В.И. РОМАНОВСКИЙ НОМИДАГИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

ХАЖИЕВ ИКРОМБЕК ОЗОДОВИЧ

АРАЛАШ ТУРДАГИ ЮҚОРИ ТАРТИБЛИ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ТЕНГЛАМАЛАР СИСТЕМАСИ УЧУН НОКОРРЕКТ МАСАЛАЛАР

01.01.02 – Дифференциал тенгламалар ва математик физика (физика-математика фанлари)

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ ДОКТОРИ (DSc) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

ТОШКЕНТ – 2022

УДК: 517.956.6+517.983.54

Докторлик диссертацияси автореферати мундарижаси

Оглавление автореферата докторской диссертации

Content of the abstract of doctoral dissertation

Хажиев Икромбек Озодович
Аралаш турдаги юқори тартибли дифференциал тенгламалар ва тенгламалар системаси учун нокоррект масалалар 3

Хажиев Икромбек Озодович
Некорректные задачи для дифференциальных уравнений и системы уравнений высокого порядка смешанного типа 35

Khajiev Ikrombek Ozodovich
Ill-posed problems for high order mixed type differential equations and system of equations 67

Эълон қилинган ишлар рўйхати
Список опубликованных работ
List of published works ……...……..... 71

В.И. РОМАНОВСКИЙ НОМИДАГИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

ХАЖИЕВ ИКРОМБЕК ОЗОДОВИЧ

АРАЛАШ ТУРДАГИ ЮҚОРИ ТАРТИБЛИ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ТЕНГЛАМАЛАР СИСТЕМАСИ УЧУН НОКОРРЕКТ МАСАЛАЛАР

01.01.02 – Дифференциал тенгламалар ва математик физика (физика-математика фанлари)

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ ДОКТОРИ (DSc) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

ТОШКЕНТ – 2022

Фан доктори (DSc) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2019.2.DSc/FM136 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифаси (http://kengash.mathinst.uz) ва «Ziyonet» Ахборот таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий маслаҳатчи:	**Фаязов Кудратилло Садридинович** физика-математика фанлари доктори, профессор
Расмий оппонентлар:	**Дурдиев Дурдимурод Каландарович** физика-математика фанлари доктори, профессор
	Пятков Сергей Григорьевич физика-математика фанлари доктори, профессор
	Уразбоев Гайрат Уразалиевич физика-математика фанлари доктори, доцент
Етакчи ташкилот:	**С.Л. Соболев номидаги Математика институти (Россия)**

Диссертация ҳимояси В.И. Романовский номидаги Математика институти ҳузуридаги DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2022 йил « 28 » июль соат 16:00 даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 9-уй. Тел.: (+99871)-207-91-40, e-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz.)

Диссертация билан В.И. Романовский номидаги Математика Институтининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (142- рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 9-уй. Тел.: (+99871)-207-91-40).

Диссертация автореферати 2022 йил « 13 » июль куни тарқатилди.
(2022 йил « 13 » июлдаги 2- рақамли реестр баённомаси).

У.А. Розиков
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш раиси, ф.-м.ф.д., профессор

Ж.К. Адашев
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.д., катта илмий ходим

А. Азамов
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш ҳузуридаги Илмий семинар раиси, ф.-м.ф.д., академик

КИРИШ (докторлик диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар аксарият ҳолларда математик физиканинг нокоррект чегаравий масалаларини тадқиқ қилишга келтирилади. Шу жумладан, аралаш турдаги дифференциал тенгламалар ва тенгламалар системасига қўйилган нокоррект чегаравий масалалар газ динамикаси муаммоларида, сиртларнинг чексиз кичик эгилишлари назариясида, сув сатҳининг ўзгаришини ўрганишда, электронлар тақсимоти назариясида, магнитли гидродинамикада, математик биология ва бошқа соҳалар муаммоларида қўлланилади. Маълумки, нокоррект масалаларни ечиш ва уларнинг тақрибий ечимини қуриш асосан математик физиканинг модел тенгламалари учун бажарилган. Ноклассик тенгламалар ва тенгламалар системаси учун нокоррект масалаларни шартли турғунликка текшириш, мос корректлик тўпламида тақрибий ечимини қуриш амалий тадқиқотларнинг муҳим вазифаларидан бири бўлиб қолмоқда.

Ҳозирги кунда аралаш турдаги тенгламалар ва тенгламалар системаси учун нокоррект чегаравий масалаларни тадқиқ қилиш математик физиканинг долзарб муаммоларидан бири ҳисобланади. Хусусий ҳосилали дифференциал тенгламаларга қўйилган нокоррект чегаравий масалалар тадқиқотида ечимнинг априор баҳосини аниқлаш, ягоналик ва шартли турғунлик теоремаларини исботлаш, регулярлашган ечимни қуриш муҳим аҳамият касб этади. Аралаш турдаги тенгламалар сифатида вақт бўйича йўналишини ўзгартирувчи параболик турдаги, гипербола-эллиптик турдаги ва битта чизиқда бузилишга эга тенгламалар қаралган. Мазкур тенгламалар ва тенгламалар системалари учун нокоррект масалаларни шартли турғунликка текшириш ва тақрибий ечимларини қуриш мақсадли илмий тадқиқотлардан ҳисобланади.

Мамлакатимизда фундаментал фанларнинг илмий ва амалий тадбиқига эга бўлган дифференциал тенгламалар ва математик физиканинг долзарб йўналишларига эътибор кучайтирилди. Жумладан, тескари ва нокоррект масалаларни ўрганишга алоҳида эътибор қаратилди. Ҳозирги даврга ча республикамизда классик турдаги дифференциал тенгламалар ва уларнинг системалари, аралаш турдаги дифференциал тенгламалар ва уларнинг системалари учун нокоррект масалаларга оид салмоқли натижаларга эришилган. Математик фанларнинг устувор йўналишлари бўйича, айниқса, «алгебра ва функционал анализ, дифференциал тенгламалар ва математик физика, динамик системалар назарияси» бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш Фанлар Академияси В.И. Романовский номидаги Математика институти фаолиятининг асосий вазифаси ва йўналиши этиб белгиланган[1]. Қарор ижросини таъминлашда математик физиканинг нокоррект масалаларини ривожлантириш муҳим аҳамиятга эга.

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Махкамасининг 2017 йил 18 майдаги “Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академиясининг янгидан ташкил этилган илмий тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида”ги 292-сонли қарори.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги ПФ-4947-сон «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича харакатлар стратегияси тўғрисида»ги Фармони, 2019 йил 9 июлдаги ПҚ-4387-сон «Математика таълими ва фанларини янада ривожлантиришни давлат томонидан қўллаб-қувватлаш, шунингдек, Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академиясининг В.И.Романовский номидаги Математика институти фаолиятини тубдан такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги ва 2020 йил 7 майдаги ПҚ-4708-сон «Математика соҳасидаги таълим сифатини ошириш ва илмий-тадқиқотларни ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги қарорлари ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив–ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишда ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотларнинг республика фан ва технологиясини ривожлантиришнинг устувор йуналишларига боғлиқлиги. Ушбу тадқиқот ЎзР фан ва технологияларни ривожлантиришнинг устувор йўналишларига мувофиқ амалга оширилди IV. «Математика, механика, информатика».

Диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий тадқиқотлар шарҳи[2]. Дифференциал тенгламалар ва тенгламалар системалари учун нокоррект масалалар ва уларни шартли корректликка текшириш, регулярлашган ечимини қуриш бўйича илмий изланишлар етакчи хорижий давлатларнинг илмий марказлари ва олий таълим муассасалари, жумладан Москва давлат университети, Новосибирск давлат университети, Урал давлат университети, Сибир федераль университети, Воронеж давлат университети, С.Л.Соболев номидаги математика институти, Ҳисоблаш математикаси ва математик геофизика институти, Н.Н.Красовский номидаги математика ва механика институти (Россия), Корнелл университети, Алабама университети, Брукхавен миллий лабораторияси, Шарлоттадаги шимолий Каролина университети (АҚШ), Мюнхен университети, Кайзерслаутерн техника университети, Саара университети (Германия), Клагенфурт университети (Австралия), Глазго университети (Шотландия), Милан университети (Италия), Измир университети, Кожаели университети (Туркия), Баку университети (Азарбайжон), Токио университети (Япония), Геология ва геофизика институти, Цинхуа университети (Хитой), Лвов политехника миллий университети, Механика ва математиканинг амалий муаммолар институти (Украина), Қозоғистон миллий университети, Математика ва математик моделлаштириш институтида (Қозоғистон) кенг қамровли илмий тадқиқотлар олиб борилмоқда.

---

[2] Диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи: Arkiv Mathematics Astronomis, www.springer.com/mathematics/journal/11512; Ill-posed problems, https://www.elsevier.com, https://www.scival.com; Inverse and Ill-posed Problems, https://www.degruyter.com; www.scopus.com; Некорректная задача, http://www.mathnet.ru; www.scholar.google.com; Ill-posed problems, https://link.springer.com ва бошқа манбалар асосида ишлаб чиқилган.

Дифференциал тенгламалар ва тенгламалар системаси учун нокоррект масалаларни ечиш назариясига оид дунёда олиб борилган тадқиқотлар натижасида қатор долзарб масалалар ечилган бўлиб, жумладан, қуйидаги илмий натижалар олинган: Математик физиканинг нокоррект ва тескари масалаларини ечиш ва регулярлаштириш усуллари топилган, бузилишга эга дифференциал тенгламалар учун нокоррект масалалар ўрганилган (Москва давлат университети, Новосибирск давлат университети, С.Л. Соболев номидаги математика институти, Ҳисоблаш математикаси ва математик геофизика институти, Сибир федераль университети); Карлеман функцияси ва баҳоси назарияси нокоррект масалаларни шартли корректликка текширишда юқори даражада фойдаланилган (Корнелл университети, Брукхавен миллий лабораторияси, Шарлоттадаги шимолий Каролина университети); абстракт дифференциал тенгламалар назарияси ва уларнинг ечимлари характеристикаси ўрганилган (Воронеж давлат университети); бузилишга эга дифференциал тенгламалар учун нокоррект масалаларни регулярлаштириш усуллари билан тақрибий ечиш ўрганилган (Мюнхен университети, Кайзерслаутерн техника университети, Саара университети).

Бугунги кунда ноклассик дифференциал тенгламалар ва тенгламалар системаси учун нокоррект масалалар ечими априор баҳосини топиш, корректлик тўпламини аниқлаш, ягоналик ва шартли турғунлик теоремаларини исботлаш, корректлик тўпламидан ташқарига чиқармайдиган тақрибий ечимни қуриш каби устувор илмий-тадқиқот ишлари амалга оширилмоқда.

Муаммони ўрганилганлик даражаси. Нокоррект масалалар назарияси ўтган асрнинг 60-йилларидан тез ривожлана бошлади. А.Н. Тихонов, В.К.Иванов, М.М. Лаврентьев, F. John машҳур математиклар тескари ва нокоррект масалалар назариясининг асосчилари ҳисобланиб, уларнинг ишларида нокоррект масалаларни ечишнинг асосий усуллари белгилаб берилган. Параболик тенгламалар учун тескари Коши масалалар А.Н.Тихонов, Е.М.Ландис, С.Г. Крейн, J.R. Canon, С.П. Шишатский, H.A. Levine ва бошқаларнинг илмий ишларида қаралган. Бу ишларда параболик турдаги тенгламалар учун Коши масаласини характерламайдиган тескари вақт оралиғи масаласининг шартли корректлиги ўрганилган. Кейинчалик С.Г.Крейн, Х.Левин ва бошқалар томонидан ўз-ўзига қўшма оператор коэффициентли биринчи тартибли дифференциал тенгламалар учун натижалар олинган. Эллиптик турдаги тенгламалар ва тенгламалар системасм учун нокоррект масалаларни шартли корректликка текширишни F. John, М.М. Лаврентьев, С.Г. Крейн, D. Colton, Е.М. Ландис, В.К. Иванов, L.E. Payne, S. Agmon, A.Douglis, Ш. Ярмухамедов, Н.Н. Тарханов, А.А. Шлапунов ва бошқалар тадқиқ қилишган. Гиперболик тенглама ва тенгламалар системаси учун нокоррект масалалар E.H. Young, D.G. Bourgin ва R. Duffin, Б.И. Пташник, Ш.О. Алимов ва бошқалар томонидан ўрганилган.

Ушбу диссертация тадқиқот ишида аралаш турдаги дифференциал

тенгламалар ва тенгламалар системаси учун нокоррект чегаравий масалалар тадқиқ қилинган. Аралаш турдаги тенгламалар сифатида вақт бўйича йўналишини ўзгартирувчи параболик тенглама, гипербола-эллиптик турдаги тенглама ва юқори тартибли аралаш турдаги тенгламалар қаралган. Дастлаб M. Gevrey ишларида вақт бўйича йўналишини ўзгартирувчи параболик тенгламалар ўрганилган. Бироз танаффусдан сўнг бу турдаги тенгламаларга қизиқиш бошланган ва бир нечта мақолалар чоп қилинган. Буларга мисол қилиб M.S. Baouendi ва P. Grisvard, C.D. Pagani ва G. Talenti, L. Cattabriga илмий ишларини келтириш мумкин. С.А. Терсенов ишларида йўналиши ўзгарувчан модел параболик тенглама ва бошқа қатор модел тенгламалар кўриб чиқилган. Кейинчалик бу йўналиш А.М. Нахушев, Н.Н. Кислов, А.А.Керефов, Т.Д. Джураев, И.Е. Егоров, С.Г. Пятков ва бошқаларнинг ишларида ривожлантирилди. Йўналишини ўзгартирувчи юқори тартибли параболик тенгламалар учун турли чегаравий масалалар И.Е. Егоров, С.В.Попов, Д. Аманов ва бошқаларнинг ишларида ўрганилган. Бу турдаги тенгламалар учун нокоррект масалалар H.A. Levine, С.П. Шишатский, К.С.Фаязовларнинг тадқиқот мавзуси бўлган.

Гипербола-эллиптик аралаш турдаги модел тенгламалар учун чегаравий масалалар биринчилардан бўлиб Ф.Трикоми ва С.Геллерстедт илмий ишларида ўрганилган. Ф.И. Франкль, И.Н. Векуа ўзларининг илмий ишларида аралаш турдаги тенгламалар муҳим амалиёт масалалари билан боғлиқ эканлигини кўрсатишган. Кейинчалик аралаш турдаги тенгламалар учун турли масалалар кўплаб математик олимларнинг тадқиқот мавзуси бўлган. Шу жумладан М.А.Лаврентьев, А.В.Бицадзе, M.H. Protter, S. Agmon, C.S.Morawetz, К.И. Бабенко, С.П. Пулькин, М.М. Смирнов, М.С.Салахитдинов, Т.Д.Джураев, В.Н.Врагов, Г.Д. Каратопраклиев J.M.Rassias, К.Б. Сабитов, А.И.Кожанов, А.П.Солдатов ва уларнинг илмий мактабининг илмий ишлари бу турдаги тенгламалар тадқиқотига бағишланган. H.A. Levine, К.С. Фаязов, М. Аламинов, З.Ш.Абдуллаева, Я.К.Худайберганов илмий ишларида аралаш турдаги иккинчи тартибли дифференциал тенгламалар учун нокоррект масалаларни шартли корректликка текшириш ва регулярлашган тақрибий ечимини қуриш билан боғлиқ тадқиқотлар олиб борилган.

Диссертация мавзусининг диссертация бажарилаётган олий таълим муассасининг илмий-тадқитқот ишлари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Ўзбекистон Миллий университети илмий тадқиқот ишлари режасидаги ОТ-Ф1-125 “Реакция-диффузия ва Клейн-Гордон туридаги тенгламалар ва системалар билан ифодаланувчи чизиқсиз жараёнларни компьютерда моделлаштириш ва визуаллаштириш, абстракт дифференциал тенгламалар учун нокоррект масалалар” (2007-2011 йй.) ҳамда Ф-4-30 “Оператор тип коэффициентли дифференциал-оператор тенгламалар учун ички ва чегаравий масалалар” (2012-2016 йй.) фундаментал лойиҳалари доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади йўналишини вақт бўйича ўзгартирувчи параболик, аралаш турдаги дифференциал тенгламалар ва тенгламалар системалари учун нокоррект чегаравий ва нолокал масалаларни шартли корректликка текшириш ва уларнинг регулярлашган тақрибий ечимларини қуриш.

Тадқиқот вазифалари:

биринчи ва иккинчи тартибли оператор коэффициентли дифференциал тенгламалардан ташкил топган системалар учун Коши масалалар ечимлари ягоналиги ва шартли турғунлигини исботлаш, мос корректлик тўпламида регулярлашган тақрибий ечимларини қуриш;

йўналишини вақт бўйича ўзгартирувчи параболик тенгламалар системалари ва аралаш турдаги тенгламалар системалари учун бошланғич-чегаравий масалалар ечимларининг ягоналик ва шартли турғунлик теоремаларини исботлаш ва регулярлаштириш усули билан тақрибий ечимларини қуриш;

аралаш турдаги иккинчи ва тўртинчи тартибли тенгламалар учун, битта чизиқда бузилишга эга икки ўлчовли параболик турдаги тенгламалар системаси учун нолокал масалалар ечимларининг априор баҳосини олиш ва ягоналиги, шартли турғунлигини исботлаш;

йўналишини ўзгартирувчи икки ўлчовли параболик тенгламалар учун бошланғич-чегаравий масалаларни шартли корректликка текшириш ва регулярлашган тақрибий ечимларини қуриш;

битта чизиқда бузилишга эга дифференциал тенгламалар учун бошланғич-чегаравий масалаларни шартли корректликка текшириш ва мос корректлик тўпламида регулярлашган тақрибий ечимини қуриш;

кўп ўлчовли ҳолда аралаш турдаги иккинчи тартибли бир жинсли бўлмаган дифференциал тенглама учун бошланғич-чегаравий масала ечими ягоналиги ва шартли турғунлигини исботлаш;

юқори тартибли битта чизиқда бузилишга эга дифференциал тенгламалар системалари учун бошланғич-чегаравий масалалар ечимлари ягоналиги ва шартли турғунлигини исботлаш.

Тадқиқотнинг объекти вақт бўйича йўналишини ўзгартирувчи параболик тенгламалар, вақт бўйича йўналишини ўзгартирувчи параболик тенгламалар системаси, аралаш турдаги дифференциал тенгламалар, аралаш турдаги дифференциал тенгламалар системаси.

Тадқиқотнинг предмети йўналишини вақт бўйича ўзгартирувчи параболик тенгламалар ва тенгламалар системалари учун нокоррект чегаравий масалалар, аралаш турдаги дифференциал тенгламалар ва тенгламалар системалари учун нокоррект чегаравий масалалардан иборат.

Тадқиқотнинг усуллари. Диссертацияда логарифмик қаварилик, интеграл энергия усуллари ва дифференциал тенгламалар ва математик физика масалаларини ечиш усулларидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

биринчи ва иккинчи тартибли оператор коэффициентли дифференциал тенгламалардан ташкил топган системалар учун Коши масалалар ечимларининг ягоналиги ва шартли турғунлиги исботланган ҳамда мос корректлик тўпламида регулярлашган тақрибий ечимлари қурилган;

йўналишини вақт бўйича ўзгартирувчи параболик тенгламалар ва аралаш турдаги тенгламалар системалари учун бошланғич-чегаравий масалалар ечимларининг ягоналик ва шартли турғунлик теоремалари исботланган ва регулярлаштириш усули билан мос корректлик тўпламида тақрибий ечимлари қурилган;

иккинчи ва тўртинчи тартибли аралаш турдаги тенгламалар, битта чизиқда бузилишга эга икки ўлчовли параболик турдаги тенгламалар системаси учун нолокал масалалар ечимларининг априор баҳоси олинган ҳамда ягоналиги ва шартли турғунлиги исботланган;

кўп ўлчовли ҳолда аралаш турдаги иккинчи тартибли бир жинсли бўлмаган дифференциал тенглама учун бошланғич-чегаравий масала ечими ягоналиги ва шартли турғунлиги исботланган;

юқори тартибли битта чизиқда бузилишга эга дифференциал тенгламалар системалари учун бошланғич-чегаравий масалалар ечимлари ягоналиги ва шартли турғунлиги исботланган ҳамда хусусий ҳолларда мос корректлик тўпламида регулярлашган тақрибий ечимлари қурилган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари аралаш турдаги тенгламалар ва тенгламалар системаси учун нокоррект бошланғич-чегаравий масалалар ечими априор баҳоси иккита чизиқда бузилишга эга дифференциал тенглама ва тенгламалар системаси учун нокоррект чегаравий, нокоррект ички масалаларни шартли корректликка текширишда қўлланилганлигидан иборат.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги математик таҳлил, функционал анализ, дифференциал тенгламалар ва математик физика назарияси, нокоррект масалаларни ечиш усулларидан фойдаланилганлиги ҳамда математик мулоҳазаларнинг ва исботларнинг қатъийлиги билан асосланган.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти аралаш турдаги дифференциал тенгламалар ва тенгламалар системаси назарияси ҳамда нокоррект масалалар назариясининг ривожланиши учун фойдаланиш мумкинлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти аралаш турдаги дифференциал тенгламалар ва тенгламалар системаларига қўйилган нокоррект чегаравий масалалар билан ифодаланувчи ишораси ўзгарувчан коэффициентли суюқликлар ҳаракати, транстовушли газ динамикаси, магнитли гидродинамика, акустик тўлқинлар тарқалиши каби жараёнларнинг моделларига тадбиқ этиш билан белгиланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Аралаш турдаги юқори тартибли дифференциал тенгламалар ва тенгламалар системаси учун

нокоррект масалалар бўйича олинган натижалар асосида:

иккинчи тартибли аралаш турдаги тенгламалар, битта чизиқда бузилишга эга икки ўлчовли параболик турдаги тенгламалар системаси учун чегаравий масалалар ечимларининг априор баҳосидан «Эллиптик комплекслар билан боғлиқ оператор тенгламалар ечимларини регулярлаштириш» мавзусидаги хорижий грант лойиҳаси эллиптик ва параболик тенгламалар учун турли бошланғич-чегаравий масалаларини шартли турғунликка текширишда фойдаланилган (Сибир федерал университети Математика ва фундаментал информатика институтининг 2022 йил 26 апрелдаги 204-сонли маълумотномаси, Россия). Илмий натижаларнинг қўлланилиши эллиптик ва параболик тенгламаларни ўз ичига олган трансмиссиянинг турли бошланғич-чегаравий масалаларини қиёсий таҳлил қилиш, оптимал функционал фазоларни ва электр зарядларнинг тарқалиши жараёнларини тавсифлаш учун математик таҳлил усулларни танлаш имконини берган.

юқори тартибли битта чизиқда бузилишга эга дифференциал тенгламалар системаси учун бошланғич-чегаравий масала ечими ягоналиги ва шартли турғунлигидан ОТ-Ф4-02 рақамли «Математик физиканинг ҳолатлар тўплами чексиз бўлган моделлари термодинамикаси» мавзусидаги фундаментал лойиҳада интегро-дифференциал тенгламалар системаси учун қўйилган тескари масалани ечишда фойдаланилган (Бухоро давлат университетининг 2022 йил 25 апрелдаги 04-04/01-0881-сонли маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши SH тўлқинли интегро-дифференциал тенгламалар системаси учун қўйилган тескари масала ечимининг мавжудлиги ва ягоналигини исботлаш имконини берган.

битта чизиқда бузилишга эга иккинчи тартибли дифференциал тенглама учун бошланғич-чегаравий масалага мос спектрал масаланинг хос қийматлари ва хос функцияларидан ОТ-Ф-4-(36+32) рақамли «Математик физика ва оптимал бошқарув масалаларини ечишнинг янги усулларини ишлаб чиқиш» мавзусидаги фундаментал лойиҳада кўп ўлчовли ҳолда балка тебранишидаги бошланғич-чегаравий масала ечимини қуришда фойдаланилган (Ўзбекистон Миллий университетининг 2021 йил 16 декабрдаги 04/11-8352 сонли маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши кўп ўлчовли ҳолда балка тебранишидаги бошланғич-чегаравий масалага мос спектрал масаланинг хос функциялари ва хос сонларини топиш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Диссертация иши бўйича тадқиқот натижалари 23 илмий-амалий анжуманларда, жумладан 13 та халқаро ва 10 та республика илмий - амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Диссертация мавзуси бўйича жами 43 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий аттестатция комиссиясининг фан докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий

нашрларда 18 та мақола, жумладан, 6 таси хорижий ва 12 таси республика журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг ҳажми ва тузилиши. Диссертация кириш, бешта боб, хулоса, фойдаланилган адабиётлар рўйхати ва иловадан иборат. Диссертациянинг ҳажми 217 бетни ташкил этган.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмда диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзу бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар берилган.

Диссертациянинг «**Абстракт дифференциал тенгламалар системаси учун нокоррект чегаравий масалалар**» деб номланган биринчи бобида асосий натижаларни баён қилишда зарур бўладиган ёрдамчи маълумотлар келтирилган, оператор коэффициентли биринчи ва иккинчи тартибли дифференциал тенгламалардан ташкил топган системалар учун Коши масалалар ечимлари учун априор баҳолар олинган ва ягоналик, шартли турғунлик теоремалари исботланган. Мос корректлик тўпламларида регулярлашган тақрибий ечимлари қурилган.

Биринчи бобнинг биринчи параграфида диссертация мавзуси бўйича олдин бажарилган тадқиқотларни умумлаштирувчи қисқача маълумот, коррект ва нокоррект масала тушунчаси, шартли коррект таърифи, А.Н.Тихонов теоремаси, логарифмик қабариқ функция таърифи, регулярлаштирувчи оила таърифи келтирилган.

Биринчи бобнинг иккинчи параграфида биринчи тартибли дифференциал-оператор тенгламалар системаси учун нокоррект масала ўрганилган.

Фараз қиламиз $\left(u(t),v(t)\right)$ скаляр $t\left(0<t<T\right)$ аргументнинг функциялари бўлиб, қийматларини H Гильберт фазодан қабул қилсин, $f(t)$ ҳам t скаляр аргументининг функцияси бўлиб, қийматларини H Гильберт фазосидан қабул қилсин. Ушбу

$$\begin{cases} u_t(t)-Nu(t)=f(t), \\ v_t(t)-Av(t)=u(t) \end{cases} \tag{1}$$

оператор коэффициентли абстракт дифференциал тенгламалар системасини

$$u(0)=u_0, v(0)=v_0 \tag{2}$$

шартлар билан қараймиз, бу ерда N- ўзгармас чегараланмаган нормал оператор, спектр таркибига нол нуқта ва атрофи кирмайди, A- ўз-ўзига қўшма оператор.

У ҳолда (1) - (2) масала ечими учун $t \in (0,T)$ бўлганда

$$\begin{cases} \|u(t)\| \le \left(\|u(0)\| + \int\limits_0^T \|f(t)\| dt \right)^{1-\frac{t}{T}} \left(\|u(T)\| + \int\limits_0^T \|f(t)\| dt \right)^{\frac{t}{T}} + \int\limits_0^T \|f(t)\| dt, \\ \|v(t)\| \le \left(\|v(0)\| + \int\limits_0^T \|u(t)\| dt \right)^{1-\frac{t}{T}} \left(\|v(T)\| + \int\limits_0^T \|u(t)\| dt \right)^{\frac{t}{T}} + \int\limits_0^T \|u(t)\| dt \end{cases} \quad (3)$$

тенгсизликлар ўринли.

