа (в частности для уравнения Трикоми). В том числе многие ветвящиеся системные процессы нуждаются в решении задач смешанного типа. Основные понятия теории уравнений смешанного типа сформировались при исследовании классических задач математической физики и к настоящему времени нашли широкое применение при решении практических задач. Однако современные проблемы естествознания приводят к необходимости качественной постановки и исследования новых задач, ярким примером которых является класс нелокальных задач. В последние десятилетия нелокальные задачи для дифференциальных уравнений в частных производных активно изучаются многими математиками, опубликован ряд работ, где указано на важность изучения нелокальных задач для уравнения Трикоми, учитывая их связь с вопросами трансзвуковой газовой динамики, магнитогидродинамическими течениями с переходом через скорость звука и скорость Альфена и другими проблемами физико-механики.

В процессе исследования нелокальных задач была выявлена их тесная взаимосвязь с нелокальными условиями и обратными задачами. Отметим, что интерес к исследованию обратных задач для уравнения математической физики обусловлен важностью их приложений в различных разделах механики, сейсмологии, медицинской томографии, геофизики, также обратные задачи возникают при изучении краткосрочного прогноза цунами, сейсмики и в задачах томографии. К настоящему времени достаточно хорошо изучены нелокальные краевые и обратные задачи для классических уравнений математической физики. На данном этапе такие задачи являются менее изученными для уравнения Трикоми. В связи с широкой востребованностью решения нелокальных краевых и обратных задач в ряде областей повседневной научной и практической жизни их решение представляет собой одно из приоритетных направлений.

В нашей стране особое внимание уделяется фундаментальным наукам. Перед наукой ставится задача сближения фундаментальных исследований с практикой. В решении поставленной задачи теория уравнений неклассического рода, в частности уравнений смешанного типа, призвана играть важную роль. Научные исследования на уровне международных стандартов по приоритетным направлениям математических наук, а именно функциональному анализу, дифференциальным уравнениям и математической физике, включая теорию динамических систем, а также по прикладной математике и математическому моделированию являются основными задачами и направлениями деятельности Института математики.

Тема и объект исследования настоящей диссертационной работы соответствуют поручениям, обозначенным в Указах Президента Республики

Узбекистан № УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О стратегии действия по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», № УП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», № ПП-2909 от 20 апреля 2017 года «О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования», №ПП-4387 от 9 июля 2019 года «О мерах государственной поддержки дальнейшего развития математического образования и науки, а также коренного совершенствования деятельности Института математики имени В.И.Романовского Академии наук Республики Узбекистан», и № УП-4708 от 7 мая 2020 года «О повышении качества обучения в сфере математики и о мерах развития научных исследований», также настоящее диссертационное исследование в определенной мере служит реализации задач, определенных в постановлениях и других нормативных правовых актах[2], касающихся данной деятельности.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологии республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы.

К числу первых исследований нелокальных краевых задач для уравнений в частных производных можно отнести статью А.В. Бицадзе и А.А. Самарского. В этой работе были поставлены и исследованы пространственно-нелокальные задачи для определенного класса эллиптических уравнений, которые привели к изучению несамосопряженных спектральных задач. Впоследствии эта сформулированная задача была названа задачей Бицадзе–Самарского. Различным аспектам теории нелокальных краевых задач посвящены работы А.В.Бицадзе, А.А.Самарского, А.А.Дезина, В.А.Ильина, М.С.Салахитдинова, Е..И.Моисеева, Т.Д.Джураева, А.И.Кожанова, Т.Ш.Кальменова, М.А.Садыбекова и многих других ученых.

Как известно, в работе А.В.Бицадзе показано, что задача Дирихле для уравнения Трикоми некорректна. Естественно возникает вопрос: нельзя ли заменить условия задачи Дирихле другими условиями, охватывающими всю границу, которые обеспечивают корректность задачи? Впервые такие краевые задачи (нелокальные краевые задачи) для уравнения Трикоми были предложены и изучены в работе Ф.И.Франкля при изучении газодинамической задачи об обтекании профилей потоком дозвуковой скорости со сверхзвуковой зоной, оканчивающейся прямым скачком уплотнения. Как близкие по постановке к изучаемым задачам для уравнения

[2]Постановление Президента Республики Узбекистан, от 09.07.2019 г. № ПП-4387 «О мерах государственной поддержки дальнейшего развития математического образования и науки, а также коренного совершенствования деятельности института Математики имени В.И. Романовского Академии наук Республики Узбекистан»

Трикоми рещены в работах Т.Ш.Кальменова, М.А.Садыбекова, К.Б.Сабитова, Б.Н.Цыбикова и С.З.Джамалова, в частности, поставлены и изучены задачи по однозначной разрешимости некоторых нелокальных краевых задач в весовых пространствах Соболева и в пространстве Лакса. В процессе исследования нелокальных задач была выявлена тесная взаимосвязь задач с нелокальными условиями и обратными задачами.

Отметим, что в работах К.Б.Сабитова и его учеников методами спектрального анализа изучены обратные задачи с локальными и нелокальными условиями для модельных уравнений смешанного типа по определению правой части в плоскости. В этих работах доказаны теоремы существования, единственности и устойчивости решения. В работах С.З.Джамалова в трехмерных пространствах для уравнений смешанного типа второго порядка (в частности, для уравнения Трикоми) были изучены некоторые линейные обратные задачи с нелокальными краевыми условиями в ограниченных областях. Далее такие задачи изучены в ограниченных областях многомерных пространств в работах С.З.Джамалова, Р.Р.Ашурова.

В данной диссертации в целях исследования разрешимости обратных задач для уравнения Трикоми в бесконечном паралелепипеде предлагается новый метод, основанный на сведении обратной задачи к прямым нелокальным краевым задачам для бесконечных нагруженных систем дифференциальных уравнений Трикоми в прямоугольнике.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами высшего образовательного учреждения, где выполнена диссертация.

