V.I. ROMANOVSKIY NOMIDAGI MATEMATIKA INSTITUTI HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI DSC.02/30.12.2019.FM.86.01 RAQAMLI ILMIY KENGASH

URGANCH DAVLAT UNIVERSITETI

XOITMETOV UMID AZADOVICH

VAQTGA BOG‘LIQ KOEFFITSIYENTLARGA VA MOSLANGAN MANBALARGA EGA NOCHIZIQLI EVOLYUTSION TENGLAMALARNI INTEGRALLASH

01.01.02 – Differensial tenglamalar va matematik fizika

FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI DOKTORI (DSc) DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI

Urganch – 2024

UDK: 517.957

Doktorlik dissertatsiyasi avtoreferati mundarijasi

Оглавление автореферата докторской диссертации

Content of the abstract of doctoral dissertation

V.I. ROMANOVSKIY NOMIDAGI MATEMATIKA INSTITUTI HUZURIDAGI ILMIY DARAJALAR BERUVCHI DSC.02/30.12.2019.FM.86.01 RAQAMLI ILMIY KENGASH

URGANCH DAVLAT UNIVERSITETI

XOITMETOV UMID AZADOVICH

VAQTGA BOG‘LIQ KOEFFITSIYENTLARGA VA MOSLANGAN MANBALARGA EGA NOCHIZIQLI EVOLYUTSION TENGLAMALARNI INTEGRALLASH

01.01.02 – Differensial tenglamalar va matematik fizika (fizika-matematika fanlari)

FIZIKA-MATEMATIKA FANLARI DOKTORI (DSc) DISSERTATSIYASI AVTOREFERATI

Urganch – 2024

Fan doktori (Doctor of Science) dissertatsiyasi mavzusi O‘zbekiston Respublikasi Oliy ta’lim, fan va innovatsiyalar vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasida B2023.4.DSc/FM234 raqam bilan ro‘yxatga olingan.

Dissertatsiya Urganch davlat universitetida bajarilgan.

Dissertatsiya avtoreferati uch tilda (o‘zbek, rus, ingliz(rezyume)) Ilmiy kengash veb-sahifasi (http://kengash.mathinst.uz /) va «Ziyonet» ta’lim axborot tarmog‘ida (www.ziyonet.uz) joylashtirilgan.

Ilmiy maslahatchi:	**Xasanov Aknazar Bekdurdiyevich** fizika-matematika fanlari doktori, professor
Rasmiy opponentlar:	**Ashurov Ravshan Rajabovich** fizika-matematika fanlari doktori, professor
	Fayazov Kudratillo Sadridinovich fizika-matematika fanlari doktori, professor
	Yaxshimuratov Alisher Bekchanovich fizika-matematika fanlari doktori
Yetakchi tashkilot:	**Xoja Ahmad Yasaviy nomidagi xalqoro qozoq-turk universiteti (Qozog‘iston)**

Dissertatsiya himoyasi V.I. Romanovskiy nomidagi Matematika instituti huzuridagi DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 raqamli Ilmiy kengashning 2024 yil « 27 » fevral soat 16:00 dagi majlisida bo‘lib o‘tadi. (Manzil: 100174, Toshkent sh., Olmazor tumani, Universitet ko‘chasi, 9-uy. Tel.: (99871)-207-91-40, e-mail: uzbmath@umail.uz, Website: mathinst.uz).

Dissertatsiya bilan V.I. Romanovskiy nomidagi Matematika institutining Axborot-resurs markazida tanishish mumkin (178-raqam bilan ro‘yxatga olingan). (Manzil: 100174, Toshkent sh., Olmazor tumani, Universitet ko‘chasi, 9-uy. Tel.: (99871)-207-91-40).

Dissertatsiya avtoreferati 2024 yil « 02 » fevral kuni tarqatildi.

(2024 yil « 02 » fevraldagi 2-raqamli reestr bayonnomasi).

U.A. Rozikov
Ilmiy darajalar beruvchi Ilmiy kengash raisi, f.-m.f.d., akademik

J.K. Adashev
Ilmiy darajalar beruvchi Ilmiy kengash ilmiy kotibi, f.-m.f.d., katta ilmiy xodim

A.A. Azamov
Ilmiy darajalar beruvchi Ilmiy kengash qoshidagi Ilmiy seminar raisi, f.-m.f.d., akademik

KIRISH (doktorlik dissertatsiyasi annotatsiyasi)

Dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zarurati. Jahon miqyosida olib borilayotgan ilmiy-amaliy tadqiqotlar, aksariyat hollarda Shturm-Liuvill va Dirak operatorlari uchun to‘g‘ri va teskari spektral masalalarini o‘rganish masalalariga keltiriladi. Hozirgi vaqtda gidrodinamika, plazma fizikasi, nochiziqli optika va boshqa ko‘plab nochiziqli fanlardagi tegishli jarayon va hodisalarni to‘g‘ri tushunish uchun matematik tenglamalarning aniq yechimi muhim ahamiyatga ega. Nochiziqli evolyutsion tenglamalarni chiziqli bo‘lmagan fizik hodisalarni tavsiflash uchun matematika va fizika sohasidagi ulkan ahamiyati tufayli katta e’tibor qaratilmoqda. Shu munosabat bilan spektral analizning to‘g‘ri va teskari masalalarini o‘rganish dolzarbligicha qolmoqda. Spektral analizning to‘g‘ri va teskari masalalari fanning kvant va amaliy mexanika, nochiziqli optika, radiotexnika, elastiklik nazariyasi, qattiq jismlarning kristall tuzilmalarini modellashtirish va boshqa shu kabi turli sohalarida qo‘llaniladi. Shu munosabat bilan tez kamayuvchi funksiyalar sinfida vaqtga bog‘liq koeffitsiyentli nochiziqli evolyutsion tenglamalar uchun qo‘yilgan Koshi masalasini yechishda sochilish nazariyasining teskari masalalari usulini qo‘llash mumkinligini isbotlash muhim vazifalardan biridir.

Hozirgi kunda jahonda tez kamayuvchi funksiyalar sinfida qo‘shimcha hadlarga ega nochiziqli evolyutsion tenglamalarga qo‘yilgan Koshi masalasining yechimini topish bo‘yicha tadqiqotlarga ustuvor ahamiyat berilmoqda va keng tadqiq etilmoqda. Bu borada spektral analiz usullari plazma fizikasi, nochiziqli optika, kvant mexanikasi, gidrodinamika sohalarida keng qo‘llanilmoqda. Shu sababli, tez kamayuvchi funksiyalar sinfida vaqtga bog‘liq koeffitsiyentli nochiziqli evolyutsion tenglamalar bilan bir qatorda, yuklangan va qo‘shimcha hadli nochiziqli evolyutsion tenglamalarning yechimlari mavjudligini ko‘rsatishga imkon beruvchi tadqiqotlarni ishlab chiqish maqsadli ilmiy tadqiqotlardan hisoblanadi.