Ушбу (3) тенгсизликлар (1) тенгламалар системаси ечими учун априор баҳо эканлигини англаш қийин эмас. Бундан келиб чиқадики, N ва A операторлар учун берилган шартлар бўйича (1)-(2) масала ечими шартли турғун бўлади, агар $u \in M$ бўлса, бу ерда

$$M = \left\{ \|u(T)\| + \|v(T)\| \le m \right\}.$$

1-теорема. Фараз қилайлик, (1) - (2) масала ечими мавжуд ва $(u,v) \in M$. У ҳолда (1) - (2) масала ечими ягона.

Белгилашлар киритайлик, $(u(t), v(t))$ функциялар (1)-(2) масаланинг $u_0, v_0, f(t)$ аниқ берилганлар билан ечими, $(u_\varepsilon(t), v_\varepsilon(t))$ эса (1)-(2) масаланинг $u_{0\varepsilon}, v_{0\varepsilon}, f_\varepsilon(t)$ тақрибий берилганлар билан ечими бўлсин.

2-теорема. Фараз қилайлик, (1) - (2) масала ечими мавжуд, $\|u_0 - u_{0_\varepsilon}\| \le \varepsilon$, $\|v_0 - v_{0_\varepsilon}\| \le \varepsilon$, $\|f - f_\varepsilon\| \le \varepsilon$, $0 < t < T$ ва $(u,v), (u_\varepsilon, v_\varepsilon) \in M$, бу ерда $\varepsilon > 0$. У ҳолда

$$\|v(t) - v_\varepsilon(t)\| \le \delta_2(\varepsilon, t), \|u(t) - u_\varepsilon(t)\| \le \delta_1(\varepsilon, t),$$

бунда

$$\delta_1(\varepsilon, t) = \left((T+1)\varepsilon \right)^{1-\frac{t}{T}} \left(2m + T\varepsilon \right)^{\frac{t}{T}} + T\varepsilon,$$

$$\delta_2(\varepsilon, t) = \left(\varepsilon + \gamma(m, \varepsilon, T) \right)^{1-\frac{t}{T}} \left(2m + \gamma(m, \varepsilon, T) \right)^{\frac{t}{T}} + \gamma(m, \varepsilon, T),$$

$$\gamma(m, \varepsilon, T) = T(2m + T\varepsilon) / \ln\left(\frac{2m + T\varepsilon}{(T+1)\varepsilon} \right) + T^2 \varepsilon.$$

Биринчи бобнинг учинчи параграфида иккита чизиқли чегараланмаган операторли биринчи ва иккинчи тартибли абстракт дифференциал тенгламалар системаси учун нокоррект қўйилган чегаравий масала шартли турғунликка текширилган.

Фараз қилайлик, $u(t), v(t)$ скаляр $t \in [0,T]$ аргументнинг функциялари бўлсин, қийматларини H (ҳақиқий) Гильберт фазодан қабул қилади.

Ушбу дифференциал тенгламалар системасини қараймиз

$$\begin{cases} Bv_{tt}(t) - Av(t) = 0, \\ Bu_t(t) - Au(t) = v(\mathrm{t}) \end{cases} \tag{4}$$

бу ерда $A-$ ўз-ўзига қўшма мусбат аниқланган оператор бўлиб, аниқланиш соҳаси $D(A)$ ва H фазода зич жойлашган; B - ўз-ўзига қўшма оператор бўлиб, H фазони H фазога изоморф акслантирсин, бундан ташқари $E^+ + E^- = I$ бўлсин, бу ерда E^+, E^- - B оператор спекторининг мусбат ва манфий қисмларига мос келувчи спектрал проекторлар.

Масала. (4) тенгламалар системаси ва

$$v(0) = f,\ v_t(0) = g,\ u(0) = h. \tag{5}$$

шартларни қаноатлантирувчи ечимини топинг. Бунда (4) тенгламалар системаси ечими деганда қийматлари H фазодан олинган $(u(t), v(t))$ функциялар жуфтлиги тушунилади, қайсики $u(t)$, $v(t)$ функциялар $[0,T]$ сегментда кучли узлуксиз, шу сегментнинг барча ички нуқталарида тенгламалар системасида иштироқ этувчи кучли ҳосилаларга эга ва (4) тенгламалар системасини қаноатлантиради. Булардан келиб чиқадики, $0 < t < T$ бўлганда $u(t), v(t) \in D$, бу ерда $D = D(A) \cap D(\mathrm{B})$.

Тўплам киритамиз $M = \left\{ \left(Av(T), v(T) \right) + \left\| u(T) \right\|_0^2 \le m^2 \right\}$.

3-теорема. Фараз қилайлик, (4) тенгламалар системасининг (5) шартни қаноатлантирадиган ечими мавжуд ва $u(t), v(t) \in M$ бўлсин, у ҳолда (4) - (5) масала ечими ягонадир.

4-теорема. Фараз қилайлик, (4) тенгламалар системасининг (5) шартни қаноатлантирувчи ечими мавжуд ва $\left\| U(0) \right\| \le \varepsilon$, $\left(AV(0), V(0) \right) \le \varepsilon^2$, $\left| \left(AV(0), B^{-1}AV(0) \right) \right| \le \varepsilon^2$, $\left(AV'(0), V'(0) \right) \le \varepsilon^2$, $u(t), v(t) \in M$ бўлсин, у ҳолда (4)-(5) масала ечими учун

$$\left\| V(t) \right\|_0 \le \omega(\varepsilon, M, t),$$

$$\left\| U(t) \right\|_0 \le 2\left(\varepsilon^2 + \int_0^T \omega(\varepsilon, M, t)dt \right)^{\frac{T-t}{T}} \left(2m^2 + \int_0^T \omega(\varepsilon, M, t)dt \right)^{\frac{t}{T}} + \int_0^T \omega(\varepsilon, M, t)dt,$$

баҳолар ўринли, бу ерда $\omega(\varepsilon, M, t) = c(t)\left(\varepsilon^2 \right)^{\frac{T-t}{T}} \left(2m^2 + \varepsilon^2 \right)^{\frac{t}{T}} / \lambda$.

Умумийликни йўқотмасдан, дейлик $g = 0$, $\left\| f - f_\varepsilon \right\|_0 \le \varepsilon$, $\left\| h - h_\varepsilon \right\|_0 \le \varepsilon$ ва $u, v \in M$ бўлсин, у ҳолда аниқ ечим ва тақрибий берилганлар учун тақрибий ечим орасидаги фарқ нормаси учун баҳолар олинган. Ушбу тенгсизликлар ўнг тарафини минималлаштириб регулярлаштириш параметри аниқланади, бу сонли ҳисоблашларда фойдаланилади.

Биринчи бобнинг тўртинчи параграфида оператор коэффициентли иккинчи тартибли абстракт дифференциал тенгламалар системаси учун

чегаравий масаланинг шартли турғунлиги ўрганилган.

Фараз қиламиз $v(t), u(t)$ функциялар t, $0 \le t \le T$, скаляр аргументли ва қийматларини H Гильберт фазосидан олсин.

Дифференциал тенгламалар системасини қараймиз

$$\begin{cases} Bv_{tt}(t) - Av(t) = f, \\ Bu_{tt}(t) - Au(t) = v(t) \end{cases} \tag{6}$$

бу ерда $A-$ ўз-ўзига қўшма ва мусбат аниқланган оператор бўлиб, аниқланиш соҳаси $D(A)$ ва H фазода зич жойлашган; B - ўз-ўзига қўшма оператор бўлиб, H фазони H фазога изоморф акслантирсин, бундан ташқари $E^+ + E^- = I$ бўлсин, бу ерда E^+, E^- - B оператор спекторининг мусбат ва манфий қисмларига мос келувчи спектрал проекторлар.

Коши масаласи. (6) тенгламалар системасини ва

$$v(0) = g_1, v_t(0) = g_2, u(0) = g_3, u_t(0) = g_4. \tag{7}$$

шартларни қаноатлантирувчи ечимни топинг.

1-лемма. Фараз қиламиз $\omega(t)$ функция $\omega''(t) - \lambda\omega(t) = g(t)$, тенгламанинг ечими ва $\omega(0) = w_1$, $\omega'(0) = w_2$ шартларни қаноатлантирсин, у ҳолда ушбу тенглама ечими учун $t \in (0, T)$ бўлганда

$$\int_0^t w^2(\tau)d\tau \le c(t)\left(Tw_1^2 + \gamma\right)^{1-r(t)} \left(\int_0^T w^2(\tau)d\tau + \gamma\right)^{r(t)}$$

тенгсизлик ўринли, бу ерда λ - бирор константа, $g(t)$ - берилган функция,

$$\gamma = (2T^2 + 3)\int_0^T g^2(t)dt + 2\left|\lambda w_1^2 - w_2^2\right|T + 2\left|w_1 w_2\right|, \qquad r(t) = \frac{1 - e^{-2t}}{1 - e^{-2T}},$$

$$c(t) = \exp\left((T+1)\frac{\left(1 - e^{-2t}\right)T - \left(1 - e^{-2T}\right)t}{1 - e^{-2T}}\right).$$

Фараз қиламиз $\|g\|_1^2 = \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k^+ \left(g_k^+\right)^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left|\lambda_k^-\right| \left(g_k^-\right)^2$, бунда $g_k^{\pm} = \pm\left(Dg, \varphi_k^{\pm}\right)$, $D = E^+ - E^-$, $\lambda_k^{\pm}$- мос спектрал масаланинг мусбат ва манфий хос сонлари, φ_k^+, φ_k^- - хос функциялар.

Корректлик M тўпламини қуйидаги шаклда киритамиз

$$M = \left\{(v, u) : \|v(T)\|_0^2 + \|u(T)\|_0^2 \le m^2\right\}.$$

1-лемма асосида (6), (7) масаланинг ечими ягоналиги ва шартли турғунлиги теоремалари мос корректлик тўпламда исботланган.

Диссертациянинг **«Аралаш турдаги тенгламалар системалари учун бошланғич-чегаравий масалалар»** деб номланган иккинчи бобида биринчи, иккинчи ва учинчи тартибли аралаш турдаги тенгламалардан ташкил топган системалар учун бошланғич-чегаравий масалалар шартли корректликка

текширилган ва мос корректлик тўпламда регулярлашган тақрибий ечимлари қурилган.

Ушбу бобнинг биринчи параграфи иккита қисмдан ташкил топган бўлиб, йўналишини вақт бўйича ўзгартирувчи параболик тенгламалар системалари учун нокоррект бошланғич-чегаравий масалалар ўрганилган.

I. Ушбу

$$\begin{cases} \operatorname{sgn}(x) v_t(x,t) + v_{xx}(x,t) = 0, \\ \operatorname{sgn}(x) u_t(x,t) + u_{xx}(x,t) = v(x,t) \end{cases} \tag{8}$$

тенгламалар системаси учун $\Omega = \{-1 < x < 1, x \neq 0, 0 < t < T\}$ соҳада бошланғич чегаравий масалани қараймиз.

Масаланинг қўйилиши. (8) тенгламалар системасининг, бошланғич

$$u(x,0) = f(x), v(x,0) = g(x), -1 \le x \le 1, \tag{9}$$

чегаравий

$$u(-1,t) = u(1,t) = 0,\ v(-1,t) = v(1,t) = 0,\ 0 \le t \le T, \tag{10}$$

ва тикиш шартларни

$$\left.\begin{aligned} u(-0,t) = u(+0,t), u_x(-0,t) = u_x(+0,t), \\ v(-0,t) = v(+0,t), v_x(-0,t) = v_x(+0,t), \end{aligned}\right\}, 0 \le t \le T. \tag{11}$$

қаноатлантирувчи $(u(x,t), v(x,t))$ ечимини топинг.

2-лемма. Фараз қиламиз $u(x,t)$ функция $\operatorname{sgn} x u_t(x,t) + u_{xx}(x,t) = v(x,t)$ тенгламани ва $u(-1,t) = u(1,t) = 0$, $u(-0,t) = u(+0,t)$, $u_x(-0,t) = u_x(+0,t)$ шартларни қаноатлантирсин, у ҳолда $u(x,t)$ функция учун

$$\|u(x,t)\|_0 \leqslant \sqrt{2}\left(\|u(x,0)\|_0 + \alpha\right)^{\frac{T-t}{T}} \left(\|u(x,T)\|_0 + \alpha\right)^{\frac{t}{T}} + \alpha$$

баҳо ўринли, бу ерда $\alpha = \left(\int_0^T \|v(x,t)\|_0^2 dt\right)^{\frac{1}{2}}$.

Корректлик $M = \left\{(u,v) : \|u(x,T)\|_0 + \|v(x,T)\|_0 \leqslant m\right\}$. тўпламни киритамиз.

Ушбу корректлик тўпламда (8)-(11) масаланинг ечими ягоналиги ва шартли турғунлиги бўйича теоремалар 2-лемма асосида исботланган.

Фараз қиламиз (8)-(11) масалада $f(x) = 0$, ечими мавжуд, $\|g(x) - g_\varepsilon(x)\|_0 \leqslant \varepsilon$ ва $\left(u(x,t), v(x,t)\right) \in M$ бўлсин. У ҳолда аниқ ечим ва тақрибий берилганлар учун регулярлашган ечим орасидаги фарқ нормаси учун баҳо олинган.

II. $\Omega = \{|x| < 1, x \neq 0, 0 < t < T\}$ соҳада

$$\begin{cases} u_t + \operatorname{sgn} x u_{xx} + av = f(x,t), \\ v_t + \operatorname{sgn} x v_{xx} + bu = g(x,t), \end{cases} \tag{12}$$

тенгламалар системасини тадқиқ қиламиз, бу ерда a, b - ўзгармас сонлар,

$ab>0$, $f(x,t), g(x,t)$ - манба функциялари бўлиб, етарлича силлиқ функциялар.

Фараз қиламиз $(u(x,t), v(x,t))$ функциялар жуфтлиги Ω соҳада (12) тенгламалар системасини, бошланғич

$$u\big|_{t=0}=\varphi(x),\ v\big|_{t=0}=\psi(x),\ x\in[-1;1] \tag{13}$$

чегаравий (10) ва тикиш (11) шартларни қаноатлантирсин, бу ерда $(x,t)\in\bar{\Omega}$ учун $\varphi(x), \psi(x)$ - етарлича силлиқ функциялар, ҳамда $\varphi(x)\big|_{x=\pm1}=\psi(x)\big|_{x=\pm1}=0$.

3-лемма. Фараз қиламиз $\big(u(x,t), v(x,t)\big)$ функциялар жуфтлиги Ω соҳада (12) тенгламалар системасини ҳамда (10), (11), (13) шартларни қаноатлантиради, у ҳолда улар учун

$$\|u\|_0\le\frac{\theta(t)}{2|b|},\ \|v\|_0\le\frac{\theta(t)}{2\sqrt{ab}},$$

тенгсизликлар ўринли, бу ерда

$$\theta(t)=\sqrt{2}\left(\|\bar{\varphi}(x)\|_0+\alpha\right)^{\frac{T-t}{T}}\left(\left\|bu(x,T)+\sqrt{ab}v(x,T)\right\|_0+\alpha e^{-\sqrt{ab}T}\right)^{\frac{t}{T}}+\alpha e^{-\sqrt{ab}t}+$$

$$\sqrt{2}\left(\|\bar{\psi}(x)\|_0+\beta\right)^{\frac{T-t}{T}}\left(\left\|bu(x,T)-\sqrt{ab}v(x,T)\right\|_0+\beta e^{\sqrt{ab}T}\right)^{\frac{t}{T}}+\beta e^{\sqrt{ab}t},$$

$$\alpha=\left(\int_0^T\|\bar{f}\|_0^2\,dt\right)^{1/2},\quad \beta=\left(\int_0^T\|\bar{g}\|_0^2\,dt\right)^{1/2},\quad \bar{f}=\left(bf+\sqrt{ab}g\right)e^{\sqrt{ab}t},\quad \bar{\varphi}=b\varphi+\sqrt{ab}\psi,$$

$$\bar{g}=\left(bf-\sqrt{ab}g\right)e^{-\sqrt{ab}t},\ \bar{\psi}=b\varphi-\sqrt{ab}\psi.$$

Фараз қиламиз (12), (13) масала ечими мавжуд ва $(u,v)\in M$, у ҳолда унинг ягоналиги в шартли турғунлиги исботланган.

Фараз қиламиз (12), (13) масалада $\varphi(x)=0, \psi(x)=0$, масаланинг ечими мавжуд, $\max\limits_{t\in[0;T]}\|f(x,t)-f_\varepsilon(x,t)\|_0\le\varepsilon$, $\max\limits_{t\in[0;T]}\|g(x,t)-g_\varepsilon(x,t)\|_0\le\varepsilon$ ва $\big(u(x,t), v(x,t)\big)\in M$. У ҳолда аниқ ечим ва тақрибий берилганларга мос тақрибий ечим орасидаги фарқ нормаси учун баҳолар олинган.

Иккинчи бобнинг иккинчи параграфида бир жинсли иккинчи тартибли аралаш турдаги ва йўналишини вақт бўйича ўзгартирувчи параболик тенгламалардан ташкил топган система учун бошланғич-чегаравий масаланинг шартли корректлиги ўрганилган. Мос корректлик тўпламида регулярлашган ечими қурилган.

Ушбу

$$\begin{cases}\operatorname{sgn}x\,v_{tt}(x,t)+v_{xx}(x,t)=0,\\ \operatorname{sgn}x\,u_t(x,t)+u_{xx}(x,t)=v(x,t),\end{cases} \tag{14}$$

тенгламалар системасини $\Omega=\{-1<x<1, x\ne0,\ 0<t<T\}$ соҳада қараймиз.

Масаланинг қўйилиши. (14) тенгламалар системасининг, бошланғич

$$u(x,0)=f(x),\ v(x,0)=g(x),\ v_t(x,0)=h(x),\ -1\le x\le 1, \qquad (15)$$

чегаравий (10) ва тикиш (11) шартларни қаноатлантиручи $(u(x,t),v(x,t))$ ечимини топинг.

Корректлик M тўплами

$$M=\left\{(u,v):\int_{-1}^{1}u^2(x,T)dx+\int_{-1}^{1}v_x^2(x,T)dx\le m^2\right\}.$$

5-теорема. Фараз қиламиз (14), (15) масала ечими мавжуд ва $(u(x,t),v(x,t))\in M$, у ҳолда масала ечими ягона.

6-теорема. Фараз қиламиз (14), (15) масала ечими мавжуд, $(u(x,t),v(x,t))\in M$, $(u_\varepsilon(x,t),v_\varepsilon(x,t))\in M$ $\|f(x)-f_\varepsilon(x)\|\le\varepsilon$, $\|g(x)-g_\varepsilon(x)\|_{W_2^2}\le\varepsilon$, $\|h'(x)-h'_\varepsilon(x)\|\le\varepsilon$ бўлсин. У ҳолда (14), (15) масала ечими

$$\|v(x,t)-v_\varepsilon(x,t)\|^2\le\gamma(m,\varepsilon),$$

$$\|u(x,t)-u_\varepsilon(x,t)\|^2\le\left(\varepsilon^2+\gamma(m,\varepsilon)\right)^{\frac{T-t}{T}}\left(2m^2+\gamma(m,\varepsilon)\right)^{\frac{t}{T}}+\gamma(m,\varepsilon)$$

тенгсизликларни қаноатлантиради, бу ерда

$$\gamma(m,\varepsilon)=4\int_0^T\left(2\varepsilon^2\right)^{\frac{T-t}{T}}\left(2m^2+\varepsilon^2\right)^{\frac{t}{T}}e^{2t(T-t)}dt.$$

Фараз қиламиз (14), (15) масала ечими мавжуд, $\left(u(x,t),v(x,t)\right)\in M$, бундан ташқари $\|f(x)-f_\varepsilon(x)\|\le\varepsilon$, $\|g(x)-g_\varepsilon(x)\|\le\varepsilon$, $\|h(x)-h_\varepsilon(x)\|\le\varepsilon$ бўлсин. У ҳолда аниқ ечим ва регулярлаштириш усули билан қурилган тақрибий берилганларга мос тақрибий ечим орасидаги фарқ нормаси учун баҳолар олинган.

Иккинчи бобнинг учинчи параграфи аралаш турдаги иккинчи тартибли тенгламалар системаси учун нокоррект чегаравий масаланинг шартли корректлиги ва тақрибий ечимини ўрганишга бағишланган.

Масаланинг қўйилиши. Фараз қиламиз $(v(x,t),u(x,t))$ функциялар жуфтлиги $\Omega=\{-1<x<1,x\ne 0,0<t<T\}$ соҳада

$$\begin{cases} sign(x)v_{tt}(x,t)-Lv(x,t)=f(x,t),\\ sign(x)u_{tt}(x,t)-Lu(x,t)=v(x,t),\end{cases} \qquad (16)$$

тенгламалар системасини, бошланғич

$$\left.\begin{aligned} v(x,0)=\varphi_1(x),v_t(x,0)=\varphi_2(x),\\ u(x,0)=\varphi_3(x),u_t(x,0)=\varphi_4(x),\end{aligned}\right\}-1\leqslant x\leqslant 1, \qquad (17)$$

чегаравий (10) ва тикиш (11) шартларини қаноатлантирувчи ечими бўлсин, бу ерда $Lv\equiv-\frac{\partial}{\partial x}\left(p(x)v_x(x,t)\right)+q(x)v(x,t)$ ва $p(x),p'(x),q(x)$ функциялар $[-1,1]$ сегментда узлуксиз, $q(x)\geqslant 0$, $p(x)>p_0$, p_0 - бирор мусбат ўзгармас бўлсин.

7-теорема. Фараз қиламиз $\left(v(t),u(t)\right)$ функциялар жуфтлиги (16), (17) шартларни қаноатлантирувчи тенгламалар системасининг ечими бўлсин, бунда $\varphi_1(x)=0$, $\varphi_3(x)=0$. У ҳолда

$$\int_0^t \|v(x,\tau)\|_0^2\, d\tau \leqslant c(t)\left(\beta\right)^{1-r(t)}\left(\int_0^T \|v(x,t)\|_0^2\, dt+\beta\right)^{r(t)},$$

$$\int_0^t \|u(x,\tau)\|_0^2\, d\tau \leqslant c(t)\left(\theta\right)^{1-r(t)}\left(\int_0^T \|u(x,t)\|_0^2\, dt+\theta\right)^{r(t)}$$

баҳолар ўринли, бу ерда $\beta=(2T^2+3)\int_0^T \|f(x,t)\|_0^2\, dt+2T\|\varphi_2(x)\|_0^2$,

$\theta=(2T^2+3)\int_0^T \|v(x,t)\|_0^2\, dt+2T\|\varphi_4(x)\|_0^2$.

Корректлик $M=\left\{(v,u):\|v(x,T)\|_0^2+\|u(x,T)\|_0^2\leqslant m^2\right\}$ тўпламни киритамиз.

7-теоремадан фойдаланиб M тўпламда (16), (17) масала ечими ягоналиги ва шартли турғунлиги исботланган.

Фараз қиламиз $f(x,t)=0$, $\varphi_1(x)=0$, $\varphi_3(x)=0$, $\varphi_4(x)=0$, (16), (17) масаланинг ечими мавжуд ва $(v(x,t),u(x,t))\in M$, $\left\|\varphi_2(x)-\varphi_{2_\varepsilon}(x)\right\|_0\leqslant\varepsilon$ бўлсин. У ҳолда Тихонов регулярлаштириш ва квази-тескари усуллари билан аниқ ечим ва тақрибий берилганлар бўйича тақрибий ечим орасидаги фарқ нормаси учун баҳолар олинган. Ушбу баҳоларни $\varepsilon>0$ бўлганда мос равишда N ва α ўзгарувчилар бўйича минималлаштириб ε, m ва T катталикларга боғлиқ бўлган регулярлаштириш параметри ҳисобланади.

Иккинчи бобнинг тўртинчи параграфида учинчи тартибли аралаш турдаги тенгламалар системаси учун нокоррект масаланинг шартли корректлиги ва тақрибий ечими тадқиқ қилинган.

Масаланинг қўйилиши. Фараз қиламиз $\left(v(x,t),u(x,t)\right)$ функциялар жуфтлиги $\Omega=\left\{-1<x<1, x\neq 0,\ 0<t<T\right\}$ соҳада

$$\begin{cases} sgn(x)v_{ttt}-Lv_t=sgn(x)f, \\ sgn(x)u_{ttt}-Lu_t=sgn(x)v, \end{cases} \tag{18}$$

тенгламалар системасини, бошланғич

$$\left.\begin{aligned} &v\big|_{t=0}=\varphi_1(x),\ v_t\big|_{t=0}=\varphi_2(x),\ v_{tt}\big|_{t=0}=\varphi_3(x), \\ &u\big|_{t=0}=\psi_1(x),\ u_t\big|_{t=0}=\psi_2(x),\ u_{tt}\big|_{t=0}=\psi_3(x) \end{aligned}\right\}, -1\leq x\leq 1 \tag{19}$$

чегаравий (10) ва тикиш (11) шартларни қаноатлантирувчи ечим бўлсин, бу ерда $Lv(x,t)\equiv-\frac{\partial}{\partial x}\left(p(x)v_x\right)+q(x)v$ ва $p(x)$, $p'(x)$, $q(x)$ - функциялар $[-1,1]$

сегментда узлуксиз, $q(x) \geq 0, p(x) > p_0$, p_0 - мусбат ўзгармас сон.

Корректлик $M = \left\{ (v,u) : \|u_t(x,T)\|_0^2 + \|v_t(x,T)\|_0^2 \leqslant m^2 \right\}$ тўпламни киритамиз.

Ушбу (18), (19) масаланинг $(v,u) \in M$ бўлганда ечими ягоналиги ва шартли турғунлиги ҳақидаги теоремалар исботланган.

Регулярлаштириш усули билан (18), (19) масаланинг корректлик тўпламида тақрибий ечими қурилган

Диссертациянинг **«Аралаш турдаги тенгламалар учун нолокал чегаравий масалалар»** деб номланган учинчи бобида аралаш турдаги иккинчи тартибли дифференциал тенглама, йўналишини ўзгартирувчи параболик тенгламалар системаси ва аралаш турдаги тўртинчи тартибли дифференциал тенглама учун нолокал масалалар ўрганилган. Ушбу масалалар ечимининг ягоналик ва шартли турғунлик теоремалари исботланган.

Учинчи бобнинг биринчи параграфида Лаврентьев-Бицадзе тенгламаси учун нолокал масала шартли корректликка ўрганилган.

Ўрганилаётган масала математик физиканинг нокоррект масалалар синфига киради, яъни масала ечими бошланғич берилганларга узлуксиз боғлиқ эмас. Бундан ташқари, бу масалада кичик махраж муаммоси пайдо бўлади, яъни барча берилганлар учун масала ечими мавжуд ва ягона эмас.