Диссертационная работа выполнена в соответствии с плановой темой научно-исследовательских работ лаборатории «Дифференциальные уравнения и их приложения» в Институте математики АН РУз и с научным грантом F-FA- 2021-424 “Решение краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных целого и дробного порядка” в Институте математики АН РУз.

Цель исследования целью настоящей диссертационной работы является развитие теории нелокальных краевых и обратных задач для уравнений Трикоми в неограниченных областях.

Задачи исследования:

доказательство однозначной разрешимости и гладкости обобщенного решения полупериодических и периодических краевых задач в неограниченных областях для трехмерного уравнения Трикоми в пространствах Соболева;

доказательство однозначной разрешимости и гладкости решения полу-нелокальных и нелокальных краевых задач в неограниченных областях для трехмерного уравнения Трикоми в пространствах Соболева;

доказательство корректности обратных задач с полупериодическими и периодическими краевыми условиями в неограниченных областях для трехмерного уравнения Трикоми в пространствах Соболева;

доказательство корректности обратных задач с полунелокальными и нелокальными краевыми условиями в неограниченных областях для трехмерного уравнения Трикоми в пространствах Соболева.

Объектом исследования являются трехмерные уравнения Трикоми, уравнения третьего парядка с малым параметром, нагруженные интегро-дифференциальные уравнения для перечисленных уравнений.

Предметом исследования являются прямые и обратные задачи для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченных областях.

Методы исследования: в диссертации использованы методы функционального анализа, математической физики, спектральной теории операторов и рядов.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

доказаны единственность и существование решения полупериодических и периодических краевых задач в области в виде неограниченного параллелепипеда для трехмерного уравнения Трикоми в пространствах Соболева;

доказаны единственность и существование решения полунелокальных и нелокальных краевых задач в области в виде неограниченного параллелепипеда для трехмерного уравнения Трикоми в пространствах Соболева;

доказана корректность решения некоторых обратных задач с полупериодическими и периодическими краевыми условиями для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченных областях в пространствах Соболева;

доказана корректность решения некоторых обратных задач с полунелокальными и нелокальными краевыми условиями для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченных областях в пространствах Соболева.

Практические результаты исследования состоят в следующем: усовершенствованы периодические и нелокальные краевые условные обратные задачи для трехмерного уравнения Трикоми в области в виде неограниченного параллелепипеда, а предложенные методы исследования могут быть использованы при изучении различных физико-химических, биологических, медицинских и сейсмологических процессов.

Достоверность результатов исследования подтверждается строгим использованием методов функционального анализа, математической физики, спектральной теории операторов и рядов для решения прямых и обратных задач.

Научная и практическая значимость результатов исследования:

Научная значимость результатов исследования заключается в том, что научные результаты, полученные в данной работе, могут быть использованы при развитии теории дифференциальных уравнений в частных производных смешанного типа и спектральной теории несопряженных положительно определенных эллиптических операторов, в частности, при доказательстве единственности, существования и гладкости обобщенных решений

нелокальных и обратных задач для дифференциальных уравнений в частных производных смешанного типа.

Практическая значимость результатов основана на возможности их применения при изучении физико-химических, биологических, медицинских и сейсмологических процессов. В частности, важность изучение нелокальных и обратных задач для уравнения Трикоми в целях предсказания газодинамики, магнитогидродинамических процессов, близких к скорости звука и выше скорости звука, скорости Альфена, и других физико-механических процессов и достижения желаемого результата позволяет правильно подобрать параметры процессов.

Внедрение результатов исследования:

Полученные результаты по прямым и обратным задачам для трехмерного уравнения Трикоми в области в виде неограниченного параллелепипеда были внедрены на практике в следующих проектах:

Прямые и обратные задачи для трехмерного уравнения Трикоми в области в виде неограниченного параллелепипеда были использованы в зарубежном гранте № МД-758.2022.1.1 «Развитие математических моделей дробной динамики с целью исследования колебательных процессов и процессов с насыщением» (Справка Камчатского государственного университета Российской Федерации от 2023 года 2 июня №10-26), что позволило решить обратные задачи для неклассических уравнений математической физики. Также они были использованы в исследованиях процесса переноса радона в системе “грунт-атмосфера”, в установлении корректности краевых задач для дифференциальных уравнений математической физики.

Методы доказательства единственности и существования решений обратных задач для трехмерного уравнения Трикоми в области в виде неограниченного параллелепипеда были использованы в научном гранте ОТ-Ф-4-(36+32) «Развитие современных методов решения задач математической физики и оптимального управления». Априорные значения, полученные в фундаментальном проекте «Неклассические начальные и спектральные задачи для уравнений в частных производных нечетного порядка и их приложения», были использованы для доказательства единственности и существования решений обратных задач получением априорных оценок с помощью рекуррентных формул через семейство интегро-дифференциальных уравнений третьего порядка и методов приведенных отражений. (Справка № 04/11-4145 Национального университета Узбекистана от 6 июля 2023 года). Использование научных результатов позволило доказать единственность и существование решений обратных задач для дифференциальных уравнений.

Апробация результатов исследования. Результаты данного исследования были обсуждены на 5 международных и 7 республиканских научно-практических конференциях.

Опубликованность результатов исследования.

По теме диссертации всего опубликованы 22 научные работы, в том числе 10 статей в журналах, входящих в перечень научных изданий, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты диссертаций на соискание ученой степени доктора философии (PhD), из них 4 статьи опубликованы в зарубежных рецензируемых журналах и 6 в республиканских научных изданиях.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 109 стр.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведены обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объекты и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

В первой главе диссертации, названной **«Прямые задачи для трехмерного уравнения Трикоми в области в виде неограниченного параллелепипеда»,** изучены некоторые прямые задачи с полу-периодическими, периодическими, полунелокальными и нелокальными краевыми условиями для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченном параллелепипеде.