Mamlakatimizda fundamental fanlarning ilmiy va amaliy tadbiqiga ega bo‘lgan differensial operatorlar nazariyasining dolzarb masalalarini yechish usullarini ishlab chiqish kabi dolzarb yo‘nalishlarga katta e’tibor qaratilmoqda. Xususan, o‘z-o‘ziga qo‘shma bo‘lmagan Shturm-Liuvill va Dirak operatorlari spektral nazariyasi muammolarini o‘rganishga alohida e’tibor qaratildi, hamda spektral nazariyaning to‘g‘ri va teskari masalalari usuli yordamida matematik fizikaning nochiziqli evolyutsion tenglamalarining soliton yechimlarini aniqlash bo‘yicha muhim natijalarga erishildi. «Funksional analiz, algebra, differensial tenglamalar, matematik fizika, matematik madellashtirish, hisoblash matematikasi va diskret matematika, ehtimollar nazariyasi va matematik statistika» ustuvor yo‘nalishlar bo‘yicha xalqaro standartlar darajasidagi ilmiy izlanishlar olib borish O‘zR FA V.I. Romanovskiy nomidagi Matematika instituti faoliyatining asosiy vazifalaridan biri hisoblanadi[1]. Qaror ijrosini ta’minlash doirasida matematik

[1] O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2017 yil 18 maydagi “O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasining yangidan tashkil etilgan ilmiy tadqiqot muassasalari faoliyatini tashkil etish to‘g‘risida”gi 292-sonli qarori.

fizikaning nochiziqli evolyutsion tenglamalarini integrallashda muhim ahamiyat kasb qiluvchi chiziqli differensial operatorlar sochilish nazariyasining to‘g‘ri va teskari masalalarini o‘rganish va tatqiq qilish muhim ahamiyat kasb etadi.

O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 7 fevraldagi PF-4947-son «O‘zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo‘yicha harakatlar strategiyasi to‘g‘risida»gi farmoni, 2017 yil 17 fevraldagi PQ-2789-son «Fanlar akademiyasi faoliyati, ilmiy-tadqiqot ishlarini tashkil etish, boshqarish va moliyalashtirishni yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida»gi, 2017 yil 20 apreldagi PQ-2909-son «Oliy ta’lim tizimini yanada rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida»gi, 2018 yil 27 apreldagi PQ-3682-son «Innovatsion g‘oyalar, texnologiyalar va loyihalarni amaliy joriy qilish tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida»gi, 2020 yil 7 maydagi PQ-4708-son «Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida»gi qarorlari hamda mazkur faoliyatga tegishli boshqa normativ-huquqiy hujjatlarda belgilangan vazifalarni amalga oshirishga ushbu dissertatsiya muayyan darajada xizmat qiladi.

Tadqiqotning Respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo‘nalishlariga bog‘liqligi. Mazkur dissertatsiya Respublika fan va texnologiyalar rivojlanishining IV «Matematika, mexanika va informatika» ustuvor yo‘nalishiga muvofiq bajarilgan.

Dissertatsiya mavzusi bo‘yicha xorijiy ilmiy tadqiqotlar sharhi. Nochiziqli evolyutsion tenglamalarni funksiyalarning turli sinflarida integrallash bo‘yicha ilmiy tadqiqotlar dunyodagi eng yirik ilmiy markazlar va oliy o‘quv yurtlarida amalga oshirilmoqda, masalan: Sent-Xavier universitetida (AQSh), Arlingtondagi Texas universitetida (AQSh), Sent-Luis universitetida (AQSh), Rajab Toyyib Erdo‘g‘on universitetida (Turkiya), Technion Isroil texnologiya institutida (Isroil), Kataloniya politexnika universitetida (Ispaniya), Kolorado universitetida (AQSh), Lihay universitetida (AQSh), Xalqaro nazariy fizika markazida (Italiya), Shtutgart universitetida (Germaniya), Shvetsiya Qirollik universitetida (Shvetsiya), Vena universitetida (Avstriya), Missuri universitetida (AQSh), Ervin Shredinger institutida (Avstriya), Xitoy Fanlar akademiyasining Materiallar fizikasi xalqaro markazida (Xitoy), Shanxay universitetida (Xitoy), Vaseda ilg‘or tadqiqotlar institutida (Yaponiya), Boku universitetida (Ozarbayjon), Sankt-Peterburg davlat universitetida (Rossiya), Rossiya fanlar akademiyasi V.A.Steklov nomidagi Matematika institutining Sankt-Peterburg filialida (Rossiya), Saratov davlat universitetida (Rossiya), Ukraina milliy fanlar akademiyasining B.I. Verkin nomidagi fizika-texnika past haroratlar institutida (Ukraina), L.D. Landau nomidagi nazariy fizika institutida. (Rossiya), Ufa davlat aviatsiya texnika universitetida (Rossiya), Moskva davlat universitetida (Rossiya), Pulkovo rasadxonasida (Rossiya).

Nochiziqli differentsial tenglamalar uchun Koshi masalalarini yechish va ularni fan va texnikaning turli sohalarida global miqyosda qo‘llashga bag‘ishlangan tadqiqotlar natijasida bir qator dolzarb muammolarning yechimi topildi, xususan: potentsiallari energiyaga bog‘liq bo‘lgan birinchi tartibli chiziqli

sistema uchun sochilish nazariyasining teskari masalasida umumlashtirilgan Marchenko usuli taqdim etildi (Arlingtondagi Texas universiteti, Sent-Luis universiteti, Rejep Tayyip Erdo‘g‘on universiteti); Shturm-Liuvill operatori va uning diskret analoglari uchun teskari masalalarni (spektral) yechish uchun yagonalik teoremasi isbotlandi (Shvetsiya Qirollik universiteti, nazariy geofizika instituti, Ukraina milliy fanlar akademiyasining B.I. Verkin nomidagi past haroratlar fizikasi va texnologiyasi instituti, Boku universiteti, Pulkovo rasadxonasi); kompleks solitonlar yechimlari bo‘yicha foydali natijalar qo‘lga kiritilgan va solitonlar, dipol solitonlar, ko‘p g‘alvirli solitonlar, bo‘yinbog‘da tashkil etilgan solitonlar kabi murakkab shakllarni olishi mumkin, degan rasmiy xulosaga kelindi (Technion). – Isroil texnologiya instituti, Kataloniya politexnika universiteti, Kolorado universiteti, Lihay universiteti), Toda zanjirlari va ularning yuqori tartibli analoglari integrallangan (Vena universiteti, Missuri universiteti, Ervin Shredinger instituti, Saratov davlat universiteti, L.D. Landau nomidagi nazariy fizika instituti); Schredinger tipidagi ikkita ayirmali tenglamalar uchun Darbu almashtirishlari va ularga tegishli Kram formulalari olingan (Shanxay universiteti, Vaseda ilg‘or tadqiqotlar instituti); Korteveg-de Friz (KdF) tenglamasi va uning turli umumlashtirishlari har-xil funksiyalar sinflarida integrallangan (Moskva davlat universiteti, L.D. Landau nomidagi nazariy fizika instituti, Sankt-Peterburg davlat universiteti, Ufa davlat aviatsiya texnika universiteti); Ablovits-Kaup-Nyuell-Sigur nolokal tenglamalari ierarxiyasining chekli zonali yechimlari topildi (Sankt-Peterburg davlat universiteti, Rossiya Fanlar akademiyasi V.A.Steklov nomidagi matematika institutining Sankt-Peterburg filiali); modifitsirlangan Korteveg-de Friz–sinus-Gordon (mKdF-sG) tenglamasining ko‘psolitonli yechimlari Hirota usuli yordamida topildi (Sankt-Xavier universiteti), o‘zgaruvchan koeffitsiyentli modifitsirlangan Korteveg-de Friz (mKdF) tenglamasi ikki turdagi yondashuvlar va ramziy hisoblar yordamida o‘rganildi (Xitoy fanlar akademiyasining materiallar fizikasi Xalqaro markazi).