Масаланинг қўйилиши. Фараз қиламиз $\Omega = (-1;1)$, Q соҳа эса $\Omega \times (0,T)$ тўғритўртбурчак бўлсин, $0 < T < +\infty$. Масала: Q соҳадаги

$$\operatorname{sgn} x u_{tt}(x,t) + u_{xx}(x,t) = 0, \tag{20}$$

тенгламанинг ечими бўлган, нолокал

$$\left.\begin{aligned} &\alpha_1 u(x,0) + \beta_1 u(x,T) = f(x), \\ &\alpha_2 u_t(x,0) + \beta_2 u_t(x,T) = g(x) \end{aligned}\right\}, |\alpha_i| + |\beta_i| \neq 0,\ i = 1,2.,\ x \in \bar{\Omega}, \tag{21}$$

чегаравий

$$u(-1,t) = u(1,t) = 0,\ 0 \leq t \leq T, \tag{22}$$

ва тикиш

$$u(-0,t) = u(+0,t),\ u_x(-0,t) = u_x(+0,t),\ 0 \leq t \leq T, \tag{23}$$

шартларни қаноатлантирувчи $u(x,t)$ функцияни топинг, бу ерда $f(x)$, $g(x)$ - етарлича силлиқ функциялар.

Белгилаш киритамиз $\xi = -\dfrac{\alpha_1\alpha_2 + \beta_1\beta_2}{\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1}$, μ_k - $tg\,\mu = -th\mu$ тенгламанинг мусбат илдизлари.

1-шарт. Фараз қиламиз $\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1 \neq 0$, $|\xi| \leq 1$ ва $\mu_k T = \pm \arccos \xi + 2\pi n$ тенглама n ўзгарувчига нисбатан бутун сонларда ечимга эга эмас, $k \in N$.

2-шарт. Фараз қиламиз $\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1 \neq 0$, $\xi > 1$ ва $\mu_k T \neq \ln\left(\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}\right)$, шарт бажарилсин, $k \in N$.

3-шарт. Фараз қиламиз $\alpha_1 = 0,\ \beta_2 = 0$ ва $\mu_k T = \dfrac{\pi}{2} + \pi n$ тенглама n ўзгарувчига нисбатан бутун сонларда ечимга эга эмас, $k \in N$.

8-теорема. Фараз қиламиз 3-шарт бажарилсин. У ҳолда (20)-(23) масаланинг ихтиёрий умумлашган ечими деярли барча (Лебег ўлчови маъносида) $T > 0$ сонлар учун

$$\|u(x,t)\|_0^2 \le C_1 \beta_1^{-2} \|f(x)\|_{W_2^2}^2 + C_2 \alpha_2^{-2} \|g(x)\|_{W_2^1}^2$$

тенгсизлик ўринли, бу ерда C_1, C_2 -мусбат ўзгармас сонлар.

9-теорема. Фараз қиламиз 1-шарт бажарилсин. У ҳолда (20)-(23) масаланинг ихтиёрий умумлашган ечими деярли барча (Лебег ўлчови маъносида) $T > 0$ сонлар учун

$$\|u(x,t)\|_0^2 \le \frac{C_3 \left(|\alpha_2| + |\beta_2|\right)^2}{|\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1|^2} \|f(x)\|_{W_2^3}^2 + \frac{C_4 \left(|\alpha_1| + |\beta_1|\right)^2}{|\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1|^2} \|g(x)\|_{W_2^2}^2$$

тенгсизлик ўринли, бу ерда C_3, C_4 -мусбат ўзгармас сонлар.

10-теорема. Фараз қиламиз 2-шарт бажарилсин. У ҳолда (20)-(23) масаланинг ихтиёрий умумлашган ечими деярли барча (Лебег ўлчови маъносида) $T > 0$ сонлар учун

$$\|u(x,t)\|_0^2 \le C_6 \left[\frac{\left(|\alpha_2| + |\beta_2|\right)^2}{|\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1|^2} \|f(x)\|_0^2 + \frac{\left(|\alpha_1| + |\beta_1|\right)^2}{\mu_1^2 |\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1|^2} \|g(x)\|_0^2 \right]$$

тенгсизлик ўринли, бу ерда C_6 -мусбат ўзгармас сонлар.

Учинчи бобнинг иккинчи параграфида чизиқда бузилишга эга аралаш турдаги тенгламалар системаси учун нолокал чегаравий масала тадқиқ қилинган.

Фараз қиламиз $\Omega_T = \{|x| < 1,\ |y| < 1,\ 0 < t < T\}$, $Q = \{|x| < 1,\ |y| < 1\}$, $Q_1 = \{|x| < 1,\ 0 < t < T\}$, $Q_2 = \{|y| < 1, 0 < t < T\}$.

Ушбу $\Omega_T \cap \{x \ne 0\}$ соҳада

$$\begin{cases} v_t + \operatorname{sgn} x\, v_{xx} + v_{yy} = f(x,y,t), \\ u_t + \operatorname{sgn} x\, u_{xx} + u_{yy} = v(x,y,t). \end{cases} \tag{24}$$

тенгламалар системасини қараймиз.

Фараз қиламиз $(v(x,y,t), u(x,y,t))$ функциялар жуфтлиги $\Omega_T \cap \{x \ne 0\}$ соҳада (24) тенгламалар системасини, нолокал

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 v\big|_{t=0} + \beta_1 v\big|_{t=T} = \varphi(x,y), \\ \alpha_2 u\big|_{t=0} + \beta_2 u\big|_{t=T} = \psi(x,y), \end{aligned}\right\} \ (x,y) \in \bar{Q} \tag{25}$$

чегаравий

$$v(-1,y,t)=v(1,y,t)=0,\ u(-1,y,t)=u(1,y,t)=0,\ (y,t)\in\bar{Q}_2,$$
$$v(x,-1,t)=v(x,1,t)=0,\ u(x,-1,t)=u(x,1,t)=0,\ (x,t)\in\bar{Q}_1, \tag{26}$$

ва тикиш

$$v(-0,y,t)=v(+0,y,t),\ v_x(-0,y,t)=v_x(+0,y,t),\ (y,t)\in\bar{Q}_2,$$
$$u(-0,y,t)=u(+0,y,t),\ u_x(-0,y,t)=u_x(+0,y,t),\ (y,t)\in\bar{Q}_2, \tag{27}$$

шартларни қаноатлантирсин, бу ерда $\varphi(x,y)$, $\psi(x,y)$, $f(x,y,t)$ берилган етарлича силлиқ ва $(x,y)\in\bar{Q}$, $t\in[0,T]$ бўлганда аниқланган функциялар, бунда $\varphi(x,y)\big|_{\partial Q}=0$, $\psi(x,y)\big|_{\partial Q}=0$, α_i,β_i - берилган ҳақиқий сонлар, $|\alpha_i|+|\beta_i|\neq 0,\ i=1,2.$.

4-лемма. Фараз қиламиз $v(x,y,t)$ функция $v_t+\operatorname{sgn}x\,v_{xx}+v_{yy}=f(x,y,t)$ тенгламани $\alpha v\big|_{t=0}+\beta v\big|_{t=T}=\varphi(x,y)$, $\alpha\neq 0$, $\beta\neq 0$, α,β - чегараланган сонлар, $v\big|_{\partial Q}=0$, $v(-0,y,t)=v(+0,y,t)$, $v_x(-0,y,t)=v_x(+0,y,t)$ шартларни қаноатлантиради ва $\alpha+\beta\exp\left(\left(\mu_k^{\pm}+\pi^2n^2\right)T\right)\neq 0$, $k,n\in N$, у ҳолда $v(x,y,t)$ учун

$$\|v(x,y,t)\|_0^2\le C\left(\alpha^{-2}+\beta^{-2}\right)\|\varphi\|_0^2+$$
$$C\left(\alpha^2\beta^{-2}+1\right)\int_0^t\|f(x,y,\tau)\|_0^2\,d\tau+C\left(1+\alpha^{-2}\beta^2\right)\int_t^T\|f(x,y,\tau)\|_0^2\,d\tau$$

баҳо ўринли, бу ерда C - α,β,T катталикларга боғлиқ бирор ўзгармас.

5-лемма. Фараз қиламиз $v(x,y,t)$ функция $v_t+\operatorname{sgn}x\,v_{xx}+v_{yy}=f(x,y,t)$ тенгламани $v\big|_{t=0}=\varphi(x,y)$, $v\big|_{\partial Q}=0$, $v(-0,y,t)=v(+0,y,t)$ $v_x(-0,y,t)=v_x(+0,y,t)$ шартларни қаноатлантиради, у ҳолда $t\in(0,T)$ бўлганда $v(x,y,t)$ учун

$$\|v(x,y,t)\|_0\le\sqrt{2}\left(\|v(x,y,0)\|_0+\gamma\right)^{1-\frac{t}{T}}\left(\|v(x,y,T)\|_0+\gamma\right)^{\frac{t}{T}}+\gamma$$

баҳо ўринли, бу ерда $\gamma=\left(\int_0^T\|f(x,y,t)\|_0^2\,dt\right)^{1/2}$.

Нолокал (25) шартдаги $\alpha_i,\beta_i,i=1,2$ параметрлар қийматига боғлиқ ҳолда (24)-(27) масала коррект ёки нокоррект бўлади.

Агар $\alpha_i,\beta_i,i=1,2$ параметрларнинг камида биттаси нолга тенг бўлса, (24)-(27) масала нокоррект, агар ҳаммаси нолдан фарқли бўлса масала коррект бўлади.

Корректлик тўпламларини қуйидаги шаклларда киритамиз.

$$M_1=\left\{(v,u):\|v(x,y,T)\|_0+\|u(x,y,T)\|_0\le m\right\},\ M_2=\left\{u:\|u(x,y,0)\|_0\le m\right\}$$

Нолокал (25) шартдаги $\alpha_i, \beta_i, i=1,2$ параметрларнинг ҳар хил қийматларида (24)-(27) масаланинг ечими ягоналиги шартли турғунлиги ҳақидаги теоремалар исботланган.

Учинчи бобнинг учинчи параграфида тўртинчи тартибли аралаш турдаги тенглама учун нолокал масала ўрганилган.

Фараз қиламиз $u(x,t)$ функция $\Omega=\{(x,t)\,|\,(-1,1)\times(0,T), x\neq 0\}$ соҳада

$$sgn\,x\frac{\partial^4 u}{\partial t^4}-Lu=0. \tag{28}$$

тенгламани қаноатлантирсин, бу ерда $Lu\equiv-\frac{\partial}{\partial x}\left(p(x)u_x(x,t)\right)+q(x)u(x,t)$, $p(x), p'(x), q(x)$ функциялар $[-1,1]$ сегментда узлуксиз, $q(x)\geqslant 0$, $p(x)>p_0$, p_0 - бирор мусбат ўзгармас.

Масала. Берилган Ω соҳада (28) тенгламани, нолокал

$$\left.\frac{\partial^i u}{\partial t^i}\right|_{t=0}+\left.\frac{\partial^i u}{\partial t^i}\right|_{t=T}=\varphi_i(x),\ i=0,1,2,3,\ x\in[-1,1], \tag{29}$$

чегаравий (22) ва тикиш (23) шартларни қаноатлантирувчи $u(x,t)$ функцияни топинг.

Мусбат $\left\{\lambda_k^+\right\}_{k=1}^{\infty}$ ва манфий $\left\{\lambda_k^-\right\}_{k=1}^{\infty}$ хос сонлар ва уларга мос $\left\{X_k^+(x)\right\}_{k=1}^{\infty}$, $\left\{X_k^-(x)\right\}_{k=1}^{\infty}$ хос функциялар бўлсин, бу ерда λ_k^+, $-\lambda_k^-$ камаювчи бўлмаган кетма-кетликни ташкил қилади. Айтайлик $\mu_k^4=\pm\lambda_k^{\pm}$.

11-теорема. (28), (29) масаланинг $\left(L_2\left(-1,1\right);C[0,T]\right)$ синфдаги ечимининг ягоналиги учун $\mu_k T=\pi+2\pi n$ тенгламанинг k,n ($k,n\in N$) бутун сонларда ечими йўқлиги зарур ва етарли.

12-теорема. Фараз қиламиз $\varphi_j(x)\in W_2^{4-j+\varepsilon}\left(-1;1\right)$, $j=0,1,2,3$ ва 11-теорема шартлари бажарилсин. У ҳолда $T\neq\frac{(2n+1)\pi}{\mu_k}$ (n, k - натурал сонлар) бўлганда (28), (29) масаланинг $W_2^{1,3}\left(\Omega\right)$ фазога тегиши ягона ечими мавжуд ва $\varphi_j(x)$ $j=0,1,2,3$, узлуксиз функцияларга боғлиқ, бундан ташқари

$$\left\|u(x,t)\right\|_0^2\leq C_0\left\|\varphi_0(x)\right\|_{W_2^{4+\varepsilon}}^2+C_1\left\|\varphi_1(x)\right\|_{W_2^{3+\varepsilon}}^2+C_2\left\|\varphi_2(x)\right\|_{W_2^{2+\varepsilon}}^2+C_3\left\|\varphi_3(x)\right\|_{W_2^{1+\varepsilon}}^2$$

баҳо ўринли, бу ерда C_j-ўзгармаслар, $j=0,1,2,3$, $0<\varepsilon<1$.

Диссертациянинг **«Аралаш турдаги тенгламалар учун нокоррект чегаравий масалалар»** деб номланган тўртинчи бобида битта чизиқда бузилишга эга иккинчи тартибли тенгламалар, юқори тартибли тенглама ва кўп ўлчовли ҳолда иккинчи тартибли тенглама учун бошланғич-чегаравий масалалар шартли корректликка текширилган ва регулярлашган ечимлари қурилган.

Тўртинчи бобнинг биринчи параграфида битта чизиқда бузилишга эга иккинчи тартибли дифферениал тенглама учун чегаравий масала қаралган.

Ушбу $\Omega=\{-1<x<1, x\neq 0,\ 0<y<1, 0<t<T, T<\infty\}$ соҳада

$$u_t(x,y,t)+\operatorname{sgn} x u_{xx}(x,y,t)+u_{yy}(x,y,t)=0 \tag{30}$$

дифференциал тенгламани қараймиз.

Масаланинг қўйилиши. Ω соҳада бошланғич

$$u(x,y,0)=\phi(x,y),\ (x,y)\in\bar{Q},\ Q=\{-1<x<1, 0<y<1\}, \tag{31}$$

чегаравий

$$\begin{aligned} &u(-1,y,t)=u(1,y,t)=0,\ 0\le y\le 1,\ 0\le t\le T,\\ &u(x,0,t)=u(x,1,t)=0,\ -1\le x\le 1,\ 0\le t\le T, \end{aligned} \tag{32}$$

ва тикиш

$$u(-0,y,t)=u(+0,y,t),\ u_x(-0,y,t)=u_x(+0,y,t). \tag{33}$$

шартларини қаноатлантирувчи (30) тенгламанинг ечими $u(x,y,t)$ функцияни топинг.

6-лемма. Фараз қиламиз $\phi(x,y)\in W_2^1(Q)$. У ҳолда $u(x,y,t)$ функция учун $t\in[0,T]$ бўлганда

$$\int_{-1}^{1}\int_{0}^{1}u^2(x,y,t)dydx\le 4\left(\int_{-1}^{1}\int_{0}^{1}u_x^2(x,y,0)dydx\right)^{1-\frac{t}{T}}\left(\int_{-1}^{1}\int_{0}^{1}u_x^2(x,y,T)dydx\right)^{\frac{t}{T}}.$$

тенгсизлик ўринли.

Корректлик $M=\{u:\|u_x(x,y,T)\|\le m\}$ тўпламни киритамиз.

Фараз қиламиз (30)-(33) масаланинг ечими мавжуд ва $u(x,y,t)\in M$. У ҳолда (30)-(33) масаланинг ечими ягоналиги ва шартли турғунлиги теоремалари исботланган.

Масаланинг тақрибий ечимини қуриш учун (30), (32), (33) ва

$$u_\alpha(x,y,0)+\alpha u_\alpha(x,y,T)=\varphi(x,y),$$

шартларни қаноатлантирувчи $u_\alpha(x,y,t)$ функциялар кетма-кетлигини қараймиз, бу ерда α - регулярлаштириш параметри ($0<\alpha<1$).

Фараз қиламиз $\|u(x,y,T)\|_0\le 2m$ ва $\|\varphi(x,y)-\varphi_\varepsilon(x,y)\|_0\le\varepsilon$ бўлсин. У ҳолда

$$0,5\left\|u(x,y,t)-u_\alpha^\varepsilon(x,y,t)\right\|_0^2\le 32m^2\alpha^{2\left(1-\frac{t}{T}\right)}(T-t)^{2\left(1-\frac{t}{T}\right)}(2t)^{\frac{2t}{T}}T^{-2}+C\alpha^2+\alpha^{-2}\varepsilon^2$$

баҳо ўринли.

Охирги тенгсизликнинг ўнг тарафини $\varepsilon\to 0$ бўлганда минималлаштириб α регулярлаштириш параметри аниқланади.

Тихонов регулярлаштириш усули билан ҳам тақрибий ечими қурилган.

Тўртинчи бобнинг иккинчи параграфида битта чизиқда бузилишга эга иккинчи тартибли аралаш турдаги дифференциал тенглама учун бошланғич-чегаравий масала шартли корректлиги кўрсатилган ва тақрибий ечими

қурилган.

Фараз қиламиз $\Omega_T=\{|x|<\pi,\ |y|<\pi,\ 0<t<T\}$, $Q=\{|x|<\pi,\ |y|<\pi\}$, $Q_1=\{|x|<\pi,\ 0<t<T\}$, $Q_2=\{|y|<\pi, 0<t<T\}$ бўлсин. $\Omega_T\cap\{x\neq 0\}$ соҳада

$$u_{tt}(x,y,t)+\mathrm{sgn}x u_{xx}(x,y,t)+u_{yy}(x,y,t)=f(x,y,t) \tag{34}$$

дифференциал тенгламани қараймиз.

Масаланинг қўйилиши. $\Omega_T\cap\{x\neq 0\}$ соҳада (34) тенгламани, бошланғич

$$u(x,y,0)=\varphi(x,y),\ u_t(x,y,0)=\psi(x,y),\ (x,y)\in\bar{Q}, \tag{35}$$

чегаравий

$$u(-\pi,y,t)=u(\pi,y,t)=0,\ (y,t)\in\bar{Q}_2,\ u(x,-\pi,t)=u(x,\pi,t)=0,\ (x,t)\in\bar{Q}_1, \tag{36}$$

ва тикиш

$$u(-0,y,t)=u(+0,y,t),\ u_x(-0,y,t)=u_x(+0,y,t),\ (y,t)\in\bar{Q}_2, \tag{37}$$

шартларни қаноатлантирувчи $u(x,y,t)$ функцияни топинг, бу ерда $\varphi(x,y)$, $\psi(x,y)$, $f(x,y,t)$ функциялар етарлича силлиқ, $\varphi(x,y)\big|_{\partial Q}=0$, $\psi(x,y)\big|_{\partial Q}=0$.

7-лемма. Фараз қиламиз $W_2^{1,1,2}(\Omega_T)$ синфга тегишли $u(x,y,t)$ функция (34)-(37) масаланинг ечими бўлсин. У ҳолда ихтиёрий $t\in(0,T)$ учун

$$\int_0^t \|u(x,y,\tau)\|_0^2\,d\tau\le C(t)\left(T\|\varphi(x,y)\|_0^2+\gamma_T\right)^{1-r(t)}\left(\int_0^T\|u(x,y,t)\|_0^2\,dt+\gamma_T\right)^{r(t)},$$

тенгсизлик ўринли, бу ерда $C(t)=2\exp\left(\dfrac{(T+1)\left(\left(1-e^{-t}\right)T-\left(1-e^{-T}\right)t\right)}{1-e^{-T}}\right)$,

$$\gamma_T=\left(2T^2+3\right)\int_0^T\|f(x,y,t)\|_0^2\,dt+2T\|\varphi(x,y)\|_1^2+\|\varphi(x,y)\|_0^2+(2T+1)\|\psi(x,y)\|_0^2,$$

$$r(t)=\frac{1-e^{-t}}{1-e^{-T}},\ \|\varphi(x,y)\|_1^2=\sum_{k=1,n=1}^{\infty}\left|\bar{\lambda}_{k,n}\right|\bar{\varphi}_{k,n}^2+\sum_{k=1,n=1}^{\infty}\left|\tilde{\lambda}_{k,n}\right|\tilde{\varphi}_{k,n}^2.$$

Корректлик $M=\left\{u:\int_0^T\|u(x,y,t)\|_0^2\,dt\le m^2\right\}$ тўпламни аниқлаймиз.

Агар (34)-(37) масаланинг $W_2^{1,1,2}(\Omega_T)$ фазога тегишли ечими мавжуд ва $u(x,y,t)\in M$ бўлсин, у ҳолда (34)-(37) масаланинг ечими ягоналиги ва шартли турғунлиги исботланган.

Умумийликни йўқотмасдан, айтайлик $\varphi(x,y)=0$, $\psi(x,y)=0$. Фараз қиламиз (34) тенгламанинг ўнг тарафи стационар, яъни $f(x,y,t)=f(x,y)$ ва $\|f(x,y)-f_\varepsilon(x,y)\|_0\le\varepsilon$, $u(x,y,t),u_\varepsilon(x,y,t)\in M$ бўлсин. У ҳолда Тихонов регулярлаштирш усули билан Аниқ ечим ва тақрибий берилганлар бўйича тақрибий ечим орасидаги фарқ нормаси интеграли учун баҳо олинган.

Фараз қиламиз $\varphi(x,y)=0$, $f(x,y,t)=0$, $\|\psi(x,y)-\psi_\varepsilon(x,y)\|_0 \le \varepsilon$, $u(x,y,t), u_\alpha(x,y,t) \in M$. У ҳолда аниқ ечим ва квази-тескари усули билан қурилган тақрибий берилганларга мос тақрибий ечим орасидаги фарқ нормаси учун баҳо олинган.

Тўртинчи бобнинг учинчи параграфида битта чизиқда бузилишга эга юқори тартибли тенглама учун бошланғич-чегаравий нокоррект масала ўрганилган бўлиб, масала ечими ягоналиги ва шартли турғунлиги теоремалари исботланган. Тихонов регулярлаштириш усули билан тақрибий ечими қурилган.

Айтайлик $Q_t=\{(x,y,t):(x,y)\in\Omega,\ 0<t<T\}$, $\Omega=\{(x,y):|x|<l,\ 0<y<d\}$, S - Ω соҳанинг чегараси, $\bar\Omega=\Omega\cup S$ бўлсин. Ушбу $Q_t\cap\{x\ne 0\}$ соҳада

$$u_t+\operatorname{sgn}(x)u_{xx}+\partial_y^{2n}u+au=0 \tag{38}$$

дифференциал тенгламани қараймиз, бу ерда a - бирор ўзгармас, $n\in N$.

Масаланинг қўйилиши. $Q_t\cap\{x\ne 0\}$ соҳада (38) тенгламани, бошланғич

$$u\big|_{t=0}=\varphi(x,y),\ (x,y)\in\bar\Omega, \tag{39}$$

чегаравий

$$\begin{gathered} u\big|_{x=-l}=u\big|_{x=l}=0,\ 0\le y\le d, 0\le t\le T, \\ \left.\frac{\partial^{2i}u}{\partial y^{2i}}\right|_{y=0}=\left.\frac{\partial^{2i}u}{\partial y^{2i}}\right|_{y=d}=0,\ i=0,1,\dots,(n-1), -l\le x\le l,\ 0\le t\le T, \end{gathered} \tag{40}$$

ва тикиш

$$u(-0,y,t)=u(+0,y,t),\ u_x(-0,y,t)=u_x(+0,y,t),\ 0\le y\le d, 0\le t\le T, \tag{41}$$

шартларни қаноатлантирувчи $u(x,y,t)$ функцияни топинг, бу ерда $\varphi(x,y)$ етарлича силлиқ функция ва келишув шартларини қаноатлантиради.

8-лемма. Ихтиёрий $t\in(0,T)$ бўлганда (38)-(41) масаланинг ечими учун

$$\|u(x,y,t)\|_{L_2(\Omega)}\le 2l\,\|u_x(x,y,0)\|_{L_2(\Omega)}^{1-\frac{t}{T}}\,\|u_x(x,y,T)\|_{L_2(\Omega)}^{\frac{t}{T}}$$

тенгсизлик ўринли.

Корректлик $M=\{u(x,y,t):\|u_x(x,y,T)\|_0\le m\}$ тўпламни киритамиз.

Ушбу 8-лемма асосида (38)-(41) масаланинг ечими ягоналиги ва шартли турғунлиги теоремалари исботланган.

Фараз қиламиз (38)-(41) масалада $n=2i$, $i\in N$. У ҳолда $\bar\lambda_{k,j}=\mu_k^+-\left(\frac{\pi j}{d}\right)^{2n}$, $\tilde\lambda_{k,j}=\mu_k^--\left(\frac{\pi j}{d}\right)^{2n}$. Шуни такидлаймизки, $\bar\lambda_{k,j}$ мусбат ва манфий бўлиши мумкин, $\tilde\lambda_{k,j}$ эса ихтиёрий $k,j\in N$ бўлганда фақат манфий бўлади.

Айтайлик, $\|\varphi(x,y)-\varphi(x,y)\|_0\le\varepsilon$ ва $u\in M$ бўлсин. У ҳолда

$$\left\|u(x,y,t)-u_N^{\varepsilon}(x,y,t)\right\|_0 \le me^{a(T-t)}\left(e^{2\bar{\lambda}_{N+1,1}(t-T)}+e^{2\bar{\lambda}_{1,N+1}(t-T)}\right)^{1/2}+e^{\left(\bar{\lambda}_{N,N}-a\right)t}\varepsilon$$

баҳо ўринли.

Ушбу баҳони $\varepsilon>0$ бўлганда N бўйича минималлаштириб ε, m, t ва T катталикларга боғлиқ ҳолда регулярлаштириш параметри учун формула топилади.

Тўртинчи бобнинг тўртинчи параграфида кўп ўлчовли ҳолда аралаш турдаги тенглама учун нокоррект чегаравий масала шартли корректликка текширилган.

Айтайлик, $Q=\{(x,t):x\in\Omega, t\in(0,T)\}$, $x=(x_1,x_2,...,x_n)$ $\Omega=\{-l<x_1<l, 0<x_i<d_i,\ i=2,3,...n\}$, S - Ω соҳанинг чегараси, $\bar{\Omega}=\Omega\cup S$, $Q_t=\{(x,\tau):x\in\Omega, 0<\tau<t\}$.

Ушбу $Q\cap\{x_1\ne 0\}$ соҳада

$$u_{tt}+a_1\operatorname{sgn}(x_1)u_{x_1x_1}+\sum_{i=2}^{n}a_iu_{x_ix_i}+\sum_{i=1}^{n}b_iu_{x_i}+cu=f\ , \tag{42}$$

дифференциал тенгламани қараймиз, бу ерда a_i, b_i, c - бирор ўзгармаслар, $i=1,2,...,n$, $f(x,t)$ - берилган функция.

Масаланинг қўйилиши. $Q\cap\{x_1\ne 0\}$ соҳада (42) тенгламани ва кейинги: бошланғич

$$u\big|_{t=0}=\varphi(x),\ u_t\big|_{t=0}=\psi(x), x\in\bar{\Omega}, \tag{43}$$

чегаравий

$$u\big|_{x_1=-l}=u\big|_{x_1=l}=0,\ u\big|_{x_i=0}=u\big|_{x_i=d_i}=0,\ i=2,...,n., \tag{44}$$

ва тикиш

$$u\big|_{x_1=-0}=u\big|_{x_1=+0},\ u_{x_1}\big|_{x_1=-0}=u_{x_1}\big|_{x_1=+0}, \tag{45}$$

шартларни қаноатлантирувчи $u(x,t)$ функцияни топинг, бу ерда $\varphi(x)$, $\psi(x)$ етарлича силлиқ функциялар ва келишув шартларини бажаради.