В первом параграфе этой главы приводятся некоторые известные факты из теории функционального анализа, в том числе понятия гильбертовых и банаховых пространств, скалярных произведений и норм в этих пространствах, различные неравенства и леммы из теории краевых задач для уравнений в частных производных, которые необходимы для получения основных результатов.

Для решения в дальнейшем поставленных прямых и обратных задач нам необходимо ввести определения следуюших функциональных пространств и некоторые обозначения.

Пусть

$$G=(-1,1)\times(0,T)\times R=Q\times R=\{(x,t,z);x\in(-1,1),0<t<T<+\infty,z\in R\}.$$

Обозначим через $\hat{u}(x,t,\lambda)=(2\pi)^{-1/2}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}u(x,t,z)e^{-i\lambda z}dz$

преобразование Фурье по переменной z, функции $u(x,t,z)$, а через

$$u(x,t,z)=(2\pi)^{-1/2}\int_{-\infty}^{+\infty}\hat{u}(x,t,\lambda)e^{i\lambda z}d\lambda$$

обратное преобразование Фурье. Теперь с помощью преобразования Фурье определим пространство $W_2^{l,s}(G)$ с нормой

$$\|u\|^2_{W_2^{l,s}(G)}=(2\pi)^{-1/2}\cdot\int_{-\infty}^{+\infty}(1+|\lambda|^2)^s\cdot\|\hat{u}(x,t,\lambda)\|^2_{W_2^l(Q)}\,d\lambda, \tag{A}$$

где $l,s-$любые положительные целые числа.

Через $W_2^l(Q)$ (при $l=0, W_2^0(Q)=L_2(Q)$) определяется пространство Соболева со скалярным произведением $(u,\vartheta)_l$ и нормой

$$\|\vartheta\|_l^2=\|\vartheta\|^2_{W_2^l(Q)}=\sum_{|\alpha|\le l}\int_Q|D^\alpha\vartheta|^2dxdt.$$

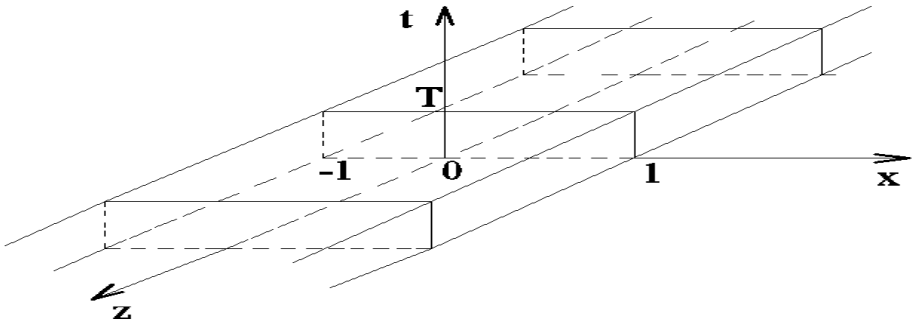
Здесь $\alpha-$мультииндекс, $D^\alpha-$обобщённая производная по переменным x и t.

Очевидно, что пространство $W_2^{l,s}(G)$ с нормой (А) является банаховым пространством.

Во втором параграфе этой главы рассматриваются вопросы однозначной разрешимости и гладкости обобщенного решения полупериодических и периодических краевых задач для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченном параллелепипеде.

В области

$$G=(-1,1)\times(0,T)\times R=Q\times R=\{(x,t,z);x\in(-1,1),0<t<T<+\infty,z\in R.\},$$



рассмотрим уравнение Трикоми:

$$Lu=xu_{tt}-\Delta u+a(x)u_t+c(x,t)u=f(x,t,z), \tag{1}$$

где $\Delta u=u_{xx}+u_{zz}$ - оператор Лапласа.

Пусть все коэффициенты уравнения (1) достаточно гладкие функции в области Q.

Полупериодическая краевая задача.

Найти обобщённое решение $u(x,t,z)$ уравнения (1) из пространства $W_2^2(G)$, удовлетворяющее следующим краевым условиям

$$D_t^p u\big|_{t=0} = D_t^p u\big|_{t=T}, \tag{2}$$

$$u\big|_{x=-1} = u\big|_{x=1} = 0 \tag{3}$$

при $p = 0,1$, где $D_t^p u = \dfrac{\partial^p u}{\partial t^p}$, $D_t^0 u = u.$

Далее будем считать, что $u(x,t,z)$ и $u_z(x,t,z) \to 0$ при $|z| \to \infty$, $u(x,t,z)$ абсолютно интегрируемы по z на R при любом (x,t) в $\overline{Q}$. (4)

Определение 1. Обобщённым решением задачи (1)-(4) будем называть функцию $u(x,t,z) \in W_2^2(G)$, удовлетворяющую уравнению (1) в области G, с условиями (2) - (4) почти всюду.

Теорема 1. Пусть существует положительное число μ и пусть выполнены следующие условия для коэффициентов уравнения (1): $2a(x) + \mu x \geq \delta_1 > 0$, $\mu c(x,t) - c_t(x,t) \geq \delta_2 > 0$ для всех $(x,t) \in \overline{Q}$, $c(x,0) = c(x,T)$ для всех $x \in [-1,1]$. Тогда для любой функции $f \in W_2^{1,3}(G)$, такой, что $f(x,0,z) = f(x,T,z)$, существует единственное обобщенное решение задачи (1)-(4) из пространства $W_2^{2,3}(G)$ и для решения задачи (1) - (4) справедливы следующие оценки:

I) $\|u\|^2_{W_2^{1,3}(G)} \leq c_1 \|f\|^2_{W_2^{0,3}(G)}$.