Hozirgi vaqtda matritsaviy koeffitsiyentli differensial operatorlar, turli graflarda qaraladigan differensial operatorlar, yuqori tartibli chiziqli differentsial operatorlar, ko‘p o‘zgaruvchili chiziqli differentsial operatorlar uchun sochilish nazariyasining teskari masalalarini ishlab chiqish bo‘yicha ilmiy izlanishlar olib borilmoqda. Fazoviy o‘zgaruvchisi grafga tegishli bo‘lgan matematik fizikaning nochiziqli evolyutsion tenglamalarini integrallash maqsadida sochilish nazariyasining teskari masalalari usulini ishlab chiqish bo‘yicha ham ustuvor ilmiy ishlar olib borilmoqda.

Muammoning o‘rganilganlik darajasi. Butun o‘qda o‘z-o‘ziga qo‘shma Shturm-Liuvill operatori uchun sochilish nazariyasining teskari masalalari usuli ilk bor 1967 yilda bir guruh olimlar K. Gardner, J. Grin, M. Kruskal, R. Miuralar tomonidan KdF tenglamasi uchun qo‘llanilgan. P. Laks o‘zining ishida sochilish nazariyasining teskari masalalari usulining universal usul ekanligini ko‘rsatdi va yuqori tartibli KdF tenglamasi tushunchasini kiritdi. C. Yu. Li va R.S. Beardsli ishida yuqori tartibli KdF tenglamalarini olish uchun asimptotik jarayonlardan foydalanish taklif qilingan. Bunday tenglama ikki qavatli suyuqlikdagi ichki

to‘lqinlar uchun K.G. Kup, G. Batler ishida olingan. Zichlik va oqimlarning ixtiyoriy ravishda vertikal taqsimlanishga ega suyuqliklardagi yakkalangan to‘lqinlar xossalarining batafsilroq nazariy tahlili J. Gir va R. Grimshou ishida berilgan bo‘lib, unda turli modellar uchun yakkalangan to‘lqinlarning shakli va tezligiga tuzatishlar hisoblab chiqilgan. Sochilish nazariyasining teskari masalalari usulidan foydalangan holda M. Vadati 1972 yilda mKdF tenglamasini, M. Ablovis, D. Kaup, A. Nyuell, H. Sigur va V.E. Zaxarov, L.A. Taxtadjan, L.D. Faddeevlar sinus-Gordon tenglamasini integrallashgan. 1973 yilda Hirota o‘z nomi bilan ataladigan tenglamani ko‘rib chiqdi, bu tenglama dastlab yuqori tartibli dispersiyaga uchraydigan ultraqisqa impulslarni tasvirlash uchun model sifatida taklif qilingan. 1991 yilda Fukumoto va Miyazaki uch o‘lchovli Eylerian siqilmaydigan suyuqlik uchun girdobsimon harakatini modellashtirishda Hirota tenglamasining dolzarbligini ko‘rsatdilar.

Matematik fizikaning nochiziqli evolyutsion tenglamalarini sochilish nazariyasining teskari masalalari usuli yordamida integrallashda asosan Shturm-Liuvill va Dirak operatorlari uchun sochilish nazariyasining to‘g‘ri va teskari masalalariga oid natijalardan foydalaniladi. Shturm-Liuvill operatori uchun sochilish nazariyasining to‘g‘ri va teskari masalalari V.A. Marchenko, I.M.Gelfand, B.M. Levitan, L.D. Faddeev, V.E. Lyantse, V.A. Blashshak va boshqalarning ishlarida o‘rganilgan. Dirak operatori uchun sochilish nazariyasining teskari masalalari esa V.E. Zaxarov, A.B. Shabat, L.P. Nijnik, Fam Loy Vu, I.S. Frolov va boshqalarning ishlarida o‘rganilgan.

Moslangan manbalarga ega KdF tenglamasi ilk bor V.K. Melnikov ishlarida o‘rganilgan. J. Leon va A. Latifiyning ishida integral turdagi manbaga ega KdF tenglamasi uchun Koshi masalasini yechishga keltiriladigan aniq bir fizik masala tuzilgan. A.B. Xasanov, A.B. Yaxshimuratov va M.M. Matyoqubovlarning ishlarida davriy funksiyalar sinfida manbali KdF tenglamasi o‘rganilgan. A.B.Xasanov, G.U. Urazboyev, Q.A. Mamedov, F. Demontislarning ishlarida manbaga ega mKdF tenglamalari tez kamayuvchi funksiyalar sinfida ko‘rib chiqilgan. A.B. Xasanov, G.U. Urazboyev, T. Aktasun, F. Demontis, S. van der Milar ishlarida moslangan manbalarga ega sinus-Gordon tenglamasi ko‘rib chiqilib, sochilish nazariyasining teskari masalalari usuli yordamida aniq yechimlari topilgan. Hozirgi vaqtda yuklangan tenglamalar dolzar hisoblanadi. Buni yuklangan tenglamalarga bag‘ishlangan ko‘plab ishlar tasdiqlaydi. Ulardan A.M. Naxushev, A.I. Kojanov, M.T. Jenaliev, A.B. Xasanov, A.B. Yaxshimuratov, M.M. Matyakubov, B. Babadjonov, F. Abdikarimov va boshqalarning ishlarini alohida ta’kidlash lozim.

Dissertatsiya tadqiqotining dissertatsiya bajarilgan oliy ta’lim muassasasining ilmiy-tadqiqot ishlari rejalari bilan bog‘liqligi. Dissertatsiya tadqiqoti Urganch davlat universiteti ilmiy tadqiqot ishlari rejalariga muvofiq F-4-61 «Moslangan manbali nochiziqli evolyutsion tenglamalarni teskari masala usulida integrallash» (2012-2016 yy.) va OT-F4-04(05) “Spektral usulni matritsaviy nochiziqli evolyusion tenglamalarni yechishga tadbiqlari; Yurak-qon tomir tizimining biomexanikasi” fundamental loyihalari doirasida bajarilgan.