Фараз қиламиз $\|u\|^2=(u,u)$, бунда $(u,v)=\int\limits_{\Omega}uv\,d\Omega$ скаляр кўпайтма.

9-лемма. Фараз қиламиз $\varphi(x)\in W_2^2(\Omega)$ ва $f(x,t)=0$. У ҳолда (42)-(45) масаланинг ечими учун

$$\left\|u_{x_1}(x,t)\right\|^2\le\left(\left\|u_{x_1}(x,0)\right\|^2+|\alpha|\right)^{1-\frac{t}{T}}\left(\left\|u_{x_1}(x,T)\right\|^2+|\alpha|\right)^{\frac{t}{T}}e^{2t(T-t)}$$

баҳо ўринли, бу ерда

$$\alpha=\frac{1}{2}\int\limits_{\Omega}\left(a_1\operatorname{sgn}(x_1)u_{x_1x_1}^2+\sum_{i=2}^{n}a_iu_{x_1x_1}u_{x_ix_i}+\sum_{i=1}^{n}b_iu_{x_1x_1}u_{x_i}+cu_{x_1x_1}u-u_{x_1t}^2\right)\Bigg|_{t=0}d\Omega.$$

Белгилаш киритамиз $M_1=\left\{u(x,t):\left\|u_{x_1}(x,T)\right\|\le m\right\}$.

Фараз қиламиз $f(x,t)=0$, (42)-(45) масаланинг ечими мавжуд ва $u(x,t)\in M_1$. У ҳолда (42)-(45) масаланинг ечими ягоналиги ва шартли турғунлиги ҳақидаги теоремалар исботланган.

10-лемма. Фараз қиламиз $\varphi(x)\in W_2^2(\Omega)$, $\psi_{x_1}(x)\in L_2(\Omega)$, f, $f_{x_1}\in L_2(Q)$ ва $f\big|_{x_1=\pm l}=0$. У ҳолда (42)-(45) масаланинг ечими $t\in(0,T)$ бўлганда

$$\int_0^t \left\|u_{x_1}(x,\tau)\right\|^2 d\tau \le c(t)\left(T\left\|u_{x_1}(x,0)\right\|^2+\gamma\right)^{\theta(t)}\left(\int_0^T\left\|u_{x_1}(x,t)\right\|^2 dt+\gamma\right)^{1-\theta(t)}$$

баҳо ўринли, бу ерда $\gamma=\left(2T^2+3\right)\int\limits_Q f_{x_1}^2\,dQ+|\beta|$,

$$\beta=2\int\limits_\Omega\left(Ta_1\operatorname{sgn}(x_1)u_{x_1x_1}^2+T\sum_{i=2}^n a_i u_{x_1x_1}u_{x_ix_i}\right)\Bigg|_{t=0}d\Omega+$$

$$+2\int\limits_\Omega\left(T\sum_{i=1}^n b_i u_{x_1x_1}u_{x_i}+Tcu_{x_1x_1}u+u_{x_1}u_{x_1t}-Tu_{x_1t}^2\right)\Bigg|_{t=0}d\Omega,$$

$$\theta(t)=\frac{1-e^{-t}}{1-e^{-T}},\ c(t)=\exp\left(\left(T+1\right)\frac{(1-e^{-t})T-(1-e^{-T})t}{1-e^{-T}}\right).$$

Белгилаш киритамиз $M_2=\left\{u(x,t):\int\limits_0^T\left\|u_{x_1}\right\|^2dt\le m_2^2\right\}$.

Фараз қиламиз (42)-(45) масаланинг ечими мавжуд ва $u\in M_2$. У ҳолда ушбу ечим ягоналиги ва шартли турғунлиги исботланган.

Диссертациянинг «**Аралаш турдаги тенгламалар системаси учун нокоррект чегаравий масалаларнинг шартли корректлиги**» деб номланган бешинчи бобида юқори тартибли аралаш турдаги тенгламалар системаси учун бошланғич-чегаравий масалалар шартли корректликка ўрганилган.

Бешинчи бобнинг биринчи параграфида битта чизиқда бузилишга эга юқори тартибли параболик тенгламалар системаси учун бошланғич-чегаравий масала ечимининг мос корректлик тўпламда ягоналик ва шартли турғунлик ҳақидаги теоремалари исботланган.

Фараз қиламиз $Q_t=\left\{(x,y,t):(x,y)\in\Omega,\,0<t<T\right\}$, $\Omega=\left\{(x,y):|x|<l,\,0<y<d\right\}$, S - Ω соҳа чегараси, $\bar\Omega=\Omega\cup S$ бўлсин.

Ушбу $Q_t\cap\{x\ne 0\}$ соҳада

$$\begin{cases}u_t+\operatorname{sgn}(x)u_{xx}+\partial_y^{2n}u+a_1u+b_1v=f(x,y,t),\\ v_t+\operatorname{sgn}(x)v_{xx}+\partial_y^{2n}v+a_2v+b_2u=g(x,y,t),\end{cases}\tag{46}$$

кўринишдаги тенгламалар системаси тадқиқ қилинади, бу ерда $n\in N$, a_i,b_i - бирор ўзгармаслар, $i=1,2.$, $f(x,y,t),g(x,y,t)$ - берилган манба функциялар.

Фараз қиламиз $(u(x,t),v(x,t))$ функциялар жуфтлиги $Q_t \cap \{x \neq 0\}$ соҳада (46) тенгламалар системасни ва кейинги: бошланғич

$$u\big|_{t=0} = \varphi(x,y),\ v\big|_{t=0} = \psi(x,y),\ (x,y) \in \bar{\Omega} \tag{47}$$

чегаравий

$$\begin{aligned} &u(-l,y,t) = u(l,y,t) = 0,\ v(-l,y,t) = v(l,y,t) = 0,\quad 0 \le y \le d, 0 \le t \le T, \\ &\partial_y^{2m} u\big|_{y=0} = \partial_y^{2m} u\big|_{y=d} = 0,\ \partial_y^{2m} v\big|_{y=0} = \partial_y^{2m} v\big|_{y=d} = 0, \\ &m = 0,1,\ldots,(n-1),\ -l \le x \le l, 0 \le t \le T, \end{aligned} \tag{48}$$

тикиш

$$\left.\begin{aligned} &u(-0,y,t) = u(+0,y,t),\ u_x(-0,y,t) = u_x(+0,y,t), \\ &v(-0,y,t) = v(+0,y,t),\ v_x(-0,y,t) = v_x(+0,y,t), \end{aligned}\right\} 0 \le y \le d, 0 \le t \le T, \tag{49}$$

шартларни қаноатлантиради, бу ерда $\varphi(x,y), \psi(x,y)$ берилган етарлича силлиқ функциялар.

Фараз қиламиз (46)-(49) масаланинг ечими мавжуд бўлсин. Унда

$$\|u(x,y,t)\|_0 \le C_1 e^{\lambda_1 t} \delta(t,\lambda_1,\alpha) + C_2 e^{\lambda_2 t} \delta(t,\lambda_2,\beta),$$

$$\|v(x,y,t)\|_0 \le \Delta^{-1} e^{\lambda_1 t} \delta(t,\lambda_1,\alpha) + \Delta^{-1} e^{\lambda_2 t} \delta(t,\lambda_2,\beta),$$

тенгсизликлар ўринли, бу ерда $\Delta = \lambda_1 - \lambda_2$, λ_1, λ_2 - $\lambda^2 + (a_1 + a_2)\lambda + a_1 a_2 - b_1 b_2 = 0$ квадрат тенгламанинг ҳақиқий илдизлари. $C_1 = \left|\dfrac{a_1 + \lambda_2}{b_2 \Delta}\right|,\ C_2 = \left|\dfrac{a_1 + \lambda_1}{b_2 \Delta}\right|$,

$$\delta(t,\lambda,\alpha) = \sqrt{2}\left(|b_2|\|\varphi\|_0 + |a_1 + \lambda|\|\psi\|_0 + \alpha\right)^{1-\frac{t}{T}} \times$$

$$\left(|b_2|\|u(x,y,T)\|_0 + |a_1 + \lambda|\|v(x,y,T)\|_0 + \alpha\right)^{\frac{t}{T}} + \alpha$$

$$\alpha = \left(\int_0^T \left\|e^{-\lambda_1 t}\left((a_1 + \lambda_1)g - b_2 f\right)\right\|_0^2 dt\right)^{1/2},\ \beta = \left(\int_0^T \left\|e^{-\lambda_2 t}\left(b_2 f - (a_1 + \lambda_2)g\right)\right\|_0^2 dt\right)^{1/2}.$$

Корректлик тўплами қуйидаги шаклда киритилади.

$$M = \left\{\left(u(x,y,t),v(x,y,t)\right) : \|u(x,y,T)\|_0 + \|v(x,y,T)\|_0 \leqslant m\right\}.$$

Фараз қиламиз (46)-(49) масаланинг ечими мавжуд ва $(u(x,y,t),v(x,y,t)) \in M$ бўлсин. У ҳолда (46)-(49) масала ечими ягонали ва шартли турғунлиги теоремалари исботланган.

Бешинчи бобнинг иккинчи параграфида юқори тартибли аралаш турдаги тенглама ва тенгламалар системаси учун бошланғич-чегаравий масалаларнинг шартли корректлиги ўрганилган.

Фараз қиламиз $Q_T = \left\{(x,y,t) : (x,y) \in \Omega, 0 < t < T\right\}$, $\Omega = \left\{(x,y) : |x| < l,\ 0 < y < d\right\}$, S - Ω соҳа чегараси, $\bar{\Omega} = \Omega \cup S$, $Q_t = \left\{(x,y,\tau) : (x,y) \in \Omega, 0 < \tau < t\right\}$.

I. Берилган $Q_T \cap \{x \neq 0\}$ соҳада

$$u_{tt} + \operatorname{sgn}(x) u_{xx} + \partial_y^{2n} u + a u = f(x,y,t) \tag{50}$$

дифференциал тенгламани қараймиз, бу ерда a - бирор ўзгармас, $n \in N$.

Белгилаш киритамиз

$$D(Q_T) = \left\{ u(x,y,t) : u(x,y,t) \in C_{x,y,t}^{2,2n,2}\left(Q_T\right) \cap C_{x,y,t}^{1,2n-2,1}\left(\bar{Q}_T\right) \cap C_{x,y,t}^{2,2n,1}\left(\bar{\Omega} \times \{t=0\}\right) \right\}.$$

Масаланинг қўйилиши. Ушбу $Q_T \cap \{x \neq 0\}$ соҳада (50) тенгламани, кейинги: бошланғич

$$u\big|_{t=0} = \varphi(x,y),\ u_t\big|_{t=0} = \psi(x,y),\ (x,y) \in \bar{\Omega}, \tag{51}$$

чегаравий (40) ва тикиш (41) шартларни қаноатлантирувчи $u(x,y,t) \in D(Q_T)$ функцияни топинг, бу ерда $\varphi(x,y) \in W_2^{2,2n}(\Omega)$, $\psi(x,y) \in W_2^{1,0}(\Omega)$ ва улар келишув шартларини қаноатлантиради, $f(x,y,t)$ - манба функция, $f(x,y,t) \in W_2^{1,0,0}(Q_T)$.

11-лемма. Фараз қиламиз $\omega(x,y,t)$ функция $Q_T \cap \{x \neq 0\}$ соҳада $\omega_{tt} + \operatorname{sgn}(x)\omega_{xx} + \partial_y^{2n}\omega + \sigma\omega = p(x,y,t)$ тенгламани ва $\omega\big|_{x=-l} = \omega\big|_{x=l} = 0$, $\partial_y^{2m}\omega\Big|_{y=0} = \partial_y^{2m}\omega\Big|_{y=d} = 0$, $m = 0,1,\ldots,(n-1)$, $\omega\big|_{x=-0} = \omega\big|_{x=+0}$, $\omega_x\big|_{x=-0} = \omega_x\big|_{x=+0}$ шартларни қаноатлантирсин. У ҳолда $\omega(x,y,t)$ учун $t \in (0,T)$ бўлганда

$$\int_{Q_t} \omega_x^2\, dQ_t \le \left(T \int_{\Omega} \omega_x^2\Big|_{t=0} d\Omega + \gamma \right)^{\theta(t)} \left(\int_{Q_T} \omega_x^2\, dQ_T + \gamma \right)^{1-\theta(t)} c(t)$$

тенгсизлик ўринли, бу ерда $\gamma = \left(2T^2 + 3\right) \int_{Q_T} p_x^2\, dQ_T + |\beta|$,

$$\beta = 2\int_{\Omega} \left(T \operatorname{sgn} x \omega_{xx}^2 + T\omega_{xx}\partial_y^{2n}\omega + \sigma T \omega_{xx}\omega + \omega_x \omega_{xt} - T\omega_{xt}^2 \right)\Big|_{t=0} d\Omega, \theta(t) = \frac{1-e^{-t}}{1-e^{-T}},$$

$c(t) = \exp\left((T+1) \dfrac{(1-e^{-t})T - (1-e^{-T})t}{1-e^{-T}} \right)$, σ - бирор ўзгармас сон.

Белгилаш киритамиз $M = \left\{ u(x,y,t) : \int_0^T \|u_x\|^2 dt \le m^2 \right\}$.

Фараз қиламиз (50), (51) масала ечими мавжуд ва $u(x,y,t) \in M$ бўлсин. У ҳолда унинг ягоналиги ва шартли турғунлиги теоремалари исботланган.

II. Ушбу $Q_T \cap \{x \neq 0\}$ соҳада

$$\begin{cases} u_{tt} + \operatorname{sgn} x u_{xx} + \partial_y^{2n} u + a_1 u + b_1 v = f(x,y,t), \\ v_{tt} + \operatorname{sgn} x v_{xx} + \partial_y^{2n} v + a_2 v + b_2 u = g(x,y,t), \end{cases} \tag{52}$$

кўринишдаги тенгламалар системаси тадқиқ қилинади, бунда $n \in N$, a_1, a_2, b_1, b_2 - бирор ўзгармаслар, $(a_1 - a_2)^2 + 4b_1 b_2 > 0$.

Фараз қиламиз $(u(x,y,t),v(x,y,t))\in D(Q_T)$ функциялар жуфтлиги $Q_T\cap\{x\neq 0\}$ соҳада (52) тенгламалар системасини, кейинги: бошланғич

$$u\big|_{t=0}=\varphi_1(x,y),\ v\big|_{t=0}=\psi_1(x,y),\ u_t\big|_{t=0}=\varphi_2(x,y),\ v_t\big|_{t=0}=\psi_2(x,y),\ (x,y)\in\bar{\Omega} \quad (53)$$

чегаравий (48) ва тикиш (49) шартларини қаноатлантирсин, бу ерда $\varphi_i(x,y)\in W_2^{2n}(\Omega)$, $\psi_i(x,y)\in W_2^{1,0}(\Omega)$ ва улар келишув шартларини қаноатлантиради, $i=1,2$, $f(x,y,t)$, $g(x,y,t)$ - манба функциялар, $f(x,y,t)$, $f(x,y,t),g(x,y,t)\in W_2^{1,0,0}(Q_T)$.

Фараз қиламиз (52), (53) масала ечими мавжуд бўлсин. У ҳолда

$$\int_0^t\|u\|^2\,d\tau\le C_1^2\left(T\|\bar{\varphi}_1\|^2+\gamma_1\right)^{\theta(t)}\left(\int_0^T\|b_2u_x+(\lambda_1-a_1)v_x\|^2dt+\gamma_1\right)^{1-\theta(t)}c(t)+$$

$$C_2^2\left(T\|\bar{\psi}_1\|^2+\gamma_2\right)^{\theta(t)}\left(\int_0^T\|b_2u_x+(\lambda_2-a_1)v_x\|^2dt+\gamma_2\right)^{1-\theta(t)}c(t),$$

$$\int_0^t\|v\|^2\,d\tau\le C_3^2c(t)\left(\left(T\|\bar{\varphi}_1\|^2+\gamma_1\right)^{\theta(t)}\left(\int_0^T\|b_2u_x+(\lambda_1-a_1)v_x\|^2dt+\gamma_1\right)^{1-\theta(t)}+\right.$$

$$\left.\left(T\|\bar{\psi}_1\|^2+\gamma_2\right)^{\theta(t)}\left(\int_0^T\|b_2u_x+(\lambda_2-a_1)v_x\|^2dt+\gamma_2\right)^{1-\theta(t)}\right).$$

априор баҳо ўринли, бу ерда $\bar{\varphi}_1(x,y)=b_2\varphi_1(x,y)+(\lambda_1-a_1)\psi_1(x,y)$, $\bar{\varphi}_2(x,y)=b_2\varphi_2(x,y)+(\lambda_1-a_1)\psi_2(x,y)$, $\bar{\psi}_1(x,y)=b_2\varphi_1(x,y)+(\lambda_2-a_1)\psi_1(x,y)$, $\bar{\psi}_2(x,y)=b_2\varphi_2(x,y)+(\lambda_2-a_1)\psi_2(x,y)$, $C_1=\dfrac{2\sqrt{2}l(a_1-\lambda_2)}{b_2(\lambda_1-\lambda_2)}$, $C_2=\dfrac{2\sqrt{2}l(a_1-\lambda_1)}{b_2(\lambda_1-\lambda_2)}$,

$$C_3=\frac{2\sqrt{2}l}{(\lambda_1-\lambda_2)},\quad \gamma_1=\left(2T^2+3\right)\int_0^T\|\bar{f}_x\|dt+\left(3+|\lambda_1|\right)T\|\partial_x^2\bar{\varphi}_1\|^2+$$

$$T\|\partial_y^{2n}\bar{\varphi}_1\|^2+|\lambda_1|T\|\bar{\varphi}_1\|^2+\|\partial_x^1\bar{\varphi}_1\|^2+(2T+1)\|\partial_x^1\bar{\varphi}_2\|^2,$$

$$\gamma_2=\left(2T^2+3\right)\int_0^T\|\bar{g}_x\|dt+\left(3+|\lambda_2|\right)T\|\partial_x^2\bar{\psi}_1\|^2+$$

$$T\|\partial_y^{2n}\bar{\psi}_1\|^2+|\lambda_2|T\|\bar{\psi}_1\|^2+\|\partial_x^1\bar{\psi}_1\|^2+(2T+1)\|\partial_x^1\bar{\psi}_2\|^2.$$

Корректлик тўплами $M=\left\{(u,v):\int_0^T\left(\|u_x\|^2+\|v_x\|^2\right)dt\le m^2\right\}$.

Фараз қиламиз (52), (53) масаланинг ечими мавжуд ва $(u,v)\in M$ бўлсин, у ҳолда масала ечими ягоналиги ва шартли турғунлиги теоремалари исботланган.

Бешинчи бобнинг учинчи параграфида юқори тартибли аралаш турдаги

тенглама учун бошланғич-чегаравий нокоррект масаланинг шартли турғунлик баҳоси ўрганилган.

Фараз қиламиз $Q_T=\{(x,y,t):(x,y)\in\Omega,\,0<t<T,T<\infty\}$, $\Omega=\{(x,y):|x|<l,\,0<y<d\}$, $\bar{\Omega}=\Omega\cup\partial\Omega$, $Q_t=\{(x,y,\tau):(x,y)\in\Omega,\,0<\tau<t\}$ бўлсин.

Ушбу $Q_T\cap\{x\neq 0\}$ соҳада

$$\partial_t^n u+\operatorname{sgn}(x)\partial_x^2 u+\partial_y^{2m}u=0 \tag{54}$$

хусусий ҳосилали дифференциал тенгламани қараймиз, бу ерда $n=2^s$, $s,m\in N$.

Масала. $Q_T\cap\{x\neq 0\}$ соҳада (54) тенгламани, кейинги: бошланғич

$$\partial_t^p u\Big|_{t=0}=\varphi_p(x,y),\ p=0,1,...,n-1.,\ (x,y)\in\bar{\Omega}, \tag{55}$$

мос равишда чегаравий (40) ва тикиш (41) шартларни қаноатлантирувчи $u(x,y,t)$ функцияни топинг, бу ерда $\varphi_p(x,y)$ етарлича силлиқ функциялар ва келишув шартларини қаноатлантиради, $p=0,1,...,n-1$.

Фараз қиламиз (54), (55) масала ечими мавжуд бўлсин, у ҳолда

$$\|u(x,y,t)\|_0^2\le 2n\left(\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{p=0}^{n-1}\xi_{k,j}\left(\left|\bar{\varphi}_{p_{k,j}}\right|^2+\left|\tilde{\varphi}_{p_{k,j}}\right|^2\right)\right)^{1-\frac{t}{T}}\times$$

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{p=0}^{n-1}\xi_{k,j}\left(\left|\frac{d^p}{dt^p}\bar{u}_{k,j}(T)\right|^2+\left|\frac{d^p}{dt^p}\tilde{u}_{k,j}(T)\right|^2\right)\right)^{\frac{t}{T}},$$

априор баҳо ўринли, бу ерда

$$\xi_{k,j}=\max\left\{1,\left\{\sqrt[n]{\left|\bar{\lambda}_{k,j}\right|^2}\right\}^{-1},...,\left\{\sqrt[n]{\left|\bar{\lambda}_{k,j}\right|^2}\right\}^{-(n-1)},\left\{\sqrt[n]{\left|\tilde{\lambda}_{k,j}\right|^2}\right\}^{-1},...,\left\{\sqrt[n]{\left|\tilde{\lambda}_{k,j}\right|^2}\right\}^{-(n-1)}\right\}.$$

Белгилаш киритамиз $M=\left\{u:\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{p=0}^{n-1}\left(\left|\frac{d^p}{dt^p}\bar{u}_{k,j}(T)\right|^2+\left|\frac{d^p}{dt^p}\tilde{u}_{k,j}(T)\right|^2\right)\le m^2\right\}$.

13-теорема. Фараз қиламиз (54), (55) масала ечими мавжуд ва $u(x,y,t)\in M$ бўлсин. У ҳолда масала ечими ягонадир.

Аниқ берилганлар бўйича (54), (55) масаланинг ечими $u(x,y,t)$, тақрибий берилганлар бўйича (54), (55) масаланинг ечими $u_\varepsilon(x,y,t)$ бўлсин.

14-теорема. Фараз қиламиз (54), (55) масаланинг ечими мавжуд, $u(x,y,t),u_\varepsilon(x,y,t)\in M$ ва $\|\varphi_p(x,y)-\varphi_{p_\varepsilon}(x,y)\|_0\le\varepsilon$ бўлсин, $p=0,1,...,\mathrm{n}-1$. У ҳолда ихтиёрий $(x,y,t)\in Q_T$ учун $\|u(x,t)-u_\varepsilon(x,t)\|_0\leqslant\delta(\varepsilon,m)$ тенгсизлик

ўринли, бу ерда $\delta(\varepsilon,m)=\sqrt{2n}\left(\sqrt{n}\varepsilon\right)^{\frac{T-t}{T}}\left(2m\right)^{\frac{t}{T}}$.

Ушбу Q_T соҳада

$$\begin{cases}\partial_t^n u+\operatorname{sgn}(x)\partial_x^2 u+\partial_y^{2m}u+a_1u+b_1v=0,\\ \partial_t^n v+\operatorname{sgn}(x)\partial_x^2 v+\partial_y^{2m}v+a_2v+b_2u=0,\end{cases} \tag{56}$$

тенгламалар системасини қараймиз, бу ерда $n=2^s$, $s,m\in N$, a_1,a_2,b_1,b_2 - бирор ўзгармаслар, $\left(a_1-a_2\right)^2+4b_1b_2>0$.

Фараз қиламиз $(u(x,y,t),v(x,y,t))$ функциялар жуфтлиги Q_T соҳада (56) тенгламалар системасини, кейинги: бошланғич

$$\partial_t^p u\Big|_{t=0}=\varphi_p(x,y),\ \partial_t^p v\Big|_{t=0}=\psi_p(x,y),\ p=0,1,...,n-1.,\ \left(x,y\right)\in\bar{\Omega}, \tag{57}$$

мос равишда чегаравий (48) ва тикиш (49) шартларни қаноатлантирсин, бу ерда $\varphi_p(x,y),\psi_p(x,y)$ берилган $\left(x,y\right)\in\bar{\Omega}$ учун аниқланган етарлича силлиқ функциялар ва $\varphi_p(x,y)\Big|_{\partial\Omega}=\psi_p(x,y)\Big|_{\partial\Omega}=0$, $p=0,1,...,n-1$.

(56), (57) масаланинг ечими учун мос аниқланган корректлик тўпламида ягоналик ва шартли турғунлик теоремаларини исботлаш мумкин.

ХУЛОСА

Диссертация иши юқори тартибли аралаш турдаги дифференциал тенгламалар ва тенгламалар системалари учун нокоррект чегаравий масалаларни шартли корректликка текшириш, регулярлашган ечимни қуриш, аниқ ечим ва тақрибий берилганларга мос тақрибий ечим орасидаги фарқнинг нормасини баҳолашга бағишланган.

Тадқиқотнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат:

1. Биринчи ва иккинчи тартибли оператор коэффициентли дифференциал тенгламалардан ташкил топган системалар учун Коши масалалар ечимларининг априор баҳоси олинган, ягоналиги ва шартли турғунлиги исботланган.

2. Биринчи ва иккинчи тартибли оператор коэффициентли дифференциал тенгламалардан ташкил топган система учун Коши масаласининг мос корректлик тўпламда регулярлашган тақрибий ечими қурилган.

3. Йўналишини вақт бўйича ўзгартирувчи параболик тенгламалар системалари учун бошланғич-чегаравий масалалар ечимларининг ягоналик ва шартли турғунлик теоремалари исботланган ва тақрибий ечимлари қурилган.

4. Иккинчи тартибли ва учинчи тартибли аралаш турдаги тенгламалар системалари учун бошланғич-чегаравий масалалар ечимлари ягоналиги ва шартли турғунлиги исботланган. Регулярлаштириш усуллари билан мос корректлик тўпламида тақрибий ечимлари қурилган.

5. Параметрларга боғлиқ ҳолда Лаврентьев-Бицадзе тенгламаси, битта

чизиқда бузилишга эга икки ўлчовли параболик турдаги тенгламалар системаси учун нолокал масалалар ечимларининг априор баҳоси олинган ва ягоналиги, шартли турғунлиги исботланган.

6. Тўртинчи тартибли аралаш турдаги тенглама учун нолокал масала ечими ягоналиги ва шартли турғунлиги ҳақидаги теоремалар исботланган.

7. Йўналишини ўзгартирувчи икки ўлчовли параболик тенгламалар учун бошланғич-чегаравий масалалар шартли корректликка текширилган ва регулярлашган тақрибий ечимлари қурилган.

8. Битта чизиқда бузилишга эга иккинчи тартибли бир жинсли бўлмаган дифференциал тенглама учун бошланғич-чегаравий масала шартли корректликка текширилган ва мос корректлик тўпламида регулярлашган тақрибий ечими қурилган.

9. Кўп ўлчовли ҳолда аралаш турдаги иккинчи тартибли бир жинсли бўлмаган дифференциал тенглама учун бошланғич-чегаравий масала ечими ягоналиги ва шартли турғунлиги исботланган.

10. Юқори тартибли битта чизиқда бузилишга эга дифференциал тенгламалар системалари учун бошланғич-чегаравий масалалар ечимлари ягоналиги ва шартли турғунлиги исботланган.