II) $\|u\|^2_{W_2^{2,3}(G)} \leq c_2 \|f\|^2_{W_2^{1,3}(G)}$.

В дальнейшем через c_i будем обозначать положительные, вообще говоря, разные постоянные числа, отличные от нуля.

Гладкость обобщенного решения задачи (1)-(4).

Теперь обратимся к исследованию гладкости обобщенного решения задачи (1) - (4) в пространствах $W_2^{m+2,s}(G)$, где $m, s -$ целые конечные положительные числа.

Ниже, для простоты, предположим, что коэффициенты уравнения (1) достаточно дифференцируемые функции в замкнутой области $\overline{Q}$.

Теорема 2. Пусть выполнены все условия теоремы 1, кроме того, пусть $D_t^q c\big|_{t=0} = D_t^q c\big|_{t=T}$. Тогда для любой функции $f \in W_2^{m+1,s}(Q)$, такой, что $D_t^q f\big|_{t=0} = D_t^q f\big|_{t=T}$ $(q = 0,1,2,3,\ldots,m)$, существует, причем единственное, обобщенное решение задачи (1)-(4) из пространств $W_2^{m+2,s}(G)$, где $m, s -$ целые конечные положительные числа, причем $s \geq m+3$, $m = 0,1,2,3,\ldots$

Теоремы единственности, сушествования и гладкости обобщенного решения в пространствах Соболева $W_2^{m+2,s}(G)$ доказаны методами априорных оценок, Галеркина и "ε-регуляризации".

В этом параграфе рассматриваются вопросы корректности периодических краевых задач для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченном параллелепипеде.

Аналогично, в пространствах Соболева $W_2^{m+2,s}(G)$ как в полупериодических краевых задачах, так и в периодических краевых задачах единственность, сушествование и гладкость обобщенного решения доказаны методами априорных оценок, Галеркина и " $\varepsilon-$регуляризации", где $s,m-$ любые целые конечные положительные числа, такие, что $s \geq m+3,$ $m=0,1,2,3,...$

В третьем параграфе этой главы рассматриваются вопросы корректности полунелокальных краевых задач для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченном параллелепипеде.

В третьем и четвертом параграфах данной главы предполагаем, что коэффициенты уравнения (1) зависят от переменных x и t.

Полунелокальная краевая задача типа.

Найти обобщённое решение $u(x,t,z)$ уравнения (1) из пространства $W_2^2(G),$ удовлетворяющее следующим краевым условиям

$$\gamma D_t^p u\big|_{t=0} = D_t^p u\big|_{t=T}, \tag{5}$$

$$u\big|_{x=-1} = u\big|_{x=1} = 0, \tag{6}$$

при $p=0,1$, где $D_t^p u = \dfrac{\partial^{\,p} u}{\partial t^{\,p}}$, $D_t^0 u = u$, $\gamma-$некоторое постоянное число, отличное от нуля, величина которого будет уточнена ниже.

Далее будем считать, что $u(x,t,z)$ и $u_z(x,t,z) \to 0$ при $|z| \to \infty$, $u(x,t,z)$ абсолютно интегрируемы по z на R при любом (x,t) в $\overline{Q}.$ (7)

Определение 2. Обобщённым решением задачи (1), (5) - (7) будем называть функцию $u(x,t,z) \in W_2^2(G)$, удовлетворяющую уравнению (1) почти всюду в области $G,$ с условиями (5)-(7).

Теорема 3. Пусть выполнены вышеуказанные условия для коэффициентов уравнения (1); кроме того, пусть $2a(x,t)+\mu x \geq \delta_1 > 0,$ $\mu\, c(x,t) - c_t(x,t) \geq \delta_2 > 0$ для всех $(x,t) \in \overline{Q},$ $a(x,0)=a(x,T),$ $c(x,0)=c(x,T)$ для всех $x \in [-1,1],$ где $\mu = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| > 0$ при $|\gamma| > 1.$ Тогда для любой функции $f \in W_2^{1,3}(G),$ такой, что $\gamma \cdot f(x,0,z) = f(x,T,z),$ существует единственное обобщенное решение задачи (1), (5) - (7) из пространства $W_2^{2,3}(G),$ и для решения задачи (1), (5) - (7) справедливы следующие оценки:

I). $\|u\|^2_{W_2^{1,3}(G)} \leq c_1 \|f\|^2_{W_2^{0,3}(G)}$,

II). $\|u\|^2_{W_2^{2,3}(G)} \leq c_2 \|f\|^2_{W_2^{1,3}(G)}$.

Гладкость обобщенного решения задачи (1), (5)-(7)

Теперь обратимся к исследованию гладкости обобщенного решения задачи (1), (5) - (7) в пространствах $W_2^{m+2,s}(G)$, где $0 \le m,s -$целые конечные числа. Ниже, для простоты, предположим, что коэффициенты уравнения (1) достаточно дифференцируемые функции в замкнутой области $\overline{Q}$.

Теорема 4. Пусть выполнены все условия теоремы 3, кроме этого, пусть $D_t^q a\big|_{t=0} = D_t^q a\big|_{t=T}$, $D_t^q c\big|_{t=0} = D_t^q c\big|_{t=T}$. Тогда для любой функции $f \in W_2^{m+1,s}(G)$, такой, что $\gamma \cdot D_t^q f\big|_{t=0} = D_t^q f\big|_{t=T}$ $(q = 0,1,2,3,...,m)$, существует, причем единственное, обобщенное решение задачи (1), (5) - (7) из пространств $W_2^{m+2,s}(G)$, где $s \ge m+3; m = 0,1,2,3,...$

Теоремы единственности, существования и гладкости обобщенного решения из пространства Соболева $W_2^{m+2,s}(G)$, (где $m,s -$ целые конечные положительные числа) доказаны методами априорных оценок, Галеркина и "ε-регуляризации".