Tadqiqotning maqsadi matematik fizikaning vaqtga bog‘liq bo‘lgan koeffitsiyentlarga ega va qo‘shimcha hadlarga ega nochiziqli evolyutsion tenglamalarini tez kamayuvchi funksiyalar sinfida integrallashdan iboratdir.

Tadqiqotning vazifalari quyidagilardan iborat:

manbasiz va moslangan manbalarga ega qo‘shimcha hadli umumiy KdF tenglamasi uchun Koshi masalasini tez kamayuvchi kompleks qiymatli funksiyalar sinfida yechish, shuningdek tez kamayuvchi kompleks qiymatli funksiyalar sinfida moslangan manbali yuklangan umumiy KdF tenglamasi uchun Koshi masalasini yechish;

tez kamayuvchi funksiyalar sinfida qo‘shimcha hadli mKdF tenglamasi uchun Koshi masalasining yechimini topish algoritmini taklif qilish, shuningdek tez kamayuvchi funksiyalar sinfida yuklangan mKdF tenglamasi uchun Koshi masalasining yechimini topish algoritmini taklif qilish;

potensiali vaqtga bog‘liq koeffitsiyentli, qo‘shimcha hadli va moslangan manbali sinus-Gordon tenglamasining yechimi bo‘ladigan Dirak operatori uchun sochilish nazariyasi berilganlarining evolyutsiyasini keltirib chiqarish, shuningdek tez kamayuvchi funksiyalar sinfida moslangan manbali yuklangan sinus-Gordon tenglamasini integrallash;

potensiali tez kamayuvchi funksiyalar sinfida vaqtga bog‘liq koeffitsiyentli va qo‘shimcha hadlarga ega mKdV-sinus-Gordon tenglamasining yechimi bo‘ladigan Dirak operatori sochililish nazariyasi berilganlarining t bo‘yicha o‘zgarish dinamikasini aniqlash, shuningdek potensiali tez kamayuvchi funksiyalar sinfida moslangan manbali va manbasiz yuklangan mKdV-sinus-Gordon tenglamasining yechimi bo‘ladigan Dirak operatori sochililish nazariyasi berilganlarining t bo‘yicha o‘zgarish dinamikasini aniqlash;

tez kamayuvchi funksiyalar sinfida vaqtga bog‘liq koeffitsiyentlarga ega Hirota tenglamasi uchun Koshi masalasini yechish mumkinligini ko‘rsatish, shuningdek tez kamayuvchi funksiyalar sinfida yuklangan Hirota tenglamasi uchun Koshi masalasini yechish mumkinligini ko‘rsatish.

Tadqiqotning obyekti qo‘shimcha hadlarga va moslangan manbalarga ega KdF va umumiy KdF tenglamalari, moslangan manbalarga ega yuklangan KdF va yuklangan umumiy KdF tenglamalari, qo‘shimcha hadli mKdF tenglamasi va yuklangan mKdF tenglamasi, vaqtga bog‘liq koeffitsiyentli, qo‘shimcha hadli va moslangan manbali sinus-Gordon tenglamasi, moslangan manbali yuklangan sinus-Gordon tenglamasi, vaqtga bog‘liq koeffitsiyentli, qo‘shimcha hadli va moslangan manbali mKdV-sinus-Gordon tenglamasi, moslangan manbali yuklangan mKdV-sinus-Gordon tenglamasi, vaqtga bog‘liq koeffitsiyentli Hirota tenglamasi va yuklangan Hirota tenglamasi.

Tadqiqotning predmeti o‘z-o‘ziga qo‘shma bo‘lmagan Shturm-Liuvill operatori va Dirak operatori uchun qo‘yilgan sochilish nazariyasining to‘g‘ri va teskari masalalari hamda ularning matematik fizikaning nochiziqli evolyutsion tenglamalarini integrallashga tatbiqidan iborat.

Tadqiqotning usullari. Dissertatsiyada matematik tahlil, matematik fizika, chiziqli differensial operatorlarning spektral nazariyasi, funksional analiz,

kompleks o‘zgaruvchili funksiyalar nazariyasi va differensial tenglamalar usullari qo‘llanilgan.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi quyidagilardan iborat:

Koshi masalasining qo‘shimcha hadli va manbalarga ega umumiy Korteveg-de Friz, manbalarga ega yuklangan umumiy Korteveg-de Friz tenglamalarining tez kamayuvchi funksiyalar sinfida yechiluvchanligi ko‘rsatilgan;

tez kamayuvchi funksiyalar sinfida qo‘shimcha hadli modifitsirlangan Korteveg-de Friz va yuklangan modifitsirlangan Korteveg-de Friz tenglamalari uchun Koshi masalasining yechimini topishga imkon beruvchi algoritm ishlab chiqilgan;

vaqtga bog‘liq koeffitsiyentlarga, qo‘shimcha hadlarga va moslangan manbalarga ega sinus-Gordon va moslangan manbalarga ega yuklangan sinus-Gordon tenglamalarining to‘liq integrallanuvchanligi isbotlangan;

qo‘shimcha hadlarga, vaqtga bog‘liq koeffitsientlarga ega modifitsirlangan Korteveg-de Friz – sinus-Gordon tenglamasining, manbasiz va moslangan manbali yuklangan modifitsirlangan Korteveg-de Friz – sinus-Gordon tenglamasining tez kamayuvchi funksiyalar sinfida to‘liq integrallanuvchanligi isbotlangan;

tez kamayuvchi funksiyalar sinfida vaqtga bog‘liq koeffitsiyentlarga ega Hirota tenglamasi va yuklangan Hirota tenglamasi uchun Koshi masalasining yechilivchanligi ko‘rsatilgan.

Tadqiqotning amaliy natijalari qo‘shimcha hadga va moslangan manbalarga ega KdF va umumiy KdF tenglamalari, moslangan manbalarga ega yuklangan KdF va yuklangan umumiy KdF tenglamalari, qo‘shimcha hadli mKdF va yuklangan mKdF tenglamalari, vaqtga bog‘liq koeffitsiyentlarga, qo‘shimcha had va moslangan manbalarga ega sinus-Gordon tenglamalari, qo‘shimcha had va moslangan manbalarga ega yuklangan sinus-Gordon tenglamalari, vaqtga bog‘liq koeffitsiyentlarga va qo‘shimcha hadlarga ega mKdF-sinus-Gordon tenglamasi, vaqtga bog‘liq koeffitsiyentli Hirota va yuklangan Hirota tenglamalari uchun qo‘yilgan Koshi masalalarini hal qilish algoritmlarini amalga oshirishdan iborat.

Tadqiqot natijalarining ishonchliligi matematik fizika, chiziqli operatorlarning spektral nazariyasi, matematik va funksional tahlil, kompleks o‘zgaruvchili funksiyalar nazariyasi, differensial operatorlar uchun teskari spektral masalalar nazariyasi va ularni manbali nochiziqli evolyutsion tenglamalarni integrallashga tatbiqi hamda matematik mulohazalarning qat’iyligi bilan asoslanadi.

Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati. Tadqiqot natijalarining ilmiy ahamiyati shundan iboratki, ishda olingan ilmiy natijalar chiziqli operatorlarning spektral nazariyasida, differensial geometriyada, qattiq jismlar fizikasida, maxsus turdagi elektr uzatish liniyalarining ayrim modellarida, gidrodinamikada, kvant fizikasi va boshqa sohalarda qo‘llanilishi mumkin.

Dissertatsiya tadqiqotining amaliy ahamiyati ishda olingan ilmiy natijalardan manbasiz va moslangan manbalarga ega nochiziqli evolyutsion tenglamalarni, shuningdek yuklangan tenglamalarni integrallashda qo‘llash bilan belgilanadi.

Tadqiqot natijalarining joriy qilinishi. Nochiziqli evolyutsion tenglamalarni sochilish nazariyasining teskari masalalari usulida yechish bo‘yicha olingan natijalar asosida:

moslangan manbalarga ega yuklangan Korteveg-de Friz va yuklangan umumiy Korteveg-de Friz, yuklangan modifitsirlangan Korteveg-de Friz va vaqtga bog‘liq koeffitsiyentli, qo‘shimcha hadli va moslangan manballarga ega sinus-Gordon tenglamalarini integrallash jarayoni algoritmlaridan OT-F4-64 raqamli “Birjinslimas g‘ovak muhitlarda suyuqlik sizishi va moddalar ko‘chishi gidrodinamik modellarini tuzish va sonli tadqiq etish” mavzusidagi fundamental loyihada yoriq-g‘ovak muhitlarda moddaning sizishi va anomal ko‘chishi gidrodinamik modellarini tuzish va sonli tahlil qilishda foydalanilgan (Samarqand davlat universitetining 2023 yil 18 noyabrdagi №10-6068-sonli ma’lumotnomasi). Ilmiy natijalarning qo‘llanilishi makroporali va mikroporali silindrik zonalardan tashkil topgan birjinslimas g‘ovak muhitlarda adsorbsiya xodisasini hisobga olib modda ko‘chishi masalalarini sonli tadqiq etishda zonalar o‘rtasida nisbiy umumiy va jamlanma modda almashinish uchun integral munosabatlarini samarali hisoblash imkonini bergan;

vaqtga bog‘liq koeffitsiyentlarga va qo‘shimcha hadlarga ega modifitsirlangan Korteveg-de Friz – sinus-Gordon tenglamasini integrallashdagi algoritmlar va usullardan “Assotsiativ bo‘lmagan guruhlar va algebralarda gomologiyalar, gomotopiyalar va kategorik invariantlar” mavzusidagi xorijiy loyihada to‘rtinchi Kalojero-Moser fazosi va Puasson qavslarining to‘liq tavsifni olishda foydalanilgan (Santyago de Kompostela universitetining 2023 yil 23 noyabrdagi ma’lumotnomasi, Ispaniya). Ilmiy natijalarning qo‘llanilishi uchinchi va to‘rtinchi Kalojero-Moser fazolarining koordinata halqalarini minimal hosil qiluvchilari to‘plamini aniqlash va hosil qiluvchilar orasidagi algebraik munosabatlarni topish hamda bu fazolar ustida Puasson algebraik strukturani to‘liq tavsiflash imkonini bergan;

qo‘shimcha hadlarga va moslangan manbalarga ega umumiy Korteveg-de Friz, qo‘shimcha hadli modifitsirlangan Korteveg-de Friz tenglamalarini integrallashdagi usullar va algoritmlardan OT-F4-04(05) raqamli “Spektral usulni matritsaviy nochiziqli evolyusion tenglamalarni yechishga tadbiqlari, Yurak-qon tomir tizimining biomexanikasi” mavzusidagi fundamental loyihada nochiziqli evolyutsion tenglamarni integrallashda foydalanilgan (Urganch davlat universitetining 2023 yil 21 noyabrdagi №01-04/01-11/3118-sonli ma’lumotnomasi). Ilmiy natijalarning qo‘llanilishi moslangan manbali yuklangan Korteveg-de Friz tenglamasini teskari masalalar usuli yordamida integrallash, davriy funksiyalar sinfida yuklangan modifitsirlangan Korteveg-de Friz tenglamasi uchun manba qurish algoritmini keltirib chiqarish, integral manbali matritsaviy Korteveg-de Friz tenglamasi uchun qo‘yilgan Koshi masalasini yechish algoritmini ishlab chiqish imkonini bergan.

Tadqiqot natijalarining aprobatsiyasi. Dissertatsiya asosiy natijalari 11 ta xalqaro va 14 ta respublika anjumanlarida muhokamadan o‘tkazilgan.

Tadqiqot natijalarining e'lon qilinganligi. Dissertatsiya mavzusi bo'yicha jami 45 ta ilmiy ish chop qilingan, shulardan, O'zbekiston Respublikasi Oliy attestatsiyasi komissiyasining doktorlik dissertatsiyalari asosiy ilmiy natijalarini chop qilish tavsiya qilingan ilmiy nashrlarda 20 ta maqola, jumladan, 12 tasi xorijiy nufuzli ilmiy jurnallarda va 8 tasi respublika jurnallarida nashr qilingan.

Dissertatsiyaning tuzilishi va hajmi. Dissertatsiya kirish qismi, to'rtta bob, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan iborat. Dissertatsiyaning hajmi 214 bet.

DISSERTATSIYANING ASOSIY MAZMUNI

Kirish qismida dissertatsiya mavzusining dolzarbligi va zaruriyligi asoslangan, tadqiqotning respublika fan va texnologiyalari rivojlanishining ustuvor yo'nalishlariga mosligi ko'rsatilgan, mavzu bo'yicha xorijiy ilmiy-tadqiqotlar sharhi, muammoning o'rganilganlik darajasi keltirilgan, tadqiqot maqsadi, vazifalari, obyekti va predmeti tavsiflangan, tadqiqotning ilmiy yangiligi va amaliy natijalari bayon qilingan, olingan natijalarning nazariy va amaliy ahamiyati ochib berilgan, tadqiqot natijalarining joriy qilinishi, nashr qilingan ishlar va dissertatsiya tuzilishi bo'yicha ma'lumotlar berilgan

Dissertatsiyaning «**Qo'shimcha hadli umumiy Korteveg-de Friz tenglamasini tez kamayuvchi kompleks qiymatli funksiyalar sinfida integrallash**» deb nomlangan birinchi bobida o'z-o'ziga qo'shma bo'lmagan Shturm-Liuvill operatori uchun sochilish nazariyasining to'g'ri va teskari masalalariga oid zaruriy ma'lumotlar keltirilgan. Qo'shimcha hadlarga va moslangan manbalarga ega KdF va umumiy KdF tenglamalari uchun Koshi masalasi tez kamayuvchi funksiyalar sinfida yechilgan, shuningdek tez kamayuvchi funksiyalar sinfida moslangan manbali yuklangan KdF va yuklangan umumiy KdF tenglamalari uchun Koshi masalasi yechilgan.