11. Нокоррект чегаравий масалаларга шартли коррект тўплами топилган. Тақрибий ечимларни қуриш учун регулярлаштириш параметрини ҳисоблаш формуласи аниқланган.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ ИНСТИТУТЕ МАТЕМАТИКИ ИМЕНИ В.И. РОМАНОВСКОГО

НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА

ХАЖИЕВ ИКРОМБЕК ОЗОДОВИЧ

НЕКОРРЕКТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА СМЕШАННОГО ТИПА

01.01.02- Дифференциальные уравнения и математическая физика

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА (DSc) ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

ТАШКЕНТ – 2022

Тема докторской (DSc) диссертации зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан № B2019.2.DSc/FM136.

Диссертация выполнена в Национальном университете Узбекистана имени Мирзо Улугбека.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (http://kengash.mathinst.uz) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz).

Научный консультант:	**Фаязов Кудратилло Садридинович** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Дурдиев Дурдимурод Каландарович** доктор физико-математических наук, профессор
	Пятков Сергей Григорьевич доктор физико-математических наук, профессор
	Уразбоев Гайрат Уразалиевич доктор физико-математических наук, доцент
Ведущая организация:	**Институт математики имени С.Л. Соболева (Россия)**

Защита диссертации состоится « 28 » июля 2022 г. в 16:00 часов на заседании научного совета DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 при Институте Математики имени В.И. Романовского (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 9. Тел.: (+99871)-207-91-40, e-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Института Математики имени В.И. Романовского (регистрационный номер 142). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 9. Тел.: (+99871)-207-91-40).

Автореферат диссертации разослан « 13 » июля 2022 г.
(протокол рассылки № 2 от « 13 » июля 2022 г.).

У.А. Розиков
Председатель Научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., профессор

Ж.К. Адашев
Ученый секретарь Научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., старший научный сотрудник

А. Азамов
Председатель Научного семинара при Научном совете по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., академик

ВВЕДЕНИЕ (аннотация докторской диссертации)

Актуальность и востребованность темы диссертации. Во всем мире многие научные и практические исследования в большинстве случаев сводятся к исследованию некорректных краевых задач математической физики. В частности, некорректные краевые задачи для дифференциальных уравнений и систем уравнений смешанного типа используются в задачах газовой динамики, теории бесконечно малых изгибаний поверхностей, прогнозирование уровня воды, теории распределения электронов, магнитной гидродинамики, математической биологии и других областях. Известно, что исследование некорректных задач и построение их приближенных решений в основном проводится для модельных уравнений математической физики. Практические исследования некорректных задач на условную устойчивость, построение приближенного решения на соответствующем множестве корректности для неклассических уравнений и систем уравнений остаются одной из важных задач.

В настоящее время одной из наиболее актуальных проблем математической физики является исследование некорректных краевых задач для уравнений и систем уравнений смешанного типа. При исследовании некорректных краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными назначения важно определить априорные оценки решения, доказать теоремы единственности и условной устойчивости, построить регуляризованные решения. Уравнения параболического типа с меняющимся направлением по времени, уравнения гиперболо-эллиптического типа и уравнения с одной линией вырождения рассматриваются как уравнения смешанного типа. Одним из целей научных исследований некорректных задач для этих уравнений и систем уравнений является исследование условной устойчивости и построение приближенных решений.

В нашей стране уделяется особое внимание современным направлениям дифференциальных уравнений и математической физики, которые имеют научное и практическое применение в фундаментальных науках. В том числе особое внимание уделяется изучению обратных и некорректных задач. На сегодняшний день достигнуты значительные результаты по некорректным задачам для дифференциальных уравнений классического типа и их систем, дифференциальных уравнений смешанного типа и их систем. Проведение на уровне международных стандартов научных исследований по приоритетным направлениям математических наук, в частности, алгебре и функциональному анализу, дифференциальным уравнениям и математической физике, теории динамических систем, является основной задачей и направлением в деятельности Института математики имени В.И. Романовского[1]. Развитие

[1]Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан от 18 мая 2017 года №292 «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений Академии наук Республики Узбекистан»

исследований обратных и некорректных задач математической физики играет важную роль в реализации указанного постановления.

Исследования данной диссертации в определенной степени служат решению задач, обозначенных в Указе Президента Республики Узбекистан №УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О стратегии действия по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», в постановлениях №ПП-4387 от 9 июля 2019 года «О мерах государственной поддержки дальнейшего развития математического образования и науки, а также коренного совершенствования деятельности Института Математики имени В. И. Романовского Академии Наук Республики Узбекистан» и №ПП-4708 от 7 мая 2020 года «О мерах по повышению качества образования и развитию научных исследований в области математики», и в других нормативно-правовых актах, касающихся фундаментальной науки.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологии республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV, «Математика, механика и информатика».

Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации[2]. Научные исследования по некорректным задачам для дифференциальных уравнений и систем уравнений и их исследование на условную корректность, построение регуляризованных решений ведутся в крупных научных центрах и высших учебных заведениях мира, в частности: Московском государственном университете, Новосибирском государственном университете, Сибирском федеральном университете, Воронежском государственном университете, Институте вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Институте математики им. Н. Красовского УО РАН (Россия), Корнельском университете, в университете Алабамы, Брукхейвенской национальной лаборатории, университете Северной Каролины в Шарлотте (США), Мюнхенском университете, Кайзерслаутернском техническом университете, в университете Саара (Германия), Клагенфуртском университете (Австралия), в университете Глазго (Шотландия), Миланском университете (Италия), Измирском университете, Коджаэлиском университете(Турция), Бакинском университете (Азербайджан), в университете Токио (Япония), Институте геологии и геофизики, в университете Цинхуа (Китай), Львовском Национальном политехническом университете, Институте проблем прикладной механики и математики (Украина), Казахстанском национальном университете, Институте математики и математического моделирования (Казахстан).

[2]Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации: Arkiv Mathematics Astronomis, www.springer.com/mathematics/journal/11512; Ill-posed problems, https://www.elsevier.com, https://www.scival.com; Inverse and Ill-posed Problems, https://www.degruyter.com; www.scopus.com; Некорректная задача, http://www.mathnet.ru; www.scholar.google.com; Ill-posed problems, https://link.springer.com. Также были использованы и другие источники.

В результате исследований по теории решения некорректных задач для дифференциальных уравнений и систем уравнений в мировом масштабе найдено решение целого ряда актуальных задач, в частности: найдены методы решения некорректных и обратных задач математической физики и методы регуляризации, изучены некорректные задачи для дифференциальных уравнений с вырождением (Московский государственный университет, Новосибирский государственный университет, Институт математики имени С.Л. Соболева СО РАН, Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Уральский государственный университет, Сибирский федеральный университет). Теория функций и оценки Карлемана широко использовались при исследовании условной корректности некорректных задач (Корнельский университет, Брукхейвенская национальная лаборатория, Университет Северной Каролины в Шарлотте). Изучены теория абстрактных дифференциальных уравнений и характеристики их решений (Воронежский государственный университет). Изучены приближенное решение с методами регуляризации некорректных задач для дифференциальных уравнений с вырождением (Мюнхенский университет, Технический университет Кайзерслаутерн, Саарский университет)

На сегодняшний день осуществляются приоритетные научно-исследовательские работы по нахождению априорных оценок, определению множества корректности, доказательству теорем единственности и условной устойчивости решений некорректных задач для дифференциальных уравнений и систем уравнений, а также построению приближенного решения, не выходящего за множество корректности.

Степень изученности проблемы. Теория некорректных задач начала бурно развиваться в 1960-х годов. Известные математики А.Н. Тихонов, В.К. Иванов, М.М. Лаврентьев, Ф. Джон являются основоположниками теории обратных и некорректных задач. В своих работах они определили основные методы решения некорректных задач. В работах А.Н. Тихонова, Е.М. Ландиса, С.Г. Крейна, J.R. Canon, С.П. Шишатского, H. Levine рассмотрены обратные задачи Коши для параболических уравнений. В этих работах изучается условная корректность обратной интервальной задачи, которая не характеризует задачу Коши для уравнения параболического типа. Другие результаты были получены С. Г. Крейном, Х. Левином и другими для дифференциальных уравнений первого порядка с самосопряженными операторными коэффициентами. F. John, М.М. Лаврентьев, С.Г Крейн, D. Colton, Е. М. Ландис, В.К. Иванов, L.E. Payne, S. Agmon, A. Douglis, Ш. Ярмухамедов, Н.Н. Тарханов, А.А. Шлапунов и другие исследовали некорректные задачи для уравнений и систем уравнений эллиптического типа на условную корректность. Некорректные задачи для гиперболических уравнений и систем уравнений изучались E.H. Young, D.G. Bourgin и R. Duffin, Б.И. Пташником, Ш.А. Алимовым и другими.

В диссертационной работе исследованы некорректные краевые задачи

для дифференциальных уравнений и систем уравнений смешанного типа. В качестве уравнения смешанного типа рассмотрены параболические уравнения с меняющимся направлением времени, уравнения гиперболо-эллиптического типа и уравнения смешанного типа высокого порядка. Первоначально параболические уравнения с меняющимся направлением времени изучались в работах M. Gevrey. После небольшой паузы интерес к этому типу уравнений возрос, было опубликовано несколько статей. Примерами этого являются работы M.S. Baouendi и P. Grisvard, C.D. Pagani и G. Talenti, L. Cattabriga. В работе С.А. Терсенова рассматриваются параболическая модель уравнения с меняющимся направлением времени и ряд других модельных уравнений. Позднее это направление получило развитие в работах А.М. Нахушева, Н.Н. Кислова, А.А. Керефова, Т.Д. Джураева, И.Е. Егорова, С.Г. Пяткова и других. В работах И.Е. Егорова, С.В. Попова, Д. Аманова и других изучались различные краевые задачи для параболических уравнений высокого порядка с меняющимся направлением времени. Некорректные задачи для этого типа уравнений были предметом исследования H.A. Levine, С.П. Шишацкого, К.С. Фаязова.

Краевые задачи для модельных уравнений гиперболо-эллиптического смешанного типа впервые были изучены в научных работах Ф. Трикоми и С. Геллерстедта. Ф.И. Франкль и И.Н. Векуа в своих научных работах показали, что уравнения смешанного типа связаны с важными практическими вопросами. В дальнейшем различные задачи для уравнений смешанного типа стали предметом исследования многих математиков. В частности, исследованиям этого типа уравнений посвящены научные работы М.А.Лаврентьева, А.В.Бицадзе, M.H. Protter, S. Agmon, C.S. Morawetz, К.И. Бабаенко, С.П. Пулькина, М.М. Смирнова, М.С. Салахитдинова, Т.Д. Джураева, В.Н. Врагова, Г.Д. Каратопраклиева J.M. Rassias, К.Б. Сабитова, А.И. Кожанова, А.П. Солдатова и их научных школах. В научных работах H.A.Levine, К.С. Фаязова, М. Аламинова, З.Ш. Абдуллаевой, Я.К. Худайберганова проведены исследования по условной корректности некорректной задачи для дифференциальных уравнений смешанного типа второго порядка и построению регуляризованого приближенного решения.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами высшего образовательного учреждения, где выполнена диссертация. Диссертационная работа выполнена в соответствии с плановой темой научно-исследовательских работ ОТ-Ф1-125 «Компьютерное моделирование, визуализация нелинейных процессов, описываемых уравнениями и системами типа реакции-диффузии Клейна-Гордона, некорректные задачи для абстрактных дифференциальных уравнений» (2007-2011 гг.) и с научным грантом Ф-4-30 «Внутренние и краевые задачи для абстрактного дифференциального уравнения высокого порядка» (2012-2016 гг.) Национального университета Узбекистана.

Целью исследования является исследование условной корректности

краевых, нелокальных некорректных задач для параболических уравнений и систем уравнений с меняющимся направлением времени, для дифференциальных уравнений и систем уравнений смешанного типа, а также построение регуляризованных приближенных решений.

Задачи исследования:

доказать единственность и условную устойчивость решений задач Коши для систем, состоящих из дифференциальных уравнений с операторными коэффициентами первого и второго порядков, построить регуляризованные приближенные решения в соответствующем множестве корректности;

доказать теорему единственности и условную устойчивость решений начально-краевых задач для систем параболических уравнений с меняющимся направлением времени для систем дифференциальных уравнений смешанного типа, построить приближенные решения в соответствующих множествах корректности методом регуляризации;

получить априорные оценки и доказать единственность условной устойчивости решений нелокальных задач для уравнения смешанного типа второго и четвертого порядков для системы уравнений двумерного параболического типа с одной линией вырождения;

исследовать на условную корректность и построить регуляризованные приближенные решения начально-краевых задач для двумерных дифференциальных уравнений с одной линией вырождения;

доказать единственность и условную устойчивость решения начально-краевой задачи для неоднородного дифференциального уравнения смешанного типа второго порядка в многомерном случае;

доказать теоремы о единственности и условной устойчивости решений начально-краевых задач для систем дифференциальных уравнений с одной линией вырождения высокого порядка.

Объектом исследования являются параболические уравнения с меняющимся направлением времени, системы параболических уравнений с меняющимся направлением времени, дифференциальные уравнения смешанного типа, системы дифференциальных уравнений смешанного типа.

Предметом исследования являются некорректные краевые задачи для параболического уравнения и систем уравнений с меняющимся направлением времени, некорректные краевые задачи для дифференциальных уравнений и систем уравнений смешанного типа.

Методы исследования. В диссертации используются методы логарифмической выпуклости, интегральной энергии и методы решения задач дифференциальных уравнений и математической физики.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

доказана единственность и условная устойчивость решений задач Коши для систем, состоящих из дифференциальных уравнений с операторными коэффициентами первого и второго порядков, а также построены регуляризованные приближенные решения в соответствующем множестве

корректности;

доказаны теоремы единственности и условная устойчивость решений начально-краевых задач для систем параболических уравнений с меняющимся направлением времени для систем дифференциальных уравнений смешанного типа, построены приближенные решения в соответствующих множествах корректности методом регуляризации;

получены априорные оценки, а также доказана единственность и условная устойчивость решений нелокальных задач для уравнения смешанного типа второго, четвертого порядков и для системы уравнений двумерного параболического типа с одной линией вырождения;

доказана единственность и условная устойчивость решения начально-краевой задачи для неоднородного дифференциального уравнения смешанного типа второго порядка в многомерном случае;

доказаны теоремы о единственности и условной устойчивости решений начально-краевых задач для систем дифференциальных уравнений с одной линией вырождения высокого порядка, а также в частных случаях построены регуляризованные приближенные решения в соответствующих множествах корректности.

Практические результаты исследования. Полученные в диссертации априорные оценки решений начально-краевых задач для уравнений и систем уравнений смешанного типа использованы при исследовании условной корректности некорректных краевых задач систем уравнений с двумя линиями вырождения и внутренних задач для уравнений смешанного типа.

Достоверность результатов исследования обоснована использованием методов математического анализа, функционального анализа, дифференциальных уравнений и теории математической физики, решения некорректных задач, а также строгостью математических рассуждений и доказательств.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научное значение результатов исследований заключается в том, что их можно использовать для дальнейшего развития теории дифференциальных уравнений и систем уравнений смешанного типа, а также теории некорректных задач.

Практическая значимость диссертации состоит в том, что результаты диссертации можно применить к моделям движения жидкостей с переменными коэффициентами и распространения акустических волн и подобных физических процессов, а также трансзвуковой газодинамике, магнитной гидродинамике, описываемых при помощи некорректных краевых задач для дифференциальных уравнений и систем уравнений смешанного типа.

Внедрение результатов исследования: полученные по некорректным задачам для дифференциальных уравнений и системы уравнений смешанного типа высокого порядка результаты:

априорной оценки решений краевых задач для уравнения смешанного типа второго порядка, для системы двумерных уравнений параболического типа с одной линией вырождения были использованы для исследование условной устойчивости различных начально-краевых задач для эллиптических и параболических уравнения в зарубежном проекте «Регуляризация решений операторных уравнений, ассоциированных с эллиптическими комплексами» (справка Института математики и фундаментальной информатики Сибирского федерального университета № 204 от 26 апреля 2022 года). Применение этих научных результатов позволило провести сравнительный анализ различных начально-краевых задач трансмиссии, задействовавших эллиптические и параболические уравнения математической физики с целью выбора оптимальных функциональных пространств и методов математического анализа для описания процессов диффузии электрических зарядов;

единственность и условная устойчивость решения начально-краевой задачи для системы дифференциальных уравнений с одной линией вырождения высокого порядка были использованы для решения обратной задачи для системы интегро-дифференциальных уравнений в фундаментальном проекте ОТ-Ф4-02 “Термодинамика моделей множества бесконечных случаев математической физики” (Справка Бухарского государственного университета № 04-04/01-0881 от 25 апреля 2022 года). Применение научных результатов позволило доказать существование и единственность решения обратной задачи для системы интегро-дифференциальных уравнений SH-волны;

собственные значения и собственные функции спектральной задачи, соответствующей начально-краевой задаче для дифференциального уравнения второго порядка с одной линией вырождения, были использованы для построения решения начально-краевой задачи в многомерном случае колебаний балки в фундаментальном проекте ОТ-Ф-4-(36+32) «Разработка новых методов решения задач математической физики и оптимального управления» (справка Национального университета Узбекистана № 04/11-8352 от 16 декабря 2021 года). Применение научных результатов дали возможность найти собственные функции и собственные числа спектральной задачи, соответствующей начально-краевой задаче в многомерном случае колебаний балки.

Апробация результатов исследования. Результаты данного исследования были обсуждены на 23 научно - практических конференциях, в том числе на 13 международных и 10 республиканских научно - практических конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 43 научных работ, из них 18 входят в перечень научных изданий, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты докторских диссертаций, в том числе 6 опубликованы

в зарубежных журналах и 12 в республиканских научных изданиях.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка использованной литературы и приложения. Объем диссертации составляет 217 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведены обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объекты и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

В первой главе диссертации, названной **«Некорректные краевые задачи для систем абстрактных дифференциальных уравнений»**, приведены необходимые сведения, которые использованы при изложении результатов диссертации. Получены априорные оценки решений задач Коши для систем, состоящих из дифференциальных уравнений первого и второго порядков с операторными коэффициентами. Регуляризованные приближенные решения построены в соответствующих множествах корректности.

В первом параграфе первой главы представлен краткий обзор предыдущих исследований по теме диссертации, приведены понятия корректных и некорректных задач, определение условной корректности, теорема А.Н.Тихонова, функция логарифмической выпуклости, определение регуляризирующего оператора.

Во втором параграфе первой главы исследована на условную корректность краевая задача для системы дифференциально-операторных уравнений первого порядка. Получена априорная оценка для решения задачи, доказаны теоремы о единственности и условной устойчивости.

Пусть $\left(u(t), v(t)\right)$ функции скалярного аргумента $t\left(0<t<T\right)$ со значениями из Гильбертова пространства H. Рассмотрим систему абстрактных дифференциальных уравнений с операторными коэффициентами

$$\begin{cases} u_t(t) - Nu(t) = f(t), \\ v_t(t) - Av(t) = u(t), \end{cases} \tag{1}$$

и условиями

$$u(0) = u_0, v(0) = v_0 \tag{2}$$

где N-постоянный неограниченный нормальный оператор, спектр которого не содержит и не окружает точку ноль, A-самосопряженный оператор.

Тогда для решения задачи (1)-(2) имеет место неравенство

$$\begin{cases} \|u(t)\| \le \left(\|u(0)\| + \int\limits_0^T \|f(t)\| dt \right)^{1-\frac{t}{T}} \left(\|u(T)\| + \int\limits_0^T \|f(t)\| dt \right)^{\frac{t}{T}} + \int\limits_0^T \|f(t)\| dt, \\ \|v(t)\| \le \left(\|v(0)\| + \int\limits_0^T \|u(t)\| dt \right)^{1-\frac{t}{T}} \left(\|v(T)\| + \int\limits_0^T \|u(t)\| dt \right)^{\frac{t}{T}} + \int\limits_0^T \|u(t)\| dt \end{cases} \quad (3)$$

для любого $t \in (0,T)$.

Нетрудно заметить, что данное неравенство (3) является априорной оценкой для решения системы уравнений (1). Отсюда следует, что решение задачи (1), (2) при данных условиях на операторы N и A будет условно корректным при условии $u \in M$, где $M = \{\|u(T)\| + \|v(T)\| \le m\}$.

Теорема 1. Пусть решение задачи (1), (2) существует и $(u,v) \in M$. Тогда решение задачи (1), (2) единственно.

Введем обозначения. Через $(u(t), v(t))$ обозначим решение задачи (1), (2) по точным данным (u_0, v_0), $f(t)$ а через $(u_\varepsilon(t), v_\varepsilon(t))$ решение задачи (1), (2) по приближенным данным $(u_{0_\varepsilon}, v_{0_\varepsilon})$, $f_\varepsilon(t)$.

Теорема 2. Пусть решение задачи (1), (2) существует, $\|u_0 - u_{0_\varepsilon}\| \le \varepsilon$, $\|v_0 - v_{0_\varepsilon}\| \le \varepsilon, \|f - f_\varepsilon\| \le \varepsilon$, $0 < t < T$ и $(u,v),(u_\varepsilon, v_\varepsilon) \in M$, где $\varepsilon > 0$. Тогда

$$\|u(t) - u_\varepsilon(t)\| \le \delta_1(\varepsilon,t), \|v(t) - v_\varepsilon(t)\| \le \delta_2(\varepsilon,t),$$

где

$$\delta_1(\varepsilon,t) = \left((T+1)\varepsilon\right)^{1-\frac{t}{T}} \left(2m + T\varepsilon\right)^{\frac{t}{T}} + T\varepsilon,$$

$$\delta_2(\varepsilon,t) = \left(\varepsilon + \gamma(m,\varepsilon,T)\right)^{1-\frac{t}{T}} \left(2m + \gamma(m,\varepsilon,T)\right)^{\frac{t}{T}} + \gamma(m,\varepsilon,T),$$

$$\gamma(m,\varepsilon,T) = T(2m + T\varepsilon) / \ln\left(\frac{2m + T\varepsilon}{(T+1)\varepsilon}\right) + T^2\varepsilon.$$

В третьем параграфе первой главы исследуется на условную устойчивость некорректная краевая задача для системы абстрактных дифференциальных уравнений первого и второго порядков с двумя линейными неограниченными операторами.

Пусть $u(t), v(t)$ функции скалярного аргумента t, $0 \le t \le T$, со значениями в пространстве Гильберта H.

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} Bv_{tt}(t) - Av(t) = 0, \\ Bu_t(t) - Au(t) = v(\mathrm{t}) \end{cases} \quad (4)$$

где $A-$самосопряженный и положительный оператор с плотной в H областью определения $D(A)$; B- самосопряженный оператор,

осуществляющий изоморфизм H в H, причем $E^{+}+E^{-}=I$, где E^{+}, E^{-} - спектральные проекторы, соответствующие положительной и отрицательной частям спектра оператора B.

Задача Коши. Найти решение системы уравнений (4) такое, что

$$v(0)=f,\ v_t(0)=g,\ u(0)=h. \qquad (5)$$

Под решением системы уравнений (4) мы понимаем пару функций $u(t),v(t)$ со значениями в H, $u(t)$ сильно непрерывна на сегменте $[0,T]$, $v(t)$ также сильно непрерывна на сегменте $[0,T]$, имеющих сильные производные участвующих в уравнении во всех внутренних точках этого сегмента, удовлетворяющих системе уравнений (4). Из последнего следует, что $u(t),v(t)\in D$ при $0<t<T$, где $D=D(A)\cap D(\mathrm{B})$.

Введем множество $M=\left\{\left(Av(T),v(T)\right)+\left\|u(T)\right\|_0^2\le m^2\right\}$.

Теорема 3. Пусть решение системы уравнений существует и $u(t)\in M$, $v(t)\in M$, тогда решение задачи (4)-(5) единственно.

Пусть $U=u(t)-u_\varepsilon(t)$, $V=v(t)-v_\varepsilon(t)$. Тогда для U,V получим следующую задачу:

$$\begin{cases} BV_{tt}(t)-AV(t)=0, \\ BU_t(t)-AU(t)=V(t) \end{cases}$$

при начальных условиях:

$$V(0)=f-f_\varepsilon,\ V_t(0)=g-g_\varepsilon,\ U(0)=h-h_\varepsilon.$$

Теорема 4. Пусть решение данной задачи существует и $\left(AV(0),V(0)\right)\le\varepsilon^2$, $\left|\left(AV(0),B^{-1}AV(0)\right)\right|\le\varepsilon^2$, $\left(AV'(0),V'(0)\right)\le\varepsilon^2$, $\left\|U(0)\right\|_0\le\varepsilon$, кроме того $u(t),v(t)\in M$, тогда для решения задачи (4)-(5) верны оценки

$$\left\|V(t)\right\|\le\omega(\varepsilon,M,t),$$

$$\left\|U(t)\right\|\le 2\left(\varepsilon^2+\int_0^T\omega(\varepsilon,M,t)dt\right)^{\frac{T-t}{T}}\left(m^2+\int_0^T\omega(\varepsilon,M,t)dt\right)^{\frac{t}{T}}+\int_0^T\omega(\varepsilon,M,t)dt,$$

где $\omega(\varepsilon,M,t)=c(t)\left(\varepsilon^2\right)^{\frac{T-t}{T}}\left(m^2+\varepsilon^2\right)^{\frac{t}{T}}/\lambda$.

Не ограничивая общности, предположим, что $g=0$. Пусть решение задачи (4)-(5) существует, $\left\|f-f_\varepsilon\right\|_0\le\varepsilon$, $\left\|h-h_\varepsilon\right\|_0\le\varepsilon$ и $u,v\in M$. Тогда получены оценки нормы разности точного решения и приближенного решения для приближенных данных. Из минимизации правой части оценки получим формулу для параметра регуляризации, которую используем для численного расчета.

В четвертом параграфе первой главы изучается условная устойчивость краевой задачи для системы абстрактных дифференциальных уравнений второго порядка с операторными коэффициентами.

Пусть $v(t), u(t)$ функции скалярного аргумента t, $0 \le t \le T$, со значениями в пространстве Гильберта H.

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} Bv_{tt}(t) - Av(t) = f, \\ Bu_{tt}(t) - Au(t) = v(t) \end{cases} \tag{6}$$

где $A-$ самосопряженный и положительный оператор с плотной в H областью определения $D(A)$; B - самосопряженный оператор, осуществляющий изоморфизм H в H, причем $E^{+} + E^{-} = I$, где E^{+}, E^{-} - спектральные проекторы, соответствующие положительной и отрицательной частям спектра оператора B.