В четвертом параграфе этой главы рассматриваются вопросы корректности нелокальных краевых задач для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченном параллелепипеде.

Аналогично, как в третьем параграфе, доказана однозначная разрешимость обобщенного решения нелокальных краевых задач в пространствах $W_2^{m+2,s}(G)$, где $s,m -$любые целые конечные положительные числа, такие, что $s \ge m+3$, $m = 0,1,2,3,...$

Во второй главе диссертации, названной «Обратные задачи с полу-периодическими и периодическими краевыми условиями для трехмерного уравнения Трикоми в области в виде неограниченного параллелепипеда», изучена корректность по Адамару линейных обратных задач с полу-периодическими и периодическими краевыми условиями для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченном параллелепипеде.

В первом параграфе второй главы доказывается однозначная разрешимость линейной обратной задачи с полупериодическими краевыми условиями для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченном параллелепипеде.

В области

$G = (-1,1) \times (0,T) \times R = Q \times R = \{(x,t,z); x \in (-1,1), 0 < t < T < +\infty, z \in R\}$

рассмотрим трехмерное уравнение Трикоми:

$$Lu = xu_{tt} - \Delta u + a(x)u_t + c(x,t)u = \psi(x,t,z), \qquad (8)$$

здесь $\psi(x,t,z) = g(x,t,z) + h(x,t) \cdot f(x,t,z)$, $g(x,t,z)$ и $f(x,t,z)$ - заданные функции, а функция $h(x,t)$ подлежит определению.

Линейная обратная задача.

Найти функции (u,h) *из* $U=\{(u,h): u\in W_2^{2,3}(G), h\in W_2^2(Q)\}$, удовлетворяющие уравнению (8) в области G, такие, что функция $u(x,t,z)$ удовлетворяет следующим полупериодическим краевым условиям

$$D_t^p u\big|_{t=0} = D_t^p u\big|_{t=T}, \tag{9}$$

$$u\big|_{x=-1} = u\big|_{x=1} = 0 \tag{10}$$

при $p=0,1$.

Далее будем считать, что $u(x,t,z)$ и $u_z(x,t,z)\to 0$ при $|z|\to\infty$, $u(x,t,z)$ абсолютно интегрируемы по z на R при любом (x,t) в Q. (11)

Кроме того, решение задачи (8)-(11) удовлетворяет дополнительному условию

$$u(x,t,\ell_0)=\varphi_0(x,t), \text{ где } \ell_0\in R \tag{12}$$

и с функций $h(x,t)$ принадлежит классу U, где $W_2^{2,3}(G)$ пространство, определенное в первом параграфе главы 1.

Определение 3. Обобщённым решением задачи (8), (9) - (12) будем называть функцию $u(x,t,z)\in U$, удовлетворяющую уравнению (8) в области G с условиями (9) - (12) почти всюду.

Пусть все коэффициенты уравнения (8) достаточно гладкие функции в области Q и пусть выполнены следующие условия относительно коэффициентов правой части уравнения (8) и заданной функции $\varphi_0(x,t)$.

Условие 1:

периодичность: $c(x,0)=c(x,T)$.

периодические условия: $g(x,0,z)=g(x,T,z)$, $f(x,0,z)=f(x,T,z)$,

гладкость:

$f(x,t,l_0)=f_0(x,t)\in C_{x,t}^{0,1}(Q)$, $|f_0(x,t)|\ge\eta>0$, $f\in W_2^{3,3}(G)$, $g\in W_2^{1,3}(G)$.

Условие 2:

$\varphi_0(x,t)\in W_2^3(Q)$; $D_t^q\varphi_0\big|_{t=0}=D_t^q\varphi_0\big|_{t=T}$, $q=0,1,2$, $\varphi_0\big|_{x=-1}=\varphi_0\big|_{x=1}=0$.

Теорема 5. Пусть выполнены вышеуказанные условия 1 и 2 для коэффициентов уравнения (8), кроме того, пусть существует положительное число μ такое, что $2a(x)+\mu x>B_1>0$, $\mu c(x,t)-c_t(x,t)\ge b_2>0$ для всех $(x,t)\in\overline{Q}$, и пусть существует малое положительное число σ такое, что для $b_0=\min\{B_1,\mu,b_2\}$ имеют место оценки $b_0-14\mu^2\sigma^{-1}\ge\delta>0$, $q=M\|f\|^2_{W_2^{3,3}(G)}<1$ (здесь $M=\sigma\cdot m\cdot\delta^{-1}\cdot\eta^{-2}\cdot\|f_0\|^2_{C_{x,t}^{0,1}(Q)}$ – положительное постоянное число, где $m=\frac{5}{\pi}c_1c_2c_3$, $c_1=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\lambda^4 d\lambda}{(1+|\lambda|^2)^3}<+\infty$, $c_i(i=2,3)$ – коэффициенты теоремы вложения Соболева).

Тогда сушествует единственное решение линейной обратной задачи (8), (9) - (12) из указанного класса $U=\{(u,h)\,|\,u\in W_2^{2,3}(G),\ h\in W_2^2(Q)\}$.

Теорема доказывается методами «ε-регуляризации», априорных оценок, последовательных приближений и сжимающихся отображений с применением преобразования Фурье.

Во втором параграфе второй главы, как в первом параграфе второй главы, аналогично доказывается однозначная разрешимость линейной обратной задачи с периодическими краевыми условиями для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченном параллелепипеде.

В третьей главе диссертации, названной «Обратные задачи с нелокальными краевыми условиями для трехмерного уравнения Трикоми в области в виде неограниченного параллелепипеда», изучены корректность по Адамару линейных обратных задач с полунелокальными и нелокальными краевыми условиями для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченном параллелепипеде.