Birinchi bobning birinchi paragrafida, keyingi bayonlar uchun zarur bo'lgan, dissertatsiya mazmunini ochib berishda ishlatiladigan, o'z-o'ziga qo'shma bo'lmagan Shturm-Liuvill operatori uchun sochilish nazariyasining to'g'ri va teskari masalalariga oid ma'lumotlar keltirilgan.

Bizga quyidagi tenglama berilgan bo'lsin

$$Ly = -y'' + u(x)y = \lambda y, \quad x \in (-\infty, \infty), \quad \lambda = k^2, \tag{1}$$

bu yerda $u(x)$ koeffitsiyent (potensial) kompleks qiymatli bo'lib, shunday $\varepsilon > 0$ son mavjudki, quyidagi o'rinli

$$\int_{-\infty}^{\infty} |u(x)| e^{\varepsilon |x|} dx < \infty. \tag{2}$$

Quyidagi

$$e_+(x,k) = e^{ikx} - \int_x^{\infty} \frac{\sin k(x-t)}{k} u(t) e_+(t,k) dt, \; e_-(x,k) = e^{-ikx} + \int_{-\infty}^{x} \frac{\sin k(x-t)}{k} u(t) e_-(t,k) dt.$$

integral tenglamalarning yechimlarini $e_{\pm}(x,k)$ orqali belgilaymiz. Bu $e_{+}(x,k)$, $e_{-}(x,k)$ funksiyalar $\operatorname{Im} k > -\frac{\varepsilon}{2}$ da (1) tenglamaning yechimi bo‘ladi, shuningdek cheksizlikda quyidagi asimptotikaga ega:

$$e_{+}(x,k) = e^{ikx} + o(1), \quad x \to \infty, \qquad e_{-}(x,k) = e^{-ikx} + o(1), \quad x \to -\infty.$$

Yuqoridagi (1) tenglamaning $e_{\pm}(x,k)$ yechimlari mavjud, yagona, $\operatorname{Im} k > -\frac{\varepsilon}{2}$ yarim tekislikda k bo‘yicha golomorf bo‘lib, quyidagicha integral tasvirlarga ega

$$e_{+}(x,k) = e^{ikx} + \int_{x}^{\infty} K_{+}(x,t)e^{ikt}dt, \qquad e_{-}(x,k) = e^{-ikx} + \int_{-\infty}^{x} K_{-}(x,t)e^{-ikt}dt. \qquad (3)$$

Shuning bilan birga (3) tasvirlardagi $K_{\pm}(x,t)$ yadrolar (1) tenglamaning $u(x)$ potensiali bilan quyidagicha bog‘lanishga ega:

$$u(x) = -2\frac{d}{dx}K_{+}(x,x), \quad u(x) = 2\frac{d}{dx}K_{-}(x,x).$$

A) $\omega(k)$ va $v(k)$ orqali ushbu

$$\omega(k) = e_{-}(x,k)e'_{+}(x,k) - e'_{-}(x,k)e_{+}(x,k), \quad v(k) = e_{+}(x,-k)e'_{-}(x,k) - e_{-}(x,k)e'_{+}(x,-k),$$

vronskianlarni belgilaymiz. $\omega(k)$ funksiyani $\operatorname{Im} k > -\frac{\varepsilon}{2}$ tekislikka golomorf ravishda davom qildirish mumkin va bu funksiya quyidagicha asimptotikaga ega bo‘lib

$$\omega(k) = 2ik\left[1 + O\left(k^{-1}\right)\right], \quad |k| \to \infty, \qquad (4)$$

bu asimptotika $\operatorname{Im} k > \eta$, $\eta > -\frac{\varepsilon}{2}$ tekislikda tekis bajariladi. $\omega(k)$ va $v(k)$ funksiyalar $|\operatorname{Im} k| < \frac{\varepsilon}{2}$ da quyidagi ayniyatni qanoatlantiradi:

$$\omega(k)\omega(-k) - v(k)v(-k) = 4k^2.$$

B) Bu (4) asimptotika va $\omega(k)$ funksiyaning analitikligidan $\operatorname{Im} k \geq 0$ yarim tekislikda $\omega(k)$ funksiya cheklita (umumiy holda karrali) nollarga ega bo‘lishi mumkinligi kelib chiqadi. Agar $k_1, k_2, ..., k_N$ sonlar $\omega(k)$ funksiyaning haqiqiy bo‘lmagan nollari bo‘lsa, u holda $\lambda_j = k_j^2$, $j = \overline{1,N}$ sonlar o‘z-o‘ziga qo‘shma bo‘lmagan L Shturm-Liuvill operatorining xos qiymatlaridan iborat bo‘ladi. O‘z-o‘ziga qo‘shma bo‘lmagan L Shturm-Liuvill operatori spektral maxsusliklarga ega emas deb hisoblaymiz, ya’ni $\omega(k) \neq 0, \forall k \in \mathbb{R}$.

C) Quyidagi

$$S(k) = \frac{v(k)}{\omega(k)}$$

funksiyaga L operator sochilish (tarqalish) funksiyasi deyiladi. Bu $S(k)$ funksiya uchun quyidagilar o‘rinli:

1) $S(k)$ funksiya $|\mathrm{Im}\, k| < \varepsilon_0$ da meromorf bo‘lib, har bir $\eta < \varepsilon_0$ uchun ushbu

$$S(k) = O\left(k^{-1}\right), \quad |k| \to \infty,$$

munosabat $|\mathrm{Im}\, k| \le \eta$ da tekis bajariladi. Bunda $\varepsilon_0 = \min\left\{\frac{\varepsilon}{2}, \varepsilon_1\right\}$ bo‘lib, ε_1 esa $\mathrm{Im}\, k = 0$ haqiqiy o‘q va $\omega(k)$ funksiyaning haqiqiy bo‘lmagan nollarigacha bo‘lgan masofa;

2) $S(k)$ funksiya $|\mathrm{Im}\, k| < \varepsilon_0$ da haqiqiy bo‘lmagan qutblarga ega emas;

3) agar $S^{-1}(k_0) = 0,\ k_0 \neq 0$ bo‘lsa, u holda $S(-k_0) \neq 0$ o‘rinli;

4) agar $k_0 \neq 0$ bo‘lsa, u holda $1 - S(k)S^{-1}(k) \neq 0$ va $\lim\limits_{k\to 0}\left|k^2\left[1 - S(k)S(-k)\right]^{-1}\right| < \infty$.