Задача Коши. Найти решение системы уравнений (6) такое, что

$$v(0) = g_1, v_t(0) = g_2, u(0) = g_3, u_t(0) = g_4. \tag{7}$$

Лемма 1. Пусть $\omega(t)$ решение уравнения $\omega''(t) - \lambda\omega(t) = g(t)$, и удовлетворяет условиям $\omega(0) = w_1$, $\omega'(0) = w_2$. Тогда для решения данного уравнения при $t \in (0,T)$ имеет место неравенство

$$\int_0^t w^2(\tau)d\tau \le c(t)\left(Tw_1^2 + \gamma\right)^{1-r(t)} \left(\int_0^T w^2(\tau)d\tau + \gamma\right)^{r(t)}$$

где λ - некоторая константа, $g(t)$ - заданная функция,

$\gamma = (2T^2 + 3)\int_0^T g^2(t)dt + 2\left|\lambda w_1^2 - w_2^2\right|T + 2\left|w_1 w_2\right|$, $\quad r(t) = \dfrac{1 - e^{-2t}}{1 - e^{-2T}}$,

$$c(t) = \exp\left((T+1)\frac{\left(1 - e^{-2t}\right)T - \left(1 - e^{-2T}\right)t}{1 - e^{-2T}}\right).$$

Пусть $\|g\|_1^2 = \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k^{+}\left(g_k^{+}\right)^2 + \sum_{k=1}^{\infty}\left|\lambda_k^{-}\right|\left(g_k^{-}\right)^2$, где $g_k^{\pm} = \pm\left(Dg, \varphi_k^{\pm}\right)$, $\lambda_k^{\pm}$ - положительные и отрицательные собственные значения соответствующей спектральной задачи, $\varphi_k^{\pm}$ - собственные функции.

Введем множества корректности $M = \left\{(v,u) : \|v(T)\|^2 + \|u(T)\|^2 \le m^2\right\}$.

На основе леммы 1 для решения задачи (6), (7) доказаны теоремы единственности и условной устойчивости на множестве корректности.

Во второй главе диссертации, названной «**Начальные - краевые задачи для систем уравнений смешанного типа**» исследованы на условную устойчивости краевые задачи для систем, состоящих из уравнений смешанного типа первого, второго и третьего порядков и построены регуляризованные приближенные решения.

Первый параграф этой главы состоит из двух частей, в которых изучаются некорректные начально-краевые задачи для систем параболических

уравнений с меняющимся направлением времени.

I. Рассмотрим начально-краевую задачу для системы уравнений

$$\begin{cases} \operatorname{sgn}(x)v_t(x,t)+v_{xx}(x,t)=0, \\ \operatorname{sgn}(x)u_t(x,t)+u_{xx}(x,t)=v(x,t) \end{cases} \tag{8}$$

в области $\Omega=\{-1<x<1, x\neq 0, 0<t<T\}$.

Постановка задачи. Ищется решение $(u(x,t),v(x,t))$ системы уравнений (8), удовлетворяющее условиям: начальным

$$u(x,0)=f(x), v(x,0)=g(x), -1\le x\le 1, \tag{9}$$

граничным

$$u(-1,t)=u(1,t)=0,\ v(-1,t)=v(1,t)=0,\ 0\le t\le T, \tag{10}$$

и условиям склеивания

$$\left.\begin{aligned} u(-0,t)=u(+0,t), u_x(-0,t)=u_x(+0,t), \\ v(-0,t)=v(+0,t), v_x(-0,t)=v_x(+0,t), \end{aligned}\right\}, 0\le t\le T. \tag{11}$$

Лемма 2. Пусть $u(x,t)$ удовлетворяет уравнению

$$\operatorname{sgn} x u_t(x,t)+u_{xx}(x,t)=v(x,t),$$

и условиям $u(-1,t)=u(1,t)=0$, $u(-0,t)=u(+0,t), u_x(-0,t)=u_x(+0,t),$ тогда для $u(x,t)$ справедлива следующая оценка

$$\|u(x,t)\|_0 \leqslant \sqrt{2}\left(\|u(x,0)\|_0+\alpha\right)^{\frac{T-t}{T}}\left(\|u(x,T)\|_0+\alpha\right)^{\frac{t}{T}}+\alpha,$$

где $\alpha=\left(\int\limits_0^T \|v(x,t)\|_0^2 dt\right)^{\frac{1}{2}}$.

Введем множество корректности $M=\left\{(u,v):\|u(x,T)\|_0+\|v(x,T)\|_0\leqslant m\right\}$.

В данном множестве корректности доказаны теоремы о единственности и условной устойчивости решения задачи (8) - (11) на основе леммы 2.

Пусть в задаче (8)-(11) $f(x)=0$, решение задачи (8) - (11) существует, $\|g(x)-g_\varepsilon(x)\|_0\leqslant\varepsilon$, и $\left(u(x,t),v(x,t)\right)\in M$. Тогда получена оценка нормы разности точного решения и приближенного решения по приближенным данным.

II. В области $\Omega=\left\{|x|<1, x\neq 0, 0<t<T\right\}$ исследуется система уравнений вида

$$\begin{cases} u_t+\operatorname{sgn} x u_{xx}+av=f(x,t), \\ v_t+\operatorname{sgn} x v_{xx}+bu=g(x,t), \end{cases} \tag{12}$$

где a,b - некоторые константы, $ab>0$.

Пусть пара функций $(u(x,t),v(x,t))$ удовлетворяет системе уравнений (12) в области Ω и следующим условиям: начальным

$$u\big|_{t=0}=\varphi(x),\ v\big|_{t=0}=\psi(x),\ x\in[-1;1] \tag{13}$$

краевым (10) и условиям склеивания (11), где $f(x,t), g(x,t), \varphi(x), \psi(x)$ заданные достаточные гладкие функции, определенные при $(x,t) \in \bar{\Omega}$, причем $\varphi(x)\big|_{x=\pm 1} = \psi(x)\big|_{x=\pm 1} = 0$.

Лемма 3. Пусть пара функций $\big(u(x,t), v(x,t)\big)$ удовлетворяет системе уравнений (1) в области Ω и условиям (12)-(15). Тогда для них справедливы оценки

$$\|u\|_0 \le \frac{\theta(t)}{2|b|}, \ \|v\|_0 \le \frac{\theta(t)}{2\sqrt{ab}},$$

где

$$\theta(t) = \sqrt{2}\left(\|\bar{\varphi}(x)\|_0 + \alpha\right)^{\frac{T-t}{T}} \left(\left\|bu(x,T) + \sqrt{ab}v(x,T)\right\|_0 + \alpha e^{-\sqrt{ab}T}\right)^{\frac{t}{T}} + \alpha e^{-\sqrt{ab}t} +$$

$$\sqrt{2}\left(\|\bar{\psi}(x)\|_0 + \beta\right)^{\frac{T-t}{T}} \left(\left\|bu(x,T) - \sqrt{ab}v(x,T)\right\|_0 + \beta e^{\sqrt{ab}T}\right)^{\frac{t}{T}} + \beta e^{\sqrt{ab}t},$$

$$\alpha = \left(\int_0^T \|\bar{f}\|_0^2 \, dt\right)^{1/2}, \quad \beta = \left(\int_0^T \|\bar{g}\|_0^2 \, dt\right)^{1/2}, \quad \bar{f} = \left(bf + \sqrt{ab}g\right)e^{\sqrt{ab}t}, \quad \bar{\varphi} = b\varphi + \sqrt{ab}\psi,$$

$$\bar{g} = \left(bf - \sqrt{ab}g\right)e^{-\sqrt{ab}t}, \ \bar{\psi} = b\varphi - \sqrt{ab}\psi.$$

Пусть решение задачи (12), (13) существует и $(u,v) \in M$. Тогда доказана его единственность и условная устойчивость.

Пусть в задаче (12), (13) $\varphi(x) = 0, \psi(x) = 0$, решение задачи (12), (13) существует, $\max\limits_{t\in[0;T]} \|f(x,t) - f_\varepsilon(x,t)\| \le \varepsilon$, $\max\limits_{t\in[0;T]} \|g(x,t) - g_\varepsilon(x,t)\| \le \varepsilon$ и $\big(u(x,t), v(x,t)\big) \in M$. Тогда получены оценки нормы разности точного решения и приближенного решения соответствующего приближенным данным.

Во втором параграфе второй главы изучена условная корректность начально-краевой задачи для системы, состоящей из уравнения смешанного типа второго порядка и параболического уравнения с меняющимся направлением времени. Регуляризованное решение построено в соответствующем множестве корректности.

Рассмотрим систему уравнений

$$\begin{cases} \operatorname{sgn}(x) v_{tt}(x,t) + v_{xx}(x,t) = 0, \\ \operatorname{sgn}(x) u_t(x,t) + u_{xx}(x,t) = v(x,t), \end{cases} \tag{14}$$

в области $\Omega = \{-1 < x < 1, x \ne 0, \ 0 < t < T\}$.

Постановка задачи. Ищется решение $(u(x,t), v(x,t))$ системы уравнений (14), удовлетворяющее условиям: начальным

$$u(x,0) = f(x), \ v(x,0) = g(x), \ v_t(x,0) = h(x), \ -1 \le x \le 1, \tag{15}$$

граничным (10) и условиям склеивания (11).

Множество корректности $M=\left\{(u,v):\int\limits_{-1}^{1}u^2(x,T)dx+\int\limits_{-1}^{1}v_x^2(x,T)dx\le m^2\right\}$.

Теорема 5. Пусть решения задачи (14), (15) существует и $(u(x,t),v(x,t))\in M$. Тогда решение задачи единственно.

Теорема 6. Пусть решение задачи (14), (15) существует, $(u(x,t),v(x,t))\in M$, $(u_\varepsilon(x,t),v_\varepsilon(x,t))\in M$, $\|f(x)-f_\varepsilon(x)\|\le\varepsilon$, $\|g(x)-g_\varepsilon(x)\|_{W_2^2}\le\varepsilon$, $\|h'(x)-h'_\varepsilon(x)\|\le\varepsilon$. Тогда решение задачи (14), (15) удовлетворяет неравенствам

$$\|v(x,t)-v_\varepsilon(x,t)\|^2\le\gamma(m,\varepsilon),$$

$$\|u(x,t)-u_\varepsilon(x,t)\|^2\le\left(\varepsilon^2+\gamma(m,\varepsilon)\right)^{\frac{T-t}{T}}\left(2m^2+\gamma(m,\varepsilon)\right)^{\frac{t}{T}}+\gamma(m,\varepsilon),$$

где $\gamma(m,\varepsilon)=4\int\limits_0^T\left(2\varepsilon^2\right)^{\frac{T-t}{T}}\left(2m^2+\varepsilon^2\right)^{\frac{t}{T}}e^{2t(T-t)}dt$.

Пусть $\|f(x)-f_\varepsilon(x)\|\le\varepsilon$, $\|g(x)-g_\varepsilon(x)\|\le\varepsilon$, $\|h(x)-h_\varepsilon(x)\|\le\varepsilon$ и $\left(u(x,t),v(x,t)\right)\in M$. Тогда получены оценки нормы разности точного решения и приближенного решения по приближенным данным, построенным методом регуляризации.

Третий параграф второй главы посвящен исследованию условной корректности и приближенного решения некорректной краевой задачи для системы уравнений смешанного типа второго порядка.

Постановка задачи. Пусть пара функций $(v(x,t),u(x,t))$ является решением системы уравнений

$$\begin{cases} sgn(x)v_{tt}(x,t)-Lv(x,t)=f(x,t),\\ sgn(x)u_{tt}(x,t)-Lu(x,t)=v(x,t),\end{cases}\tag{16}$$

в области $\Omega=\{-1<x<1,x\ne0,0<t<T\}$ удовлетворяющим условиям: начальным

$$\left.\begin{aligned} v(x,0)=\varphi_1(x),v_t(x,0)=\varphi_2(x),\\ u(x,0)=\varphi_3(x),u_t(x,0)=\varphi_4(x),\end{aligned}\right\}-1\le x\le1,\tag{17}$$

граничным (10) и условиям склеивания (11), где $Lv\equiv-\frac{\partial}{\partial x}\left(p(x)v_x(x,t)\right)+q(x)v(x,t)$ и $p(x),p'(x),q(x)$ непрерывные функции на сегменте $[-1,1]$, $q(x)\ge0$, $p(x)>p_0$, p_0-некоторая положительная постоянная.

Теорема 7. Пусть $\left(v(t),u(t)\right)$ решение системы уравнений (16) удовлетворяющее условиям (10), (11), (17), причем $\varphi_1(x)=0$, $\varphi_3(x)=0$. Тогда справедливы оценки

$$\int_0^t \|v(x,\tau)\|_0^2\, d\tau \leqslant c(t)\left(\beta\right)^{1-r(t)}\left(\int_0^T \|v(x,t)\|_0^2\, dt+\beta\right)^{r(t)},$$

$$\int_0^t \|u(x,\tau)\|_0^2\, d\tau \leqslant c(t)\left(\theta\right)^{1-r(t)}\left(\int_0^T \|u(x,t)\|_0^2\, dt+\theta\right)^{r(t)},$$

где $\beta=(2T^2+1)\int_0^T \|f(x,t)\|_0^2\, dt+2T\|\varphi_2(x)\|^2$,

$$\theta=(2T^2+1)\int_0^T \|v(x,t)\|_0^2\, dt+2T\|\varphi_4(x)\|^2.$$

Введем множество корректности $M=\left\{(u,v):\|u(x,t)\|_0^2+\|v(x,t)\|_0^2\leqslant m^2\right\}$.

Используя теорему 7, на множестве корректности M доказаны единственность и условную устойчивость решения задачи (16), (17).

Пусть $f(x,t)=0$, $\varphi_1(x)=0$, $\varphi_3(x)=0$, $\varphi_4(x)=0$ решение задачи (16), (17) существует и $(v(x,t),u(x,t))\in M$, $\left\|\varphi_2(x)-\varphi_{2_\varepsilon}(x)\right\|_0\leqslant\varepsilon$. Тогда получены оценки нормы разности между точным решением и приближенным решением по приближенным данным с помощью регуляризации Тихонова и квази-обращения. Минимизируя эти оценки при $\varepsilon>0$ по переменной N и α находим формулу для вычисления параметров регуляризации.

В четвертом параграфе второй главы исследуется условная корректность и приближенное решение некорректной задачи для системы уравнений смешанного типа третьего порядка.

Постановка задачи. Пусть пара функций $\left(v(x,t),u(x,t)\right)$ является решением системы уравнений

$$\begin{cases} sgn(x)v_{ttt}-Lv_t=sgn(x)f, \\ sgn(x)u_{ttt}-Lu_t=sgn(x)v, \end{cases} \tag{18}$$

в области $\Omega=\left\{-1<x<1, x\neq 0,\ 0<t<T\right\}$, удовлетворяющей следующим условиям: начальным

$$\left.\begin{aligned} &v\big|_{t=0}=\varphi_1(x),\ v_t\big|_{t=0}=\varphi_2(x),\ v_{tt}\big|_{t=0}=\varphi_3(x), \\ &u\big|_{t=0}=\psi_1(x),\ u_t\big|_{t=0}=\psi_2(x),\ u_{tt}\big|_{t=0}=\psi_3(x) \end{aligned}\right\}, -1\leq x\leq 1, \tag{19}$$

граничным (10) и условиям склеивания (11), где $Lv(x,t)\equiv-\dfrac{\partial}{\partial x}\left(p(x)v_x\right)+q(x)v$ и $p(x)$, $p'(x)$, $q(x)$- непрерывные функции на $[-1,1]$, $q(x)\geq 0, p(x)>p_0$, p_0- положительная константа.

Введем множества корректности $M=\left\{\|u_t(x,T)\|_0^2+\|v_t(x,T)\|_0^2\leqslant m^2\right\}$.

Доказаны теоремы о единственности и условной устойчивости решения задачи (18), (19) при $(v,u)\in M$.

Приближенное решение задачи (18), (19) построено во множестве корректности с методом регуляризации.

В третьей главе диссертации, названной «**Нелокальные краевые задачи для уравнений смешанного типа**», рассмотрены нелокальные задачи для дифференциального уравнения смешанного типа второго порядка, для системы параболических уравнений с меняющимися направлениями и для дифференциального уравнения смешанного типа четвертого порядка.

Доказаны теоремы единственности и условной устойчивости решения этих задач.

В первом параграфе третьей главы изучается условная устойчивость нелокальной задачи для уравнения Лаврентьева-Бицадзе.

Исследуемая задача, вообще говоря, относится к классу некорректно поставленных задач математической физики, а именно в данной задаче отсутствует непрерывная зависимость решения от начальных данных. Кроме того, в этих задачах возникает проблема малых знаменателей, т.е. не для всех данных решение задачи существует и единственно.

Постановка задачи. Пусть Ω конечный интервал $(-1,1)$ оси Ox, Q прямоугольник $\Omega\times(0,T)$, $0<T<+\infty$. Рассмотрим краевую задачу: найти функцию $u(x,t)$ являющуюся в области Q решением уравнения

$$\operatorname{sgn} x\, u_{tt}(x,t)+u_{xx}(x,t)=0, \tag{20}$$

и такую, что для нее выполняются условия: нелокальные

$$\left.\begin{aligned}\alpha_1 u(x,0)+\beta_1 u(x,T)=f(x),\\ \alpha_2 u_t(x,0)+\beta_2 u_t(x,T)=g(x)\end{aligned}\right\},\ |\alpha_i|+|\beta_i|\neq 0,\ i=1,2.,\ x\in\bar{\Omega}, \tag{21}$$

граничные

$$u(-1,t)=u(1,t)=0,\ 0\le t\le T, \tag{22}$$

и условия склевания

$$u(-0,t)=u(+0,t),\ u_x(-0,t)=u_x(+0,t),\ 0\le t\le T, \tag{23}$$

где $f(x),\ g(x)$ достаточно гладкие функции.

Введем обозначение $\xi=-\dfrac{\alpha_1\alpha_2+\beta_1\beta_2}{\alpha_1\beta_2+\alpha_2\beta_1}$, μ_k-положительные корни уравнения $tg\,\mu=-th\mu$.

Условие 1. Пусть $\alpha_1\beta_2+\alpha_2\beta_1\neq 0$, $|\xi|\le 1$ и уравнение $\mu_k T=\pm\arccos\xi+2\pi n,\ k\in N$ относительно n не имеет решений в целых числах.

Условие 2. Предположим, что $\alpha_1\beta_2+\alpha_2\beta_1\neq 0, \xi>1$ и выполнено условие

$$\mu_k T\neq\ln\left(\xi\pm\sqrt{\xi^2-1}\right),\ k\in N.$$

Условие 3. Пусть $\alpha_1=0,\ \beta_2=0$ и уравнение $\mu_k T=\dfrac{\pi}{2}+\pi n$ относительно

n не имеет решений в целых числах.

Теорема 8. Пусть выполнено условие 3. Тогда для любого обобщенного решения задачи (20)-(23) для почти всех (в смысле меры Лебега) чисел $T>0$ имеет место неравенство

$$\|u(x,t)\|_0^2 \le C_1\beta_1^{-2}\|f(x)\|_{W_2^2}^2 + C_2\alpha_2^{-2}\|g(x)\|_{W_2^1}^2,$$

где C_1, C_2 - положительные постоянные.

Теорема 9. Пусть выполнено условие 1. Тогда для любого обобщенного решения задачи (20)-(23) для почти всех (в смысле меры Лебега) чисел $T>0$ имеет место неравенство

$$\|u(x,t)\|_0^2 \le \frac{C_3\left(|\alpha_2|+|\beta_2|\right)^2}{|\alpha_1\beta_2+\alpha_2\beta_1|^2}\|f(x)\|_{W_2^3}^2 + \frac{C_4\left(|\alpha_1|+|\beta_1|\right)^2}{|\alpha_1\beta_2+\alpha_2\beta_1|^2}\|g(x)\|_{W_2^2}^2,$$

где C_3, C_4 - положительные постоянные.

Теорема 10. Пусть выполнено условие 2. Тогда для, почти, всех (в смысле меры Лебега) чисел $T>0$ и для любого обобщенного решения задачи (20)-(23) имеет место неравенство

$$\|u(x,t)\|_0^2 \le C_6\left[\frac{\left(|\alpha_2|+|\beta_2|\right)^2}{|\alpha_1\beta_2+\alpha_2\beta_1|^2}\|f(x)\|_0^2 + \frac{\left(|\alpha_1|+|\beta_1|\right)^2}{\mu_1^2|\alpha_1\beta_2+\alpha_2\beta_1|^2}\|g(x)\|_0^2\right],$$

где C_6 - положительные постоянные.

Во втором параграфе третьей главы рассмотрена нелокальная краевая задача для системы уравнений смешанного типа с одной линией вырождения.

Пусть $\Omega_T=\{|x|<1,\ |y|<1,\ 0<t<T\}$, $Q=\{|x|<1,\ |y|<1\}$, $Q_1=\{|x|<1, 0<t<T\}$, $Q_2=\{|y|<1, 0<t<T\}$. В области $\Omega_T\cap\{x\ne 0\}$ исследуется система уравнений вида

$$\begin{cases} v_t+\operatorname{sgn}x\, v_{xx}+v_{yy}=f(x,y,t), \\ u_t+\operatorname{sgn}x\, u_{xx}+u_{yy}=v(x,y,t). \end{cases} \tag{24}$$

Пусть пара функций $(v(x,y,t),u(x,y,t))$ удовлетворяет системе уравнений (24) в области $\Omega_T\cap\{x\ne 0\}$ и следующим условиям: нелокальным

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 v|_{t=0}+\beta_1 v|_{t=T}=\varphi(x,y), \\ \alpha_2 u|_{t=0}+\beta_2 u|_{t=T}=\psi(x,y), \end{aligned}\right\}(x,y)\in\bar{Q} \tag{25}$$

краевым

$$\begin{aligned} &v(-1,y,t)=v(1,y,t)=0,\ u(-1,y,t)=u(1,y,t)=0,\ (y,t)\in\bar{Q}_2, \\ &v(x,-1,t)=v(x,1,t)=0,\ u(x,-1,t)=u(x,1,t)=0,\ (x,t)\in\bar{Q}_1, \end{aligned} \tag{26}$$

и условиям склеивания

$$\begin{aligned} &v(-0,y,t)=v(+0,y,t),\ v_x(-0,y,t)=v_x(+0,y,t),\ (y,t)\in\bar{Q}_2,\\ &u(-0,y,t)=u(+0,y,t),\ u_x(-0,y,t)=u_x(+0,y,t),\ (y,t)\in\bar{Q}_2, \end{aligned}\quad t\in[0,T] \quad (27)$$

где $\varphi(x,y), \psi(x,y), f(x,y,t)$ заданные достаточные гладкие функции, определенные при $(x,y)\in\bar{Q}$, причем $.\varphi(x,y)\big|_{\partial Q}=0$, $\psi(x,y)\big|_{\partial Q}=0$, и α_i,β_i - заданные действительные числа такие, что $|\alpha_i|+|\beta_i|\neq 0,\ i=1,2.$.

Задача. Найти пару функций, удовлетворяющих уравнению (24) и условиям (25), (26), (27)

Лемма 4. Пусть $v(x,y,t)$ удовлетворяет уравнению $v_t+\operatorname{sgn}x\,v_{xx}+v_{yy}=f(x,y,t)$ и условиям $\alpha v\big|_{t=0}+\beta v\big|_{t=T}=\varphi(x,y)$, $\alpha\neq 0$, $\beta\neq 0$, α,β - ограниченные числа, $v\big|_{\partial Q}=0$, $v(-0,y,t)=v(+0,y,t)$, $v_x(-0,y,t)=v_x(+0,y,t)$ и $\alpha+\beta\exp\left(\left(\mu_k^{\pm}+\pi^2n^2\right)T\right)\neq 0$, $k,n\in N$, тогда для $v(x,y,t)$ справедлива оценка

$$\|v(x,y,t)\|_0^2\le C\left(\alpha^{-2}+\beta^{-2}\right)\|\varphi\|_0^2+$$

$$C\left(\alpha^2\beta^{-2}+1\right)\int_0^t\|f(x,y,\tau)\|_0^2\,d\tau+C\left(1+\alpha^{-2}\beta^2\right)\int_t^T\|f(x,y,\tau)\|_0^2\,d\tau,$$

где C - некоторая постоянная зависящая от α,β,T .

Лемма 5. Пусть $v(x,y,t)$ удовлетворяет уравнению $v_t+\operatorname{sgn}x\,v_{xx}+v_{yy}=f(x,y,t)$ и условиям $v\big|_{t=0}=\varphi(x,y)$, $v\big|_{\partial Q}=0$, $v(-0,y,t)=v(+0,y,t)$, $v_x(-0,y,t)=v_x(+0,y,t)$, тогда для $v(x,y,t)$ справедлива оценка

$$\|v(x,y,t)\|_0\le\sqrt{2}\left(\|v(x,y,0)\|_0+\gamma\right)^{1-\frac{t}{T}}\left(\|v(x,y,T)\|_0+\gamma\right)^{\frac{t}{T}}+\gamma$$

где $\gamma=\left(\int_0^T\|f(x,y,t)\|_0^2\,dt\right)^{1/2}$.

В зависимости от значений $\alpha_i,\beta_i, i=1,2$, в условиях (25), задача (24) - (27) будет корректной или некорректной. Если хотя бы одно из значений параметров $\alpha_i,\beta_i, i=1,2$ равно нулю, тогда задача (24) - (27) некорректна, если все отличны от нуля, то задача корректна.

Введем множества корректности задачи следующим образом:

$$M_1=\left\{(v,u):\|v(x,y,T)\|_0+\|u(x,y,T)\|_0\le m\right\},\ M_2=\left\{u:\|u(x,y,0)\|_0\le m\right\}.$$

Доказаны теоремы об условной устойчивости и единственности решения задачи (24) - (27) при различных значениях параметров $\alpha_i,\beta_i, i=1,2$ в нелокальном условии (25).

В третьем параграфе третьей главы рассмотрена нелокальная краевая задача для дифференциального уравнения в частных производных четвертого

порядка смешанного типа.

Пусть $u(x,t)$ в области $\Omega=\{(x,t)\,|\,(-1,1)\times(0,T), x\neq 0\}$ удовлетворяет уравнению

$$sgn\,x\frac{\partial^4 u}{\partial t^4}-Lu=0, \tag{28}$$

где $Lu\equiv-\frac{\partial}{\partial x}\big(p(x)u_x(x,t)\big)+q(x)u(x,t)$ и $p(x),p'(x),q(x)$ непрерывные функции на сегменте $[-1,1]$, $q(x)\geqslant 0$, $p(x)>p_0$, p_0 - некоторая положительная постоянная.

Задача. Найти функцию $u(x,t)$, удовлетворяющую уравнению (28) в области Ω и следующим условиям: нелокальным

$$\left.\frac{\partial^i u}{\partial t^i}\right|_{t=0}+\left.\frac{\partial^i u}{\partial t^i}\right|_{t=T}=\varphi_i(x),\ i=0,1,2,3,\ x\in[-1,1], \tag{29}$$

граничным (22) и условиям склеивания (23).

Пусть $\left\{X_k^+(\mathrm{x})\right\}_{k=1}^{\infty}$, $\left\{X_k^-(\mathrm{x})\right\}_{k=1}^{\infty}$- собственные функции соответствующей спектральной задачи, отвечающие соответственно положительным $\left\{\lambda_k^+\right\}_{k=1}^{\infty}$ и отрицательным $\left\{\lambda_k^-\right\}_{k=1}^{\infty}$ собственным значениям, причем числа λ_k^+, $-\lambda_k^-$ образуют неубывающие последовательности, $\mu_k^4=\pm\lambda_k^{\pm}$.

Теорема 11. Для единственности решения задачи (28), (29) в классе $\left(L_2(-1,1);C[0,T]\right)$ необходимо и достаточно, чтобы уравнение $\mu_k T=\pi+2\pi n$ не имело решений в целых k,n ($k,n\in N$).