В третьей главе предполагаем, что коэффициенты уравнения (8) зависят от переменных x и t.

В первом параграфе третьей главы доказывается однозначная разрешимость линейной обратной задачи с полунелокальными краевыми условиями для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченном параллелепипеде.

Линейная обратная задача. Найти функции $(u(x,t,z),h(x,t))$, удовлетворяющие уравнению (8) в области G, такие, что функция $u(x,t,z)$ удовлетворяет следующим полунелокальным краевым условиям

$$\gamma D_t^p u\big|_{t=0}=D_t^p u\big|_{t=T}, \tag{13}$$

$$u\big|_{x=-1}=u\big|_{x=1}=0 \tag{14}$$

при $p=0,1$, где $D_t^p u=\dfrac{\partial^p u}{\partial t^p}$, $D_t^0 u=u$, $\gamma-$некоторое постоянное число, отличное от нуля, величина которого будет уточнена ниже.

Далее будем считать, что $u(x,t,z)$ и $u_z(x,t,z)\to 0$ при $|z|\to\infty$, $u(x,t,z)$ абсолютно интегрируемы по z на R при любом (x,t) в $\overline{Q}$ (15)

с дополнительным условием

$$u(x,t,\ell_0)=\varphi_0(x,t),\ \text{где}\ \ell_0\in R \tag{16}$$

и с функцией $h(x,t)$, принадлежащей классу

$U=\{(u,h)\,|\,u\in W_2^{2,3}(G),\ h\in W_2^2(Q)\}$.

Определение 4. Обобщённым решением задачи (8), (13) - (16) будем называть функцию $u(x,t,z)\in U$, удовлетворяющую уравнению (8) почти всюду в области G, с условиями (13) - (16).

Пусть все коэффициенты уравнения (8) достаточно гладкие функции в области Q и пусть выполнены следующие условия относительно коэффициентов и правой части уравнения (8) и заданной функции $\varphi_0(x,t)$.

Условие 1:

периодичность: $a(x,0)=a(x,T);\ c(x,0)=c(x,T).$

нелокальные условия: $\gamma\cdot g(x,0,z)=g(x,T,z),\ \ \gamma\cdot f(x,0,z)=f(x,T,z),$

гладкость: $f(x,t,l_0)=f_0(x,t)\in C^{0,1}_{x,t}(Q),\ |f_0(x,t)|\geq\eta>0,\ f\in W_2^{3,3}(G),\ g\in W_2^{1,3}(G)$

Условие 2:

$\varphi_0(x,t)\in W_2^3(Q),\ \gamma D_t^q\varphi_0\big|_{t=0}=D_t^q\varphi_0\big|_{t=T},\ q=0,1,2,\ \varphi_0\big|_{x=-1}=\varphi_0\big|_{x=1}=0.$

Теорема 6. Пусть выполнены вышеуказанные условия 1 и 2 для коэффициентов уравнения (8); кроме того, пусть $2a(x,t)+\mu x\geq B_1>0,$ $\mu c(x,t)-c_t(x,t)\geq b_2>0$ для всех $(x,t)\in\overline{Q},$ где $\mu=\frac{2}{T}\ln|\gamma|>0,\ |\gamma|>1,$ и пусть существует малое положительное число σ (коэффициент неравенства Коши), такое, что для $b_0=\min\{B_1,\mu,b_2\}$ имеют место оценки $b_0-14\mu^2\sigma^{-1}\geq\delta>0,\ \ q=M\|f\|^2_{W_2^{3,3}(G)}<1$ (здесь $M=\sigma\cdot m\cdot\delta^{-1}\cdot\eta^{-2}\cdot\|f_0\|^2_{C^{0,1}_{x,t}(Q)}$ – положительное постоянное число, где $m=5\pi^{-1}c_1c_2c_3,$ $c_1=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\lambda^4d\lambda}{(1+|\lambda|^2)^3}<+\infty,\ c_i(i=2,3)-$ коэффициенты теоремы вложения Соболева).

Тогда сушествует единственное решение линейной обратной задачи (8), (13) - (16) из указанного класса $U=\left\{(u,h)\middle|u\in W_2^{2,3}(G),\ h\in W_2^2(Q)\right\}.$

Теорема доказывается методами "ε-регуляризации", априорных оценок, последовательности приближений и сжимающихся отображений, с применением преобразования Фурье.

Во втором параграфе третьей главы аналогично доказывается однозначная разрешимость линейной обратной задачи с нелокальными краевыми условиями для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченном параллелепипеде.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена развитию теории и общих методов решения периодических и нелокальных краевых задач для трехмерного уравнения Трикоми и применению к изучению вопросов корректности по Адамару обратных задач для уравнения Трикоми и нагруженных интегро-дифференциальных уравнений в неограниченном паралелепипеде.

В заключение можно сделать следующие выводы по результатам исследований:

1. Для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченном паралелепипеде доказаны теоремы о единственности, существовании и гладкости решения полупериодических, периодических, полунелокальных и нелокальных краевых задач в пространствах Соболева $W_2^{m+2,s}(G)$, где $m,s-$ целые конечные положительные числа, причем $s \geq m+3$.

2. В пространствах Соболева доказаны теоремы единственности и существования решения обратных задач с полупериодическими и периодическими краевыми условиями в неограниченном паралелепипеде для трехмерного уравнения Трикоми.

3. Доказаны теоремы о единственности и существовании решения обратных задач с полунелокальными и нелокальными краевыми условиями в неограниченном паралелепипеде для трехмерного уравнения Трикоми в пространстве Соболева $W_2^{2,3}(G)$.