D) Normallovchi o‘zgarmaslar zanjiri deb ataluvchi $\{\varkappa_0^j, \varkappa_1^j, ..., \varkappa_{m_j-1}^j\}$ va $\{\theta_0^j, \theta_1^j, ..., \theta_{m_j-1}^j\},\ \ j = \overline{1,N}$ zanjirlar mavjud bo‘lib, ular uchun quyidagi

$$\frac{1}{s!}\left(\left(\frac{d}{dk}\right)^s e_-(x,k)\right)\Big|_{k=k_j} = \sum_{\nu=0}^{s} \varkappa_{s-\nu}^j \frac{1}{\nu!}\left(\left(\frac{d}{dk}\right)^\nu e_+(x,k)\right)\Big|_{k=k_j},\ \ j = \overline{1,N},\ \ s = \overline{0, m_j - 1},$$

$$\frac{1}{s!}\left(\left(\frac{d}{d\lambda}\right)^s e_-(x,\sqrt{\lambda})\right)\Big|_{\lambda=k_j^2} = \sum_{\nu=0}^{s} \theta_{s-\nu}^j \frac{1}{\nu!}\left(\left(\frac{d}{d\lambda}\right)^\nu e_+(x,\sqrt{\lambda})\right)\Big|_{\lambda=k_j^2},\ j = \overline{1,N},\ s = \overline{0, m_j - 1}$$

tengliklar o‘rinli.

$\{\varkappa_0^j, \varkappa_1^j, ..., \varkappa_{m_j-1}^j\}$ va $\{\theta_0^j, \theta_1^j, ..., \theta_{m_j-1}^j\},\ j = \overline{1,N}$ normallovchi o‘zgarmaslar zanjirlari bir-biri bilan rekurrent munosabatlar orqali bog‘lanishga ega.

$\left\{S(k),\ k_j,\ \varkappa_0^j, \varkappa_1^j, ..., \varkappa_{m_j-1}^j,\ j = \overline{1,N}\right\}$ jamlanmaga (1) tenglama sochilish nazariyasining berilganlari deyiladi. Sochilish nazariyasining to‘g‘ri masalasi deb, (1) tenglamada $u(x)$ potensial berilganda, bu tenglamaning sochilish nazariyasining berilganlarini topishga aytiladi, teskari masala deb esa, shu (1) tenglamaning $u(x)$ potensialini sochilish nazariyasining berilganlari orqali tiklashga aytiladi.

Yuqoridagi (3) integral tasvirdagi $K_+(x,y)$ funksiya ushbu

$$K_+(x,t) + F_+(x+t) + \int_x^\infty K_+(x,z)F_+(z+t)dz = 0,\ \ -\infty < x \le t < \infty,$$

Gelfand-Levitan-Marchenko integral tenglamasini qanoatlantiradi. Bunda

$$F_+(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S(k)e^{ikx}dk + \sum_{j=1}^{N}\sum_{\nu=0}^{m_j-1} \varkappa_{m_j-\nu-1}^k \frac{1}{\nu!}\frac{d^\nu}{dz^\nu}\left[\frac{2z(z-k_j)^{m_j}}{\omega(z)}e^{izx}\right]\Bigg|_{z=k_j}, \qquad (5)$$

bo‘lib, $\omega(z)$ funksiya $\omega(k), \left(|\mathrm{Im}\, k| < \frac{\varepsilon}{2}\right)$ funksiyaning $\mathrm{Im}\, z > \frac{\varepsilon}{2}$ tekislikka analitik davomi bo‘lib, quyidagi formula orqali aniqlanadi

$$\omega(z)=(2iz-4\varepsilon)\prod_{j=1}^{N}\left(\frac{z-k_j}{z+k_j}\right)^{m_j}\exp\left\{\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\ln\frac{k^2}{k^2+4\varepsilon^2}\left(1-s(k)s(-k)\right)}{k-z}dk\right\}.$$

E) $F_+(x)$ funsiya quyidagi xossalarga ega:

1) $F_+'(x)$ uzluksiz hosila mavjud va ixtiyoriy a haqiqiy son uchun quyidagi o‘rinli

$$\int_a^{\infty}\left|F_+'(x)\right|e^{\frac{\varepsilon}{2}|x|}dx<\infty;$$

2) agar $\varphi_x(t)e^{-\frac{\varepsilon}{2}t}$ funksiya $t>x$ da jamlanuvchi bo‘lib, ushbu

$$\varphi_x(t)+\int_x^{\infty}\varphi_x(\rho)F_+(\rho+t)d\rho=0,\qquad t>x,$$

tenglamani qanoatlantirsa, u holda $t>x$ da $\varphi_x(t)=0$ bo‘ladi.

Quyidagi teoremalar o‘rinli.

1-teorema. Sochilish nazariyasining berilganlari L operatorni bir qiymatli aniqlaydi.

2-teorema Agar $S(k)$ funksiya biror $\left|\operatorname{Im}k\right|\le\varepsilon_0$ $(\varepsilon_0>0)$ sohada C) shartlarni qanoatlantirsa, biror k_j, $\left(\operatorname{Im}k_j\ge\varepsilon_0\right),\left(j=\overline{1,N}\right)$ sonlar va $\left\{\varkappa_0^j,\varkappa_1^j,...,\varkappa_{m_j-1}^j,\ j=\overline{1,N}\right\}$ sonlar zanjiri shunday bo‘lsaki, bu kattaliklar yordamida (5) formula orqali tuzilgan $F_+(x)$ funksiya E) shartlarni qanoatlantirsa, u holda (2) shartni qanoatlantiruvchi shunday yagona $u(x)$ potensial mavjudki, L $(Ly=-y''+u(x)y)$ operatorning sochilish nazariyasining berilganlari berilgan sonlar bilan ustma ust tushadi.

Dissertatsiyaning birinchi bob ikkinchi paragrafida tez kamayuvchi kompleks qiymatli funksiyalar sinfida qo‘shimcha hadli umumiy KdF tenglamasi uchun qo‘yilgan Koshi masalasini yechish usuli bayon qilingan. Aytaylik,

$$H=-\frac{1}{2}\frac{d^3}{dx^3}+2u\frac{d}{dx}+u'.$$

Bunda $u=u(x,t),\ u'=u_x$. Ushbu

$$HP_k=P_{k+1}',$$

munosabatlarni o‘rinli qiladigan P_k, $k\in\{0\}\cup\mathbb{N}$ (u va u ning x bo‘yicha hosilalariga nisbatan) ko‘phadlar ketma-ketligi topilishini ko‘rsatish qiyin emas.