Теорема 12. Пусть $\varphi_j(x)\in W_2^{4-j}(-1;1)$, $j=0,1,2,3$ и выполнены условия теоремы 1. Тогда при $T\neq\frac{(2n+1)\pi}{\mu_k}$ (n,k натуральные числа) существует единственное решение задачи (28), (29), которое принадлежит пространству $\left(L_2(-1,1);C[0,T]\right)$ и непрерывно зависит от функций $\varphi_j(x)$, $j=0,1,2,3$, в том смысле, что справедлива оценка

$$\|u(x,t)\|_0^2\leq C_0\|\varphi_0(x)\|_{W_2^{4+\varepsilon}}^2+C_1\|\varphi_1(x)\|_{W_2^{3+\varepsilon}}^2+C_2\|\varphi_2(x)\|_{W_2^{2+\varepsilon}}^2+C_3\|\varphi_3(x)\|_{W_2^{1+\varepsilon}}^2$$

где C_j-константы, $j=0,1,2,3$, $0<\varepsilon<1$.

В четвертой главе диссертации, названной «**Некорректные краевые задачи для уравнений смешанного типа**» рассмотрена условная корректность и построено регуляризованное решение начально-краевых задач для уравнения второго порядка с одной линией вырождения, для уравнения смешанного типа высокого порядка и для уравнения второго порядка в многомерным случае.

В первом параграфе четвертой главы рассматривается краевая задача для дифференциального уравнения в частных производных второго порядка с одной линией вырождения.

Рассмотрим дифференциальное уравнение

$$u_t(x,y,t)+\operatorname{sgn} x\, u_{xx}(x,y,t)+u_{yy}(x,y,t)=0 \tag{30}$$

в области $\Omega=\{-1<x<1, x\neq 0,\ 0<y<1, 0<t<T, T<\infty\}$.

Постановка задачи. Найти функцию $u(x,y,t)$ удовлетворяющую уравнению (30) в области Ω и начальным

$$u(x,y,0)=\phi(x,y),\ (x,y)\in\overline{Q},\ Q=\{-1<x<1, 0<y<1\}, \tag{31}$$

граничным

$$\begin{aligned} &u(-1,y,t)=u(1,y,t)=0, 0\le y\le 1, 0\le t\le T,\\ &u(x,0,t)=u(x,1,t)=0, -1\le x\le 1, 0\le t\le T, \end{aligned} \tag{32}$$

а также условиям склеивания

$$u(-0,y,t)=u(+0,y,t),\ u_x(-0,y,t)=u_x(+0,y,t). \tag{33}$$

Лемма 6. Пусть $\phi(x,y)\in W_2^1(Q)$. Тогда для решения $u(x,y,t)$ при $t\in[0,T]$ имеет место неравенство

$$\int_{-1}^{1}\int_{0}^{1} u^2(x,y,t)dydx \le 4\left(\int_{-1}^{1}\int_{0}^{1} u_x^2(x,y,0)dydx\right)^{1-\frac{t}{T}}\left(\int_{-1}^{1}\int_{0}^{1} u_x^2(x,y,T)dydx\right)^{\frac{t}{T}}.$$

Пусть $M=\{u:\|u_x(x,y,T)\|\le m\}$.

Пусть решение задачи (30) - (33) существует и $u(x,y,t)\in M$. Тогда доказаны теоремы единственности и условной устойчивости решения задачи (30)-(33).

Для приближенного решения задачи рассмотрим последовательность функций $u_\alpha(x,y,t)$, которая удовлетворяет условиям (30), (32), (33) и

$$u_\alpha(x,y,0)+\alpha u_\alpha(x,y,T)=\varphi(x,y),$$

где α - параметр регуляризации ($0<\alpha<1$).

Пусть $\|\varphi(x,y)-\varphi(x,y)\|_0\le\varepsilon$ и $\|u(x,y,T)\|\le 2m$. Тогда верна следующая оценка

$$0,5\left\|u(x,t)-u_\alpha^\varepsilon(x,t)\right\|_0^2 \le 32m^2\alpha^{2\left(1-\frac{t}{T}\right)}(T-t)^{2\left(1-\frac{t}{T}\right)}(2t)^{\frac{2t}{T}}T^{-2}+C\alpha^2+\alpha^{-2}\varepsilon^2.$$

Минимизируя правую часть последнего неравенства при $\varepsilon\to 0$ определяется параметр регуляризация α.

Также построено приближенное решение методом регуляризации Тихонова.

Во втором параграфе четвертой главы приведена условная корректность начально-краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка с одной линией вырождения и построено приближенное решение.

Пусть $\Omega_T = \{|x| < \pi, |y| < \pi, 0 < t < T\}$, $Q = \{|x| < \pi, |y| < \pi\}$, $Q_1 = \{|x| < \pi, 0 < t < T\}$, $Q_2 = \{|y| < \pi, 0 < t < T\}$. Рассмотрим дифференциальное уравнение

$$u_{tt}(x,y,t) + \operatorname{sgn} x u_{xx}(x,y,t) + u_{yy}(x,y,t) = f(x,y,t) \tag{34}$$

в области $\Omega_T \cap \{x \neq 0\}$.

Постановка задачи. Найти функцию $u(x,y,t)$, удовлетворяющую уравнению (34) в области $\Omega_T \cap \{x \neq 0\}$ и начальным

$$u(x,y,0) = \varphi(x,y),\ u_t(x,y,0) = \psi(x,y),\ (x,y) \in \bar{Q}. \tag{35}$$

граничным

$$u(-\pi,y,t) = u(\pi,y,t) = 0,\ (y,t) \in \bar{Q}_2,\ u(x,-\pi,t) = u(x,\pi,t) = 0,\ (x,t) \in \bar{Q}_1 \tag{36}$$

и условиям склеивания

$$u(-0,y,t) = u(+0,y,t),\ u_x(-0,y,t) = u_x(+0,y,t),\ (y,t) \in \bar{Q}_2, \tag{37}$$

где $\varphi(x,y), \psi(x,y), f(x,y,t)$ достаточно гладкие функции, причем $\varphi(x,y)\big|_{\partial Q} = 0$, $\psi(x,y)\big|_{\partial Q} = 0$.

Лемма 7. Пусть $u(x,y,t)$ является решением задачи (34)-(37) в пространстве $W_2^{1,1,2}(\Omega_T)$. Тогда при любом $t \in (0,T)$ имеет место оценка

$$\int_0^t \|u(x,y,\tau)\|_0^2\, d\tau \le C(t)\left(T\|\varphi(x,y)\|_0^2 + \gamma_T\right)^{1-r(t)} \left(\int_0^T \|u(x,y,t)\|_0^2\, dt + \gamma_T\right)^{r(t)},$$

где функции $C(t) = 2\exp\left(\dfrac{(T+1)\left(\left(1-e^{-t}\right)T - \left(1-e^{-T}\right)t\right)}{1-e^{-T}}\right)$, $r(t) = \dfrac{1-e^{-t}}{1-e^{-T}}$,

$$\gamma_T = \left(2T^2+3\right)\int_0^T \|f(x,y,t)\|_0^2\, dt + 2T\|\varphi(x,y)\|_1^2 + \|\varphi(x,y)\|_0^2 + (2T+1)\|\psi(x,y)\|_0^2,$$

$$\|\varphi(x,y)\|_1^2 = \sum_{k=1,n=1}^{\infty} \left|\bar{\lambda}_{k,n}\right| \bar{\varphi}_{k,n}^2 + \sum_{k=1,n=1}^{\infty} \left|\tilde{\lambda}_{k,n}\right| \tilde{\varphi}_{k,n}^2 .$$

Определим множество корректности $M = \left\{u : \int_0^T \|u(x,y,t)\|_0^2\, dt \le m^2\right\}$.

Если решение задачи (34) - (37) из пространства $W_2^{1,1,2}(\Omega_T)$ существует и $u(x,y,t) \in M$, тогда доказаны динственность и условная устойчивость решения задачи (34) - (37). Не ограничивая общности, предположим, что $\varphi(x,y) = 0, \psi(x,y) = 0$. Пусть правая часть уравнения (34) стационарная, т.е. $f(x,y,t) = f(x,y)$ и $\|f(x,y) - f_\varepsilon(x,y)\|_0 \le \varepsilon$, $u(x,y,t), u_\varepsilon(x,y,t) \in M$. Тогда получена оценка для интеграла нормы разности точного решения и приближенного решения по приближенным данным .

Пусть $\varphi(x,y)=0$, $f(x,y,t)=0$, $\|\psi(x,y)-\psi_\varepsilon(x,y)\|_0 \le \varepsilon$, $u(x,y,t), u_\alpha(x,y,t) \in M$. В данном случае была получена оценка нормы разности между точным решением и приближенным решением, соответствующим приближенным данным, построенным методом квази-обращения.

В третьем параграфе четвертой главы изучена некорректная начально-краевая задача для уравнения высокого порядка с одной линией вырождения и доказываются теоремы единственности и условной устойчивости. Построено приближенное решение методом регуляризация Тихонова.

Пусть $Q_t=\{(x,y,t):(x,y)\in\Omega, 0<t<T\}$, $\Omega=\{(x,y):|x|<l,\ 0<y<d\}$, S - граница области Ω, $\bar{\Omega}=\Omega\cup S$.

Рассмотрим дифференциальное уравнение

$$u_t+\operatorname{sgn}(x)u_{xx}+\partial_y^{2n}u+au=0 \tag{38}$$

в области $Q_t\cap\{x\ne 0\}$, где a - некоторая константа, $n\in N$.

Постановка задачи. Найти функцию $u(x,y,t)$, удовлетворяющую уравнению (38) в области $Q_t\cap\{x\ne 0\}$ и следующим условиям: начальным

$$u\big|_{t=0}=\varphi(x,y),\ (x,y)\in\bar{\Omega}, \tag{39}$$

краевым

$$\begin{gathered} u\big|_{x=-l}=u\big|_{x=l}=0,\ 0\le y\le d, 0\le t\le T, \\ \left.\frac{\partial^{2i}u}{\partial y^{2i}}\right|_{y=0}=\left.\frac{\partial^{2i}u}{\partial y^{2i}}\right|_{y=d}=0,\ i=0,1,\dots,(n-1), -l\le x\le l,\ 0\le t\le T, \end{gathered} \tag{40}$$

и условиям склеивания

$$u(-0,y,t)=u(+0,y,t),\ u_x(-0,y,t)=u_x(+0,y,t),\ 0\le y\le d, 0\le t\le T, \tag{41}$$

где $\varphi(x,y)$ достаточно гладкая функция и удовлетворяет условиям согласования.

Лемма 8. Для решения задачи (38)-(41) при $t\in(0,T)$ имеет место неравенство

$$\|u(x,y,t)\|_{L_2(\Omega)}\le 2l\,\|u_x(x,y,0)\|_{L_2(\Omega)}^{1-\frac{t}{T}}\,\|u_x(x,y,T)\|_{L_2(\Omega)}^{\frac{t}{T}}.$$

Введем множества корректности $M=\{u(x,y,t):\|u_x(x,y,T)\|\le m\}$.

На основе леммы 8 доказаны теоремы единственности и условной устойчивости решения задачи (38) - (41).

Пусть в задаче (38)-(41) $n=2i$, $i\in N$. Тогда $\bar{\lambda}_{k,j}=\mu_k^+-\left(\frac{\pi j}{d}\right)^{2n}$, $\tilde{\lambda}_{k,j}=\mu_k^--\left(\frac{\pi j}{d}\right)^{2n}$. Заметим, что $\bar{\lambda}_{k,j}$ может быть положительным и отрицательным, а $\tilde{\lambda}_{k,j}$ только отрицательным для

произвольных $k, j \in N$.

Пусть $\|\varphi(x,y)-\varphi(x,y)\|_0 \le \varepsilon$ и $u \in M$. Тогда верна оценка

$$\left\|u(x,y,t)-u_N^{\varepsilon}(x,y,t)\right\|_0 \le me^{a(T-t)}\left(e^{2\bar{\lambda}_{N+1,1}(t-T)}+e^{2\bar{\lambda}_{1,N+1}(t-T)}\right)^{1/2}+e^{\left(\bar{\lambda}_{N,N}-a\right)t}\varepsilon .$$

Минимизируя последнею оценку при $\varepsilon > 0$, по N находим формулу для параметра регуляризации зависящего от ε, m, t и T.

В четвертом параграфе четвертой главы исследована на условную устойчивость некорректная краевая задача для уравнения смешанного типа в многомерном случае.

Пусть $Q=\{(x,t): x\in\Omega, t\in(0,T)\}$, $x=(x_1,x_2,...,x_n)$ $\Omega=\{-l<x_1<l, 0<x_i<d_i,\ i=2,3,...n\}$, S - граница области Ω, $\bar{\Omega}=\Omega\cup S$, $Q_t=\{(x,\tau): x\in\Omega, 0<\tau<t\}$.

В области $Q\cap\{x_1\ne 0\}$ рассмотрим дифференциальное уравнение

$$u_{tt}+a_1\operatorname{sgn}(x_1)u_{x_1x_1}+\sum_{i=2}^{n}a_iu_{x_ix_i}+\sum_{i=1}^{n}b_iu_{x_i}+cu=f\ , \tag{42}$$

где a_i, b_i, c - некоторые константы, $i=1,2,...,n$, $f(x,t)$ - заданная функция.

Постановка задачи. Найти функцию $u(x,t)$, удовлетворяющую уравнению (42) в области $Q\cap\{x_1\ne 0\}$ и следующим условиям: начальным

$$u\big|_{t=0}=\varphi(x),\ u_t\big|_{t=0}=\psi(x), x\in\bar{\Omega}, \tag{43}$$

краевым

$$u\big|_{x_1=-l}=u\big|_{x_1=l}=0,\ u\big|_{x_i=0}=u\big|_{x_i=d_i}=0,\ i=2,...,n., \tag{44}$$

и условиям склеивания

$$u\big|_{x_1=-0}=u\big|_{x_1=+0},\ u_{x_1}\big|_{x_1=-0}=u_{x_1}\big|_{x_1=+0}, \tag{45}$$

где $\varphi(x), \psi(x)$ достаточно гладкие функции и удовлетворяют условиям согласования.

Пусть $\|u\|^2=(u,u)$, где $(u,v)=\int\limits_{\Omega}uv\,d\Omega$ скалярное произведение.

Лемма 9. Пусть $\varphi(x)\in W_2^2(\Omega)$ и $\psi_{x_1}(x)\in L_2(\Omega)$, $f(x,t)=0$. Тогда для решения задачи (42)-(45) имеет место оценка

$$\left\|u_{x_1}(x,t)\right\|^2\le\left(\left\|u_{x_1}(x,0)\right\|^2+|\alpha|\right)^{1-\frac{t}{T}}\left(\left\|u_{x_1}(x,T)\right\|^2+|\alpha|\right)^{\frac{t}{T}}e^{2t(T-t)},$$

где $\alpha=\dfrac{1}{2}\int\limits_{\Omega}\left(a_1\operatorname{sgn}(x_1)u_{x_1x_1}^2+\sum_{i=2}^{n}a_iu_{x_1x_1}u_{x_ix_i}+\sum_{i=1}^{n}b_iu_{x_1x_1}u_{x_i}+cu_{x_1x_1}u-u_{x_1t}^2\right)\Bigg|_{t=0}d\Omega$.

Введем обозначение $M_1=\left\{u(x,t):\left\|u_{x_1}(x,T)\right\|\le m\right\}$.

Пусть $f(x,t)=0$, решение задачи (42) - (45) существует и $u(x,t)\in M_1$. Тогда доказаны теоремы о единственности и условной устойчивости.

Лемма 10. Пусть $\varphi(x)\in W_2^2(\Omega)$, $\psi_{x_1}(x)\in L_2(\Omega)$, $f, f_{x_1}\in L_2(Q)$ и $f\big|_{x_1=\pm l}=0$. Тогда для решения задачи (42)-(45) при $t\in(0,T)$ справедлива оценка

$$\int_0^t \left\|u_{x_1}(x,\tau)\right\|^2 d\tau \le c(t)\left(T\left\|u_{x_1}(x,0)\right\|^2+\gamma\right)^{\theta(t)}\left(\int_0^T \left\|u_{x_1}(x,t)\right\|^2 dt+\gamma\right)^{1-\theta(t)}$$

где $\gamma=\left(2T^2+3\right)\int\limits_Q f_{x_1}^2\,dQ+|\beta|$,

$$\beta=2\int\limits_\Omega\left(Ta_1\operatorname{sgn}(x_1)u_{x_1x_1}^2+T\sum_{i=2}^n a_i u_{x_1x_1}u_{x_ix_i}\right)\Bigg|_{t=0}d\Omega+$$

$$+2\int\limits_\Omega\left(T\sum_{i=1}^n b_i u_{x_1x_1}u_{x_i}+Tcu_{x_1x_1}u+u_{x_1}u_{x_1t}-Tu_{x_1t}^2\right)\Bigg|_{t=0}d\Omega,$$

$$\theta(t)=\frac{1-e^{-t}}{1-e^{-T}},\ c(t)=\exp\left(\left(T+1\right)\frac{(1-e^{-t})T-(1-e^{-T})t}{1-e^{-T}}\right).$$

Введем обозначение $M_2=\left\{u(x,t):\int\limits_0^T\left\|u_{x_1}\right\|^2 dt\le m^2\right\}$.

Пусть решение задачи (42)-(45) существует и $u(x,t)\in M_2$. Тогда доказаны теоремы о единственности и условной устойчивости.

В пятой главе диссертации, названной «**Условная корректность некорректных краевых задач для систем уравнений смешанного типа** » исследованы начально-краевые задачи для системы уравнений смешанного типа высокого порядка.

В первом параграфе пятой главы доказаны теоремы единственности и условной устойчивости решения начально-краевой задачи для системы параболических уравнений высокого порядка с одной линией вырождения в соответствующих множествах корректности.

Пусть $Q_t=\left\{(x,y,t):(x,y)\in\Omega,\,0<t<T\right\}$, $\Omega=\left\{(x,y):|x|<l,\,0<y<d\right\}$, S - граница области Ω, $\bar\Omega=\Omega\cup S$.

В области $Q_t\cap\{x\ne 0\}$ исследуется система уравнений вида

$$\begin{cases} u_t+\operatorname{sgn}(x)u_{xx}+\partial_y^{2n}u+a_1u+b_1v=f(x,y,t),\\ v_t+\operatorname{sgn}(x)v_{xx}+\partial_y^{2n}v+a_2v+b_2u=g(x,y,t),\end{cases}\tag{46}$$

где $n\in N$, a_i,b_i - некоторые константы, $i=1,2.$, $f(x,y,t),g(x,y,t)$ - заданные функции источника.

Пусть пара функций $(u(x,t),v(x,t))$ удовлетворяет системе уравнений (46) в области $Q_t\cap\{x\ne 0\}$ и следующим условиям: начальным

$$u\big|_{t=0}=\varphi(x,y),\ v\big|_{t=0}=\psi(x,y),\ \left(x,y\right)\in\bar{\Omega} \tag{47}$$

краевым

$$\begin{aligned}&u(-l,y,t)=u(l,y,t)=0,\ v(-l,y,t)=v(l,y,t)=0,\ \ 0\le y\le d, 0\le t\le T,\\&\partial_y^{2m}u\big|_{y=0}=\partial_y^{2m}u\big|_{y=d}=0,\ \partial_y^{2m}v\big|_{y=0}=\partial_y^{2m}v\big|_{y=d}=0,\\&m=0,1,\dots,(n-1),\ -l\le x\le l, 0\le t\le T,\end{aligned} \tag{48}$$

и условиям склеивания

$$\left.\begin{aligned}&u(-0,y,t)=u(+0,y,t),\ u_x(-0,y,t)=u_x(+0,y,t),\\&v(-0,y,t)=v(+0,y,t),\ v_x(-0,y,t)=v_x(+0,y,t),\end{aligned}\right\}\ 0\le y\le d, 0\le t\le T, \tag{49}$$

где $\varphi(x,y),\psi(x,y)$ заданные достаточные гладкие функции.

Пусть решение задачи (46) - (59) существует. Тогда верны неравенства

$$\left\|u(x,y,t)\right\|_0\le C_1e^{\lambda_1 t}\delta(t,\lambda_1,\alpha)+C_2e^{\lambda_2 t}\delta(t,\lambda_2,\beta),$$

$$\left\|v(x,y,t)\right\|_0\le \Delta^{-1}e^{\lambda_1 t}\delta(t,\lambda_1,\alpha)+\Delta^{-1}e^{\lambda_2 t}\delta(t,\lambda_2,\beta),$$

где $\Delta=\lambda_1-\lambda_2$, λ_1,λ_2 - вещественные корни квадратного уравнения $\lambda^2+\left(a_1+a_2\right)\lambda+a_1a_2-b_1b_2=0$, $C_1=\left|\dfrac{a_1+\lambda_2}{b_2\Delta}\right|$, $C_2=\left|\dfrac{a_1+\lambda_1}{b_2\Delta}\right|$,

$$\delta(t,\lambda,\alpha)=\sqrt{2}\left(\left|b_2\right|\left\|\varphi\right\|_0+\left|a_1+\lambda\right|\left\|\psi\right\|_0+\alpha\right)^{1-\frac{t}{T}}\times$$

$$\left(\left|b_2\right|\left\|u(x,y,T)\right\|_0+\left|a_1+\lambda\right|\left\|v(x,y,T)\right\|_0+\alpha\right)^{\frac{t}{T}}+\alpha,$$

$$\alpha=\left(\int_0^T\left\|e^{-\lambda_1 t}\left((a_1+\lambda_1)g-b_2f\right)\right\|_0^2dt\right)^{1/2},\ \beta=\left(\int_0^T\left\|e^{-\lambda_2 t}\left(b_2f-(a_1+\lambda_2)g\right)\right\|_0^2dt\right)^{1/2}.$$

Введем множество корректности следующим образом

$$M=\left\{\left(u(x,y,t),v(x,y,t)\right):\left\|u(x,y,T)\right\|_0+\left\|v(x,y,T)\right\|_0\leqslant m\right\}.$$

Пусть решение задачи (46) - (49) существует и $(u(x,y,t),v(x,y,t))\in M$. Тогда доказаны теоремы единственности и условной устойчивости решения задачи.

Во втором параграфе пятой главы исследована условная корректность начально-краевых задач для уравнений и систем уравнений смешанного типа высоких порядков.

Пусть $Q_T=\left\{(x,y,t):\left(x,y\right)\in\Omega, 0<t<T\right\}, \Omega=\left\{(x,y):\left|x\right|<l,\ 0<y<d\right\}$, S - граница области Ω, $\bar{\Omega}=\Omega\cup S$, $Q_t=\left\{(x,y,\tau):\left(x,y\right)\in\Omega, 0<\tau<t\right\}$.

I. Рассмотрим дифференциальное уравнение

$$u_{tt}+\operatorname{sgn}(x)u_{xx}+\partial_y^{2n}u+au=f(x,y,t) \tag{50}$$

в области $Q_T\cap\left\{x\ne 0\right\}$, где a - некоторая константа, $n\in N$.

Введем обозначения

$$D(Q_T)=\left\{u(x,y,t):u(x,y,t)\in C^{2,2n,2}_{x,y,t}\left(Q_T\right)\cap C^{1,2n-2,1}_{x,y,t}\left(\bar{Q}_T\right)\cap C^{2,2n,1}_{x,y,t}\left(\bar{\Omega}\times\{t=0\}\right)\right\}$$

Постановка задачи. Найти функцию $u(x,y,t)\in D(Q_T)$ удовлетворяющую уравнению (50) в области $Q_T\cap\left\{x\neq 0\right\}$ и следующим условиям: начальным

$$u\big|_{t=0}=\varphi(x,y),\ u_t\big|_{t=0}=\psi(x,y),\ \left(x,y\right)\in\bar{\Omega}, \tag{51}$$

граничным (40) и условиям склеивания (41), где $\varphi(x,y)\in W_2^{2,2n}(\Omega)$, $\psi(x,y)\in W_2^{1,0}(\Omega)$ и они удовлетворяют условиям согласования, $f(x,y,t)$ - функция источника, $f(x,y,t)\in W_2^{1,0,0}(Q_T)$.

Лемма 11. Пусть функция $\omega(x,y,t)$ в области $Q_T\cap\{x\neq 0\}$ удовлетворяет уравнению $\omega_{tt}+\operatorname{sgn}x\,\omega_{xx}+\partial_y^{2n}\omega+\sigma\omega=p\left(x,y,t\right)$ с условиями $\omega\big|_{x=-l}=\omega\big|_{x=l}=0$, $\partial_y^{2m}\omega\Big|_{y=0}=\partial_y^{2m}\omega\Big|_{y=d}=0$, $m=0,1,...,(n-1)$, $\omega\big|_{x=-0}=\omega\big|_{x=+0}$, $\omega_x\big|_{x=-0}=\omega_x\big|_{x=+0}$. Тогда для $\omega(x,y,t)$ при $t\in\left(0,T\right)$ справедлива оценка

$$\int\limits_{Q_t}\omega_x^2\,dQ_t\le\left(T\int\limits_{\Omega}\omega_x^2\Big|_{t=0}d\Omega+\gamma\right)^{\theta(t)}\left(\int\limits_{Q_T}\omega_x^2\,dQ_T+\gamma\right)^{1-\theta(t)}c(t)$$

где $\gamma=\left(2T^2+3\right)\int\limits_{Q_T}p_x^2\,dQ_T+\left|\beta\right|$,

$$\beta=2\int\limits_{\Omega}\left(T\operatorname{sgn}x\omega_{xx}^2+T\omega_{xx}\partial_y^{2n}\omega+\sigma T\omega_{xx}\omega+\omega_x\omega_{xt}-T\omega_{xt}^2\right)\Big|_{t=0}d\Omega,\ \theta(t)=\frac{1-e^{-t}}{1-e^{-T}},$$

$c(t)=\exp\left(\left(T+1\right)\dfrac{(1-e^{-t})T-(1-e^{-T})t}{1-e^{-T}}\right)$, σ - некоторая константа.

Введем обозначение

$$M=\left\{u(x,y,t):\int\limits_0^T\left\|u_x\right\|^2dt\le m^2\right\}.$$

Пусть решение задачи (50), (51) существует и $u(x,y,t)\in M$. Тогда доказаны теоремы единственности и условной устойчивости решения задачи.

II. В области $Q_T\cap\left\{x\neq 0\right\}$ исследуется система уравнений вида

$$\begin{cases}u_{tt}+\operatorname{sgn}xu_{xx}+\partial_y^{2n}u+a_1u+b_1v=f(x,y,t),\\ v_{tt}+\operatorname{sgn}xv_{xx}+\partial_y^{2n}v+a_2v+b_2u=g(x,y,t),\end{cases} \tag{52}$$

где $n\in N$ a_1,a_2,b_1,b_2 - некоторые константы, $\left(a_1-a_2\right)^2+4b_1b_2>0$.

Пусть пара функций $(u(x,y,t),v(x,y,t))\in C^{2,2n,2}_{x,y,t}(Q_T)\cap C^{1,2n-2,1}_{x,y,t}(\bar{Q}_T)$ удовлетворяет системе уравнений (52) в области $Q_T\cap\left\{x\neq 0\right\}$ и следующим условиям: начальным

$$\left.\begin{aligned} u\big|_{t=0} &= \varphi_1(x,y),\ v\big|_{t=0} = \psi_1(x,y), \\ u_t\big|_{t=0} &= \varphi_2(x,y),\ v_t\big|_{t=0} = \psi_2(x,y), \end{aligned}\right\} (x,y) \in \bar{\Omega}, \qquad (53)$$

граничным (48) и условиям склеивания (49), где $\varphi_i(x,y) \in W_2^{2n}(\Omega)$, $\psi_i(x,y) \in W_2^{1,0}(\Omega)$, причем они удовлетворяют условиям согласования, $i = 1,2$, $f(x,y,t)$, $g(x,y,t)$ - функции источника, $f(x,y,t)$, $f(x,y,t), g(x,y,t) \in W_2^{1,0,0}(Q_T)$.