Научная значимость результатов исследования заключается в том, что полученные в работе научные результаты могут быть использованы для дальнейшего развития теории краевых задач для трехмерного уравнения Трикоми и уравнений смешанного типа первого рода в бесконечных призматических областях.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING OF THE SCIENTIFIC DEGREES DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 INSTITUTE OF MATHEMATICS NAMED AFTER V.I.ROMANOVSKIY

INSTITUTE OF MATHEMATICS

TURAKULOV KHAMIDULLO SHAMSIDINOVICH

DIRECT AND INVERSE PROBLEMS FOR THE THREE-DIMENSIONAL TRICOMI EQUATION IN THE DOMAIN IN THE FORM OF AN UNBOUNDED PARALLELEPIPED

01.01.02-Differential equations and mathematical physics

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

TASHKENT-2023

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Ministry of Higher education, Science and Innovations of the Republic of Uzbekistan under number № B2023.2PhD/FM861.

Dissertation has been prepared at Mathematics Institute named V. I. Romanovsky.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (Uzbek, English, Russian (summary)) on the http://kengash.mathinst.uz and in the website of "ZiyoNet" Information and educational portal http://www.ziyonet.uz.

Scientific supervisor:	**Dzhamalov Sirojiddin Zuxriddinovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Docent
Official opponents:	**Takhirov Jozil Ostanovich** Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, Professor
	Kadirkulov Bakhtiyor Jalilovich Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, Docent
Leading organization:	**National University of Uzbekistan**

Defense will take place «05» september 2023 at 17:00 at the meeting of Scientific Council number DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 at Institute of Mathematics named after V.I. Romanovskiy (Address: University str. 9, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871) 207-91-40, e-mail : uzbmath@umail.uz, Website : www.mathinst. uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at Institute of Mathematics named after V.I. Romanovskiy (is registered № 165) (Address: University str. 9, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871) 207-91-40).

Abstract of dissertation sent out on « 22 » august 2023 year
(Mailing report № 2 on « 22 » august 2023 year)

U.A. Rozikov
Chairman of Scientific Council
on award of scientific degrees,
D.F.-M.S., Professor

J.K. Adashev
Scientific secretary of Scientific Council
on award of scientific degrees,
D.F.-M.S., Senior researcher

A.A. Azamov
Chairman of Scientific seminar under
Scientific Council on award of scientific degrees,
D.F.-M.S., Academician

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

Purpose of the research. The aim of this dissertation work is to develop the theory of nonlocal boundary value and inverse problems for Tricomi equation in unbounded domains.

The object of research: the three-dimensional Tricomi equations, third-order equations with a small parameter, loaded integro-differential equations for the above equations.

The scientific novelty of the research:

existence and uniqueness of the solution of semiperiodic, periodic problems a domain in the form of an unbounded parallelepiped for the three-dimensional Tricomi equation in Sobolev spaces is proved;

existence and uniqueness of the solution of nonlocal problems in a domain in the form of an unbounded parallelepiped for the three-dimensional Tricomi equation in Sobolev spaces is proved;

existence and uniqueness of the solution of semiperiodic, periodic inverse problems a domain in the form of an unbounded parallelepiped for the three-dimensional Tricomi equation in Sobolev spaces is proved;

existence and uniqueness of the solution of nonlocal inverse problems in the domain for the three-dimensional Tricomi equation in Sobolev spaces is proved;

Implementation of the research results:

The results obtained on direct and inverse problems for the three-dimensional Tricomi equation in an unbounded parallelepiped form domain were implemented into practice in the following projects:

Direct and inverse problems for the three-dimensional Tricomi equation in the unbounded parallelepiped form domain were used in a foreign grant (Reference No. MD-758.2022.1.1, at the Kamchatka State University of Russian Federation, June 2, 2023 №10-26) “Development of mathematical models of fractional dynamics for the purpose of studying oscillatory processes and processes with saturation”. The application of the scientific result allowed to establish the correctness of boundary value problems for differential equations of mathematical physics in the study of the process of radon transfer in the soil-atmosphere system;

methods for proving the uniqueness and existence of solutions of inverse problems for the three-dimensional Tricomi equation in a domain in the form of an unbounded parallelepiped were used in the scientific grant OT-F-4-(36+32) entitled "Development of modern methods for solving problems of mathematical physics and optimal control. Non-classical initial and spectral problems for partial differential equations of odd order and their applications " were used to prove the uniqueness and existence of solutions to inverse problems by obtaining a priori values using recursive formulas through a family of integro-differential equations third order and methods of reduced reflections (Reference No.04/11-4145 National University of Uzbekistan, July 6, 2023). The use of scientific results made it possible to prove the uniqueness and existence of solutions to inverse problems of differential equations.

The structure and volume of the dissertation. The dissertation consists of an introduction, three chapters divided into nine paragraphs, a conclusion and a list of references. The volume of the dissertation is 109 pages.

E’LON QILINGAN ISHLAR RO‘YXATI
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I bo‘lim (Часть I; Part I)

1. Джамалов С.З., Ашуров Р.Р., Туракулов Х.Ш. Об одной нелокальной краевой задаче периодического типа для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченной призматической области. // Бюллетень Института математики. 2021. №3. с.10-19. (01.00.00; №17).
2. Dzhamalov S.Z., Ashurov R.R., Turakulov Kh.Sh. The Linear Inverse Problem for the Three- Dimensional Tricomi Equation in a Prismatic Unbounded Domain. // Lobachevskii journal of mathematics. 2021. Vol. 42(15), P. 3606-3615. (Scopus. IF=0.378).
3. Dzhamalov S.Z., Aliev M.G., Turakulov Kh.Sh. On a linear inverse problem for the three-dimensional Tricomi equation with nonlocal boundary conditions of periodic type in a prismatic unbounded domain. // Trans. Natl. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys.-Tech. Math. Sci. Math. 2022. Vol. 42(1), P. 86-98. (Scopus IF=0.26).
4. Туракулов Х.Ш., Об одной полупериодической краевой задаче для модельного уравнения Трикоми в неограниченном параллелепипеде. // Бюллетень Института математики. 2022. №1. с.1-6 (01.00.00; №17).
5. Dzhamalov S.Z., Turakulov Kh.Sh and Sultanov M.S., On a nonlocal boundary value problem for a three-dimensional Tricomi equation in a prismatic unbounded domain. // Lobachevskii journal of mathematics. 2022. Vol. 43(11), P. 3104-3111**.** (Scopus. IF=0.378).
6. Джамалов С. З., Туракулов Х.Ш., Об одной линейной обратной задаче для трехмерного уравнения Трикоми с нелокальными краевыми условиями в призматической неограниченной области. // Бюллетень Института математики. 2022. № 6. с.72-82 (01.00.00; №17).
7. Turakulov Kh.Sh., On the smoothness of a semi-periodic boundary value problem for the three-dimensional Tricomi equation in the unlimited parallelepiped. // Uzbek Mathematical Journal. 2022. Vol. 66(4), P. 167-174 (01.00.00; №6).
8. Джамалов С.З, Туракулов Х.Ш., О гладкости периодической краевой задачи для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченном параллелепипеде. // Научный вестник НамГУ. 2022. № 10. с.49-57 (01.00.00; №14)
9. Dzhamalov S.Z., Turakulov Kh.Sh. and Kenjaev R. On a Semi-periodic Boundary Value Problem For The Three-dimensional Tricomi Equation In An Unbounded Parallelepiped. // AIP Conf. Proc. 2023. Vol. 2781, P. 358–362. (Scopus IF=0.164).
10. Туракулов Х.Ш., Об одной линейной обратной задаче с периодическими краевыми условиями для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченном параллелепипеде. // Бюллетень Института математики. 2023. № 2. с.122-132 (01.00.00; №17).

II bo‘lim (Часть II; Part II)

11. Джамалов. С.З., Ашуров Р.Р., Туракулов Х.Ш. Об одной полунелокальной краевой задаче для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченной призматической области. // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2021. Т. 32. №2. с.18-27.
12. Джамалов С.З., Туракулов Х.Ш. Об одной полунелокальной краевой задаче для модельнего уравнения Трикоми в призматической неограниченной области // Журнал Инновации нефти газовой отрасли. 2021. №2, с.41-50.
13. Джамалов С.З., Туракулов Х.Ш. Об одной нелокальной краевой задаче для уравнения Трикоми в неограниченной области. // Республиканская научная конференция с участием зарубежных ученных. «Актуальные проблемы стохастического анализа», посвященнай 80-летию со дня рождения академика Ш.К. Форманова. г.Ташкент. 20.02-23, 2021 год, с. 55.
14. Джамалов С.З., Ашуров Р.Р., Туракулов Х.Ш. Об одной обратной задаче для трехмерного уравнения Трикоми с нелокальными краевыми условиями периодического типа в неограниченной призматической области. // Дифференциальные уравнения, математическое моделирование и вычислительные алгоритмы. Сборник материалов международной конференции Белгород, 25–29 октября, 2021 год, с. 99.
15. Джамалов С.З., Ашуров Р.Р., Туракулов Х.Ш. Об одной полунелокальной краевой задаче для трехмерного уравнения Трикоми в призматической неограниченной области. // Материалы Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых “Сарымсаковские чтения” Ташкент. 16–18 сентября, 2021 год, с. 55-56.
16. Туракулов Х.Ш. Об одной периодической краевой задаче для трехмерного уравнения Трикоми в призматической неограниченной области. // “Дифференциальное уравнения и родственные задачи анализа” научная конференция с участием зарубежных ученных., Узбекистан, 2021 год, с. 258-260.
17. Dzhamalov S.Z., Turakulov Kh. Sh. On one semi-periodic boundary value problem for three-dimensional trikomi equation in the unboun ded parallelepiped \\ Modern problems of applied mathematics and information technologies al-khwarizmi, Fergana, 2021 год, pp. 120.
18. Джамалов С.З., Ашуров Р.Р., Туракулов Х.Ш. Об одной полунелокальной краевой задаче периодического типа для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченной призматической области. // Традиционная международная апрельская математическая конференция в честь Дня работников науки Республики Казахстан, посвященная 75-летию академика НАН РК Т. Ш. Кальменова, 5-8 апреля, 2021 год, с. 21-23.
19. Джамалов С.З., Ашуров Р.Р., Туракулов Х.Ш. Об одной нелокальной краевой задаче для трёхмерного уравнения Трикоми в неограниченной призматической области // “Актуальные вопросы математики и прикладной

математики в эпоху глобализации” Республиканская научная конференция, г. Ташкент 1-3 мая, 2021год, с.260.
20. Джамалов С.З., Туракулов Х.Ш., Мамадияр Ш., Шокиров А. Об одной периодической краевой задаче для трехмерного модельного уравнения Трикоми в неограниченном параллелепипеде // «Теоретические основы и прикладные задачи современной математики» Республиканская научно-практическая конфере, г.Андижан, 26-март, 2022 год, с.162-163.
21. Джамалов С.З., Туракулов Х.Ш. Об одной линейной обратной задаче с полунелокальным краевым условием для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченном параллелепипеде. // IX Международная научная конференция «Проблемы дифференциальных уравнений анализа и алгебры». г Актобе, 24-28 мая, 2022 год, с.156-157
22. Джамалов С.З., Туракулов Х.Ш. Об одной линейной обратной задаче для трёхмерного уравнения Трикоми с нелокальный краевый условием в призматической неограниченной области. Материалы конференции «Актуальные задачи математики, механики и информатики», посвященной 80-летию профессора Т.Г. Мустафина, Караганда, 2022 год, с. 221-222.