Пусть решение задачи (52), (53) существует. Тогда верна априорная оценка

$$\int_0^t \|u\|^2 d\tau \le C_1^2 \left(T\|\bar{\varphi}_1\|^2 + \gamma_1\right)^{\theta(t)} \left(\int_0^T \left\|b_2 u_x + (\lambda_1 - a_1) v_x\right\|^2 dt + \gamma_1\right)^{1-\theta(t)} c(t) +$$

$$C_2^2 \left(T\|\bar{\psi}_1\|^2 + \gamma_2\right)^{\theta(t)} \left(\int_0^T \left\|b_2 u_x + (\lambda_2 - a_1) v_x\right\|^2 dt + \gamma_2\right)^{1-\theta(t)} c(t),$$

$$\int_0^t \|v\|^2 d\tau \le C_3^2 c(t) \left(\left(T\|\bar{\varphi}_1\|^2 + \gamma_1\right)^{\theta(t)} \left(\int_0^T \left\|b_2 u_x + (\lambda_1 - a_1) v_x\right\|^2 dt + \gamma_1\right)^{1-\theta(t)} + \right.$$

$$\left. \left(T\|\bar{\psi}_1\|^2 + \gamma_2\right)^{\theta(t)} \left(\int_0^T \left\|b_2 u_x + (\lambda_2 - a_1) v_x\right\|^2 dt + \gamma_2\right)^{1-\theta(t)} \right),$$

где $C_1 = \dfrac{2\sqrt{2}l(a_1 - \lambda_2)}{b_2(\lambda_1 - \lambda_2)}$, $C_2 = \dfrac{2\sqrt{2}l(a_1 - \lambda_1)}{b_2(\lambda_1 - \lambda_2)}$, $C_3 = \dfrac{2\sqrt{2}l}{(\lambda_1 - \lambda_2)}$,

$\bar{\varphi}_1(x,y) = b_2\varphi_1(x,y) + (\lambda_1 - a_1)\psi_1(x,y)$, $\bar{\varphi}_2(x,y) = b_2\varphi_2(x,y) + (\lambda_1 - a_1)\psi_2(x,y)$,

$\bar{\psi}_1(x,y) = b_2\varphi_1(x,y) + (\lambda_2 - a_1)\psi_1(x,y)$, $\bar{\psi}_2(x,y) = b_2\varphi_2(x,y) + (\lambda_2 - a_1)\psi_2(x,y)$,

$$\gamma_1 = \left(2T^2 + 3\right)\int_0^T \left\|\bar{f}_x\right\| dt + \left(3 + |\lambda_1|\right) T \left\|\partial_x^2 \bar{\varphi}_1\right\|^2 +$$

$$T\left\|\partial_y^{2n}\bar{\varphi}_1\right\|^2 + |\lambda_1| T \|\bar{\varphi}_1\|^2 + \left\|\partial_x^1 \bar{\varphi}_1\right\|^2 + (2T+1)\left\|\partial_x^1 \bar{\varphi}_2\right\|^2,$$

$$\gamma_2 = \left(2T^2 + 3\right)\int_0^T \left\|\bar{g}_x\right\| dt + \left(3 + |\lambda_2|\right) T \left\|\partial_x^2 \bar{\psi}_1\right\|^2 +$$

$$T\left\|\partial_y^{2n}\bar{\psi}_1\right\|^2 + |\lambda_2| T \|\bar{\psi}_1\|^2 + \left\|\partial_x^1 \bar{\psi}_1\right\|^2 + (2T+1)\left\|\partial_x^1 \bar{\psi}_2\right\|^2.$$

Введем множество $M = \left\{ (u,v) : \int_0^T \left(\|u_x\|^2 + \|v_x\|^2\right) dt \le m^2 \right\}$.

Предположим, что существует решение задачи (52), (53) и $(u,v) \in M$. Тогда доказаны теоремы единственности и условной устойчивости решения задачи.

В третьем параграфе пятой главы получена оценка условной устойчивости некорректной начально-краевой задачи для уравнения смешанного типа высокого порядка.

Пусть $Q_T = \{(x,y,t):(x,y)\in\Omega,\ 0<t<T\}$, $\Omega = \{(x,y):|x|<l,\ 0<y<d\}$, $\bar{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega$, $Q_t = \{(x,y,\tau):(x,y)\in\Omega,\ 0<\tau<t\}$, $T<\infty$.

Рассмотрим дифференциальное уравнение в частных производных

$$\partial_t^n u + \operatorname{sgn}(x)\partial_x^2 u + \partial_y^{2m} u = 0 \tag{54}$$

в области $Q_T \cap \{x \neq 0\}$, где $n = 2^s$, $s, m \in N$.

Постановка задачи. Найти решение уравнения (54) в области $Q_T \cap \{x \neq 0\}$ и удовлетворяющее следующим условиям: начальным

$$\partial_t^p u\big|_{t=0} = \varphi_p(x,y),\ p = 0,1,...,n-1.,\ (x,y)\in\bar{\Omega}, \tag{55}$$

соответствующим граничным (40) и условиям склеивания (41), где $\varphi_p(x,y)$ достаточно гладкие функции и удовлетворяют условиям согласования, $p = 0,1,...,n-1$.

Пусть решение задачи (54), (55) существует, тогда верна априорная оценка

$$\|u(x,y,t)\|_0^2 \le 2n\left(\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{p=0}^{n-1}\xi_{k,j}\left(\left|\bar{\varphi}_{p_{k,j}}\right|^2 + \left|\tilde{\varphi}_{p_{k,j}}\right|^2\right)\right)^{1-\frac{t}{T}} \times$$

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{p=0}^{n-1}\xi_{k,j}\left(\left|\frac{d^p}{dt^p}\bar{u}_{k,j}(T)\right|^2 + \left|\frac{d^p}{dt^p}\tilde{u}_{k,j}(T)\right|^2\right)\right)^{\frac{t}{T}},$$

где $\xi_{k,j} = \max\left\{1, \left\{\sqrt[n]{\left|\bar{\lambda}_{k,j}\right|^2}\right\}^{-1}, ..., \left\{\sqrt[n]{\left|\bar{\lambda}_{k,j}\right|^2}\right\}^{-(n-1)}, \left\{\sqrt[n]{\left|\tilde{\lambda}_{k,j}\right|^2}\right\}^{-1}, ..., \left\{\sqrt[n]{\left|\tilde{\lambda}_{k,j}\right|^2}\right\}^{-(n-1)}\right\}$.

Пусть $M = \left\{u : \sum_{k=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{p=0}^{n-1}\left(\left|\frac{d^p}{dt^p}\bar{u}_{k,j}(T)\right|^2 + \left|\frac{d^p}{dt^p}\tilde{u}_{k,j}(T)\right|^2\right) \le m^2\right\}$.

Теорема 13. Пусть решение задачи (54), (55) существует и $u(x,y,t)\in M$. Тогда решение задачи (54), (55) единственно.

Введем обозначения: через $u(x,y,t)$ обозначим решение задачи (54), (55) с точными данными, а через $u_\varepsilon(x,y,t)$ решение задачи (54), (55) с приближенными данными.

Теорема 14. Пусть решение задачи (54), (55) существует и $u(x,y,t), u_\varepsilon(x,y,t)\in M$. Пусть $\left\|\varphi_p(x,y) - \varphi_{p_\varepsilon}(x,y)\right\|_0 \le \varepsilon$, $p = 0,1,...,\mathrm{n}-1.$. Тогда для любого решения задачи (54), (55) при $(x,y,t)\in Q_T$ имеет место неравенство

$$\|u(x,t)-u_\varepsilon(x,t)\|_0 \leqslant \delta(\varepsilon,m), \text{ где } \delta(\varepsilon,m)=\sqrt{2n}\left(\sqrt{n}\varepsilon\right)^{\frac{T-t}{T}}(2m)^{\frac{t}{T}}.$$

В области Q_T исследуется система уравнений вида

$$\begin{cases} \partial_t^n u+\operatorname{sgn}(x)\partial_x^2 u+\partial_y^{2m}u+a_1u+b_1v=0, \\ \partial_t^n v+\operatorname{sgn}(x)\partial_x^2 v+\partial_y^{2m}v+a_2v+b_2u=0, \end{cases} \tag{56}$$

где $n=2^s$, $s,m\in N$, a_1,a_2,b_1,b_2 - некоторые константы, $\left(a_1-a_2\right)^2+4b_1b_2>0$.

Пусть пара функций $(u(x,y,t),v(x,y,t))$ удовлетворяет системе уравнений (56) в области Q_T и следующим условиям:

начальным

$$\partial_t^p u\Big|_{t=0}=\varphi_p(x,y),\ \partial_t^p v\Big|_{t=0}=\psi_p(x,y),\ p=0,1,...,n-1.,\ \left(x,y\right)\in\bar{\Omega}, \tag{57}$$

соответствующим краевым (48) и условиям склеивания (49), где $\varphi_p(x,y),\psi_p(x,y)$ заданные достаточные гладкие функции, определенные при $\left(x,y\right)\in\bar{\Omega}$, причем $\varphi_p(x,y)\Big|_{\partial\Omega}=\psi_p(x,y)\Big|_{\partial\Omega}=0$, $p=0,1,...,n-1$.

Можно доказать теоремы о единственности и условной устойчивости для решения задачи (56), (57) в определенном множестве корректности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена исследованию условной корректности некорректных краевых задач для дифференциальных уравнений и систем уравнений смешанного типа высокого порядка, построению регуляризуемого решения, оценке нормы разности точного решения и приближенного решения по приближенным данным.

Основные результаты исследования состоят в следующем:

1. Доказана единственность и условная устойчивость решений задач Коши для систем, состоящих из дифференциальных уравнений с операторными коэффициентами первого и второго порядков, построены регуляризованные приближенные решения в соответствующем множестве корректности.

2. Доказана теорема единственности и условной устойчивости решений начально-краевых задач для систем параболических уравнений с меняющимся направлением времени и построены приближенные решения.

3. Доказана единственность и условная устойчивость решений начально-краевых задач для систем уравнений смешанного типа второго и третьего порядков, построены приближенные решения в соответствующих множествах корректности методом регуляризации.

4. Получены априорные оценки и доказана единственность, условная устойчивость решений нелокальных задач для уравнения Лаврентьева-Бицадзе и для системы уравнений двумерного параболического типа с одной

линией вырождения в зависимости от параметров.

5. Доказана теорема о единственности и условной устойчивости решения нелокальной задачи для уравнения смешанного типа четвертого порядка.

6. Исследована условная корректность и построены регуляризованные приближенные решения начально-краевых задач для двумерных параболических уравнений с меняющимся направлением.

7. Исследована условная корректность начально-краевой задачи для неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с одной линией вырождения и построено регуляризованное приближенное решение в соответствующем множестве корректности.

8. Доказана единственность и условная устойчивость решения начально-краевой задачи для неоднородного дифференциального уравнения смешанного типа второго порядка в многомерном случае.

9. Доказана единственность и условная устойчивость решений начально-краевых задач для систем дифференциальных уравнений с одной линией вырождения высокого порядка.

10. Доказаны теоремы о единственности и условной устойчивости решения краевой задачи для уравнения смешанного типа высокого порядка.

11. Для каждой из рассмотренных задач найдены множества корректности, а также исследованы методы определения параметров регуляризации при приближенных решениях этих задач.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING OF THE SCIENTIFIC DEGREES DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 AT V.I. ROMANOVSKIY INSTITUTE OF MATHEMATICS

NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

KHAJIEV IKROMBEK OZODOVICH

ILL-POSED PROBLEMS FOR HIGH ORDER MIXED TYPE DIFFERENTIAL EQUATIONS AND SYSTEM OF EQUATIONS

01.01.02-Differential equations and mathematical physics

ABSTRACT OF DOCTORAL DISSERTATION

TASHKENT-2022

The theme of dissertation of doctor of science (DSc) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2019.2.DSc/FM136.

Dissertation has been prepared at National University of Uzbekistan.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (http://kengash.mathinst.uz) and the "Ziyonet" Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific consultant:	**Fayazov, Kudratillo Sadridinovich** Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, Professor
Official opponents:	**Durdiev, Durdimurod Kalandarovich** Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, Professor
	Pyatkov, Sergey Grigor'evich Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, Professor
	Urazboev, Gayrat Urazalievich Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, Associate professor
Leading organization:	**Sobolev Institute of Mathematics (Russia)**

Defense will take place «28» July 2022 at 16:00 at the meeting of Scientific council number DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 at V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics (Address: University str. 9, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871)- 207-91-40). E-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz

Doctoral dissertation is possible to review in Information-resource centre of V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics (is registered № 142) (Address: University str. 9, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871)- 207-91-40). E-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz).

Abstract of dissertation sent out on « 13 » July 2022.
(mailing report № 2 on « 13 » July 2022).

U.A. Rozikov
Chairman of Scientific Council on award of scientific degrees, DSc, Professor

J.K. Adashev
Scientific secretary of Scientific Council on award of scientific degrees, DSc, senior researcher

A. Azamov
Chairman of Scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degrees, DSc, Academician

INTRODUCTION (abstract of DSc thesis)

The aims of the research work are to investigate the conditional correctness of boundary, non-local ill-posed problems for parabolic equations and systems of equations with changing the direction of time, for differential equations of mixed type and systems of equations of mixed type and also the construction of regularized approximate solutions.

The objects of the research work are parabolic equations with changing the direction of time, systems of parabolic equations with changing the direction of time, differential equations of mixed type, and systems of differential equations of mixed type.

Scientific novelty of the research work is as follows:

the uniqueness and conditional stability of solutions of the Cauchy problems for systems consisting of differential equations with operator coefficients of the first and second orders are proved, and regularized approximate solutions are constructed in the corresponding set of correctness;

the uniqueness and conditional stability of solutions theorems of initial-boundary value problems for systems of parabolic equations with changing the direction of time for systems of differential equations of mixed type are proved, approximate solutions are constructed in the corresponding set of correctness by the regularization method;

a priori estimates were obtained and the uniqueness and conditional stability of solutions of nonlocal problems for a mixed-type equation of the second and fourth orders and for a system of two-dimensional parabolic type equations with one degeneracy line are proved;

the uniqueness and conditional stability of the solution of the initial-boundary value problem for an inhomogeneous second order differential equation of mixed type in the multidimensional case are proved;

theorems on the uniqueness and conditional stability of solutions of initial-boundary value problems for systems of high-order differential equations with one line of degeneration are proved, and in particular cases, regularized approximate solutions are constructed in the corresponding sets of correctness.

Implementation of the research results. Results related for Ill-posed problems for high order mixed type differential equations and system of equations were used in the following research projects:

a priori estimates of solutions to boundary value problems for a second-order mixed-type equation, for a system of two-dimensional parabolic equations with one line of degeneracy were used to investigate the conditional stability of various initial boundary value problems for elliptic and parabolic equations in the foreign project "Regularization of solutions of operator equations associated with elliptic complexes" (Reference of the Institute of Mathematics and Fundamental Informatics of the Siberian Federal University № 204, April 26, 2022). The application of these scientific results made it possible to carry out a comparative analysis of various initial-boundary problems of transmission involving elliptic and parabolic equations

of mathematical physics in order to select optimal functional spaces and methods of mathematical analysis for describing the processes of diffusion of electric charges;

the uniqueness and conditional stability of the solution of the initial-boundary value problem for a system of high-order differential equations with one line of degeneracy were used to solve the inverse problem for a system of integro-differential equations in the fundamental project OT-F4-02 “Thermodynamics of models for a set of infinite cases of mathematical physics” (Reference of the Bukhara State University № 04-04/01-0881, April 25, 2022). The application of scientific results made it possible to prove the existence and uniqueness of the solution of the inverse problem for the system of SH-wave integro-differential equations;

eigenvalues and eigenfunctions of the spectral problem corresponding to the initial-boundary value problem for a second-order differential equation with one line of degeneracy were used to construct a solution to the initial-boundary value problem in the multidimensional case of beam vibrations in the fundamental project OT-F-4-(36+32) “Development of new methods for solving problems of mathematical physics and optimal control” (Reference of the National University of Uzbekistan № 04/11-8352, December 16, 2021). The application of scientific results made it possible to find the eigenfunctions and eigenvalues of the spectral problem corresponding to the initial-boundary value problem in the multidimensional case of beam vibrations.

The structure and volume of the thesis. The thesis consists of an introduction, five chapters, conclusion, titles of used literature and an appendix. The volume of the dissertation is 217 pages.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (1 часть; part 1)

1. Khajiev I.O. Conditional Correctness and Approximate Solution of Boundary Value Problem for the System of Second Order Mixed type Equations. Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics, 2018, 11(2). P. 231-241. (№.3. Scopus IF=0.51)
2. Khajiev I.O., Fayazov K.S. A nonlocal boundary-value problem for a fourth-order mixed-type equation. J Math Sci 248, 2020. P. 166–174. (№.3. Scopus IF=0.41)
3. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Некорректная начально-краевая задача для системы уравнений параболического типа с меняющимся направлением времени. Вычислительные технологии, РАН. 2017. Т. 22. № 3. С. 103-114. (№ 23. SJR=0.22)
4. Khajiev I.O., Fayazov K.S. Estimation of the conditional stability of a boundary value problem for a system of parabolic equations with changing direction of time. Reports on Mathematical Physics, Vol. 88, №3, 2021. P. 419-431 (№.3. Scopus IF=0.742)
5. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Условная корректность начально-граничной задачи для системы уравнений смешанного типа высокого порядка. Известия высших учебных заведений. Математика. 2022, № 2. С. 62-75. (№ 23. SJR=0.34)
6. Khajiev I.O., Fayazov K.S. Boundary Value Problem for the System Equations Mixed Type. Universal Journal of Computational Mathematics 4(4): 2016. P. 61-66. (01.00.00; № 20).
7. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Условная устойчивость краевой задачи для системы абстрактных дифференциальных уравнений второго порядка с операторными коэффициентами. Узбекский математический журнал, №2, 2017 г. С. 145-155. (01.00.00; № 6).
8. Khajiev I.O., Fayazov K.S. Nonlocal boundary value problems for the second order mixed type differential equation. Uzbek Mathematical Journal, 2019, No 4. P. 68-80. (01.00.00; № 6)
9. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка с одной линией вырождения. Бюллетень Института математики, 2020, №1. С. 118-126. (01.00.00; № 17)
10. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Приближенное решение начально-краевой задачи для уравнения смешанного типа. Проблемы вычислительной и прикладной математики, 2020, № 3(27). С. 124-134. (01.00.00; № 9)

11. Khajiev I.O., Fayazov K.S. Nonlocal boundary value problem for a system of mixed type equations with a line of degeneration, Bulletin of National University of Uzbekistan: Mathematics and Natural Sciences: 2021, Vol. 4: Iss. 1, Article 2. P. 17-31. (01.00.00; № 8)
12. Khajiev I.O. Estimation of the conditional stability of an ill-posed initial-boundary problem for a high-order mixed type equation. Uzbek Mathematical Journal, 2021, Volume 65, Issue 4. P. 48-61. (01.00.00; № 6)
13. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Некорректная краевая задача для уравнения смешанного типа в многомерном случае. Бюллетень Института математики, 2021, Vol. 4, №6. С.113-122. (01.00.00; № 17)
14. Хажиев И.О. Условная устойчивость краевой задачи для системы уравнений смешанного типа высокого порядка. Научный вестник СамГУ, №1, 2022. С. 60-67. (01.00.00; № 2)
15. Khajiev I.O., Fayazov K.S. The ill-posed boundary value problem for a high-order differential equation with the degeneration line. Problems of Computational and Applied Mathematics. 2 (39), 2022. P. 122-129. (01.00.00; № 9)
16. Khajiev I.O., Fayazov K.S. Conditional correctness and approximate solution of the ill-posed boundary value problem for a system of mixed type third order equations. ACTA of Turin Polytechnic University in Tashkent, Edition 1/2019. P. 52-59. (05.00.00; № 25)
17. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Условная устойчивость некорректной краевой задачи для системы абстрактных дифференциальных уравнений. Научный вестник БухГУ, №1, 2017. С. 2-6. (01.00.00; № 3)
18. Хажиев И.О., Фаязова З.К. Некорректная краевая задача для системы абстрактных дифференциальных уравнений с самосопряженными операторными коэффициентами. Научный вестник СамГУ, №1, 2017. С. 5-11. (01.00.00; № 2)

II бўлим (2 часть; part 2)

19. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Некорректная краевая задача для системы уравнений параболического типа с меняющимся направлением времени. Материалы научной конференции «Актуальные вопросы анализа», 22-23 апреля 2016 г., Карши. С. 185-186.
20. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Краевая задача для системы уравнений смешанного типа. Материалы республиканской научно-практической конференции «Актуальные проблемы математики», 17 мая 2016 г., Андижан. С. 224-226.
21. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Некорректная краевая задача для системы уравнений смешанного типа второго порядка. Тезисы докладов

конференции с участием зарубежных учёных «Проблемы современной топологии и её приложения», 5-6 мая 2016 г., Ташкент. С. 162-163.
22. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Приближенное решение некорректной краевой задачи для системы уравнений смешанного типа второго порядка. Восьмая международная молодежная научная школа-конференция "Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач". 01–07 сентября 2016 г., Новосибирск. С. 140.
23. Хажиев И.О., Фаязов К.С., Фаязова З.К. Некорректная краевая задача для системы абстрактных дифференциальных уравнений второго порядка. Международная научная конференция «Нелинейный анализ и ее приложения». 19-21 сентября 2016 г., Самарканд. С. 63-64.
24. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Условная устойчивость некорректной краевой задачи для системы абстрактных дифференциальных уравнений. Материалы международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий – Аль-Хорезми 2016», 9 – 10 ноября 2016 г., г. Бухара. С. 150-151.
25. Хажиев И.О., Фаязова З.К. Некорректная краевая задача для системы абстрактных дифференциальных уравнений с самосопряженными операторными коэффициентами. Материалы международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий – Аль-Хорезми 2016», 9 – 10 ноября 2016 г., г. Бухара. С. 151.
26. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Приближенное решение системы дифференциально-операторных уравнения, состоящей из уравнений первого и второго порядков. Соболевские чтения. Международная школа-конференция. 18-22 декабря 2016 г., Новосибирск. С. 151.
27. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Условная корректность нелокальной краевой задачи для системы уравнений смешанного типа. Abstracts of the Republic scientific conference with participation foreign scientists “Modern problems of dynamical systems and their applications”. May 1-3, 2017, Tashkent. P. 172.
28. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Условная корректность и регуляризация начально-граничной задачи для системы // Марчуковские научные чтения – 2017. Сибирского отделения Российской академии наук. Новосибирск. 25 июня – 14 июля, 2017 г., Новосибирск. С. 146.
29. Khajiev I.O., Fayazov K.S. Ill-posed problems for systems of differential-operator equations. The second USA-Uzbekistan conference on analysis and mathematical physics, 2017, Urganch. P. 53.
30. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Некорректная краевая задача для уравнения третьего порядка с меняющимся направлением времени. Тезисы докладов республиканская научная конференция с участием зарубежных ученых «Актуальные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения», 15-17 декабрь, 2017 г., Ташкент. С. 197.
31. Khajiev I.O., Fayazov K.S. Nonlocal boundary value problems for the second order mixed type differential equation. Abstracts of the Joint International

Conference “STEMM: Science - Technology - Education - Mathematics - Medicine” May 13-17, 2019, Bukhara-Samarkand-Tashkent. P. 47-48.
32. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Нелокальная краевая задача для уравнения смешанного типа четвертого порядка. Материалы республиканской научно-практической конференци “Современные проблемы математики и информатики”, 22-23 мая 2019 г., Фергана. С. 112.
33. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Краевая задача с нелокальными условиями для уравнений смешанного типа. Неклассические уравнения математической физики и их приложения: Тезисы докладов узбекской–российской научной конференции, 24-26 октября, 2019 года, г. Ташкент. С. 136.
34. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка с меняющимся направлением времени. Тезисы международной конференции "Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий" 14-15 ноября, 2019 г., Ташкент. С. 175.
35. Хажиев И.О. Приближенное решение начально-краевой задачи для уравнения параболического типа с меняющимся направлением времени. Тезисы международной конференции "Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий" 14-15 ноября, 2019 г., Ташкент. С. 176
36. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Исследование нелокальной краевой задачи для дифференциального уравнения четвертого порядка с линией вырождения. Тезисы докладов республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых «Современные методы математической физики и их приложения» 17-18 ноября 2020 г., Ташкент. Том 1. С. 427-428.
37. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Нелокальная краевая задача для дифференциального уравнения четвертого порядка с одной линией вырождения. Computational models and technologies: Abstracts of the Uzbekistan-Malaysia international online conference, August 24-15, 2020, Tashkent. P. 196-197.
38. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Нелокальная краевая задача для системы трехмерных уравнений смешанного типа. Abstracts of the international online conference frontier in mathematics and computer science, October 12–15, 2020, Tashkent. P. 218-219.
39. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Conditional well-posedness of a boundary value problem for a high-order equation with one line of degeneracy. Тезисы докладов республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых “Сарымсаковские чтения”, 16–18 сентября 2021 года, Ташкент. С. 206.
40. Хажиев И.О., Фаязов К.С. Некорректная задача для неоднородного дифференциального уравнения высокого порядка с одной линией вырождения. Тезисы докладов республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых “Дифференциальные уравнения и родственные проблемы анализа”, 04–05 ноября, 2021 г., Бухара. С. 272-274.

41. Khajiev I.O., Fayazov K.S. Conditional stability of the boundary value problem for the system of high order mixed type equations. Abstracts of the VII international scientific conference “Modern problems of applied mathematics and information technologies Al-Khwarizmi 2021”, 15-17 November, 2021, Fergana. P. 167.
42. Khajiev I.O., Fayazov K.S. An ill-posed boundary value problem for the mixed type equation in the multidimensional case. Abstracts of the international scientific conference of “Contemporary mathematics and its application”, 19-21 November 2021, Tashkent. P. 73-74.
43. Хажиев И. О., Фаязов К. С. Начально-краевая задача для дифференциального уравнения смешанного типа второго порядка с одной линией вырождения. Тезисы докладов Международной (53-я всеросийской) молодежной школа-конференции, “Современные проблемы математики и ее приложений”, 31 января - 4 февраля 2022 г., Екатеринбург. С. 80-81

Автореферат «Ўзбек математика журнали» журнали таҳририятида таҳрирдан ўтказилиб, ўзбек, рус ва инглиз тилларидаги матнлар ўзаро мувофиқлаштирилди.

Босмахона лицензияси:

9338

Бичими: 84x60 $^{1}/_{16}$. «Times New Roman» гарнитураси.
Рақамли босма усулда босилди.
Шартли босма табоғи: 4,75. Адади 100 дона. Буюртма № 50/22.

Гувоҳнома № 851684.
«Tipograff» МЧЖ босмахонасида чоп этилган.
Босмахона манзили: 100011, Тошкент ш., Беруний кўчаси, 83-уй.