Quyidagi operatorlarni kiritamiz:

$$L(t)\equiv-\frac{d^2}{dx^2}+u(x,t),\qquad B_q=\sum_{k=0}^{q}\left(\frac{1}{2}P_k'-P_k\frac{d}{dx}\right)(2L)^{q-k}.$$

Bu operatorlar uchun quyidagi munosabat o‘rinli:

$$[B_q,L]=B_qL-LB_q=-P_{q+1}'.$$

Aytaylik, $c_0, c_1, ..., c_p$ ixtiyoriy haqiqiy sonlar bo‘sin. Agar biz ushbu

$$Y_p = \sum_{q=0}^{p} c_q B_q, \qquad Z_p = -\sum_{q=0}^{p} c_q P'_{q+1}$$

belgilashlarni kiritsak, u holda

$$[Y_p, L] = Z_p$$

tenglik bajariladi. Quyidagi

$$u_t = Z_p(u),$$

tenglamani umumiy KdF tenglamasi deb atash qabul qilingan. Xususan, agar $p=1,\ c_0=0,\ c_1=4$ va $p=2,\ c_0=0,\ c_1=0,\ c_2=8$ deb olsak, mos ravishda quyidagi tenglamalarga ega bo‘lamiz:

$$u_t - 6uu_x + u_{xxx} = 0, \qquad u_t = u_{xxxxx} - 20u_x u_{xx} - 10uu_{xx} + 30u^2 u_x.$$

Aytaylik, quyidagi

$$u_t = Z_p(u) + \rho(t)u_x, \tag{6}$$

qo‘shimcha hadli umumiy KdF tenglamasi berilgan bo‘lsin. Shuning bilan birga qo‘shimcha had oldidagi $\rho(t)$ koeffitsiyent berilgan uzluksiz differensiallanuvchi funksiyadir. Biz (6) tenglamani quyidagi

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in \mathbb{R}, \tag{7}$$

boshlang‘ich shart bilan o‘rganamiz, bunda boshlang‘ich $u_0(x)$ funksiya kompleks qiymatli va quyidagicha xossalarga ega:

1) biror $\varepsilon > 0$ son uchun

$$\int_{-\infty}^{\infty} |u_0(x)| e^{\varepsilon|x|} dx < \infty, \tag{8}$$

2) $L(0) = -\dfrac{d^2}{dx^2} + u(x,0)$ operator spektral maxsusliklarsiz operator bo‘lib, $m_1(0), m_2(0), ..., m_N(0)$ karrali aniq N ta $\lambda_1(0), \lambda_2(0), ..., \lambda_N(0)$ kompleks xos qiymatlarga ega.

Aytaylik, $u(x,t)$ funksiya yetarlicha silliq bo‘lib, $x \to \pm\infty$ da yetarlicha tez nolga intilsin, ya’ni quyidagi o‘rinli bo‘lsin

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left(|u(x,t)| e^{\varepsilon|x|} + \sum_{j=1}^{2p+1} \left| \frac{\partial^j u(x,t)}{\partial x^j} \right| \right) dx < \infty. \tag{9}$$

3-teorema. Faraz qilaylik, o‘z-o‘ziga qo‘shma bo‘lmagan $L(t)$ Shturm-Liuvill operatorining potensiali bo‘lgan $u(x,t)$ kompleks qiymatli funksiya (6)-(9) masalaning yechimi bo‘lsin, u holda $L(t)$ operator sochilish nazariyasining berilganlari $t > 0$ da t ga nisbatan quyidagicha tenglamalar orqali o‘zgaradi:

$$\frac{\partial S(k,t)}{\partial t} = \left[ik \sum_{l=0}^{p} c_l \left(2k^2\right)^l + 2ik\rho(t) \right] S(k,t), \quad \left(|\operatorname{Im} k| < \frac{\varepsilon}{2} \right), \quad \lambda_n(t) = \lambda_n(0),$$

$$\frac{d\varkappa_r^n(t)}{dt}=i\left(\sum_{d=0}^{p}c_d 2^d k_n^{2d+1}+2k_n\rho(t)\right)\varkappa_r^n(t)+i\left(\sum_{d=0}^{p}c_d 2^d(2d+1)k_n^{2d}+2\rho(t)\right)\varkappa_{r-1}^n(t)+$$
$$+i\sum_{l=2}^{r}\left[\sum_{d=0}^{p}c_d 2^d\frac{1}{l!}\frac{(2d+1)!}{(2d+1-l)!}k_n^{2d+1-l}\right]\varkappa_{r-l}^n(t),\ \ (n=\overline{1,N},\ r=0,1,\ldots,m_n-1).$$

1-izoh. 3-teoremada olingan tenglamalar $L(t)$ operator sochilish nazariyasi berilganlarining o‘zgarish dinamikasini to‘liq aniqlaydi, shuning uchun (6)-(9) masalani yechish uchun sochilish nazariyasining teskari masalalari usulini qo‘llash imkonini beradi. Natijada $\left\{S(k,t),\ k_j(t),\varkappa_0^j(t),\varkappa_1^j(t),...,\varkappa_{m_j-1}^j(t),\ j=\overline{1,N}\right\}$ jamlanma A-E shartlarni qanoatlantiradi, shuning uchun birinchi va ikkinchi teoremalarga ko‘ra $L(t)$ operatorning $u(x,t)$ potensiali bir qiymatli aniqlanadi va (6)-(9) masalaning yechimi bo‘ladi.

Bu paragrafning davomida xuddi shunday natija qo‘shimcha hadli klassik KdF tenglamasi uchun ham keltirib chiqarilgan hamda yuklangan KdF va yuklangan umumiy KdF tenglamalari uchun qo‘yilgan Koshi masalalarini ham yechim mumkinligi ko‘rsatilgan. Bu paragrafda bir nechta misollar ham yechib ko‘rsatilgan.

Birinchi bobning uchinchi paragrafida moslangan manbali qo‘shimcha hadli umumiy KdF, moslangan manbali qo‘shimcha hadli KdF va moslangan manbali yuklangan umumiy KdF, moslangan manbali yuklangan KdF tenglamalari uchun qo‘yilgan Koshi masalasi yechimini barcha tez kamayuvchi kompleks qiymatli boshlang‘ich shartlarda yechish algoritmi keltirilgan.

Birinchi bobning to‘rtinchi paragrafida integral turdagi moslangan manbali qo‘shimcha hadli umumiy KdF, integral turdagi moslangan manbali qo‘shimcha hadli KdF va integral turdagi moslangan manbali yuklangan umumiy KdF, integral turdagi moslangan manbali yuklangan KdF tenglamalari uchun qo‘yilgan Koshi masalasi tez kamayuvchi kompleks qiymatli funksiyalar sinfida integrallangan.

Dissertatsiyaning **«Qo‘shimcha hadli modifitsirlangan Korteveg-de Friz tenglamasini tez kamayuvchi funksiyalar sinfida integrallash»** deb nomlangan ikkinchi bobida qo‘shimcha hadli mKdF tenglamasi va yuklangan mKdF tenglamasining tez kamayuvchi boshlang‘ich shartlardagi yechimlari topilgan.

Ikkinchi bobning birinchi paragrafida bu bob va keying boblarda keltirilgan masalalarni yechishda zarur bo‘lgan Dirak operatori uchun sochilish nazariyasining to‘g‘ri va teskari masalalariga oid zaruriy ma’lumotlar keltirilgan.

Butun o‘qda $(-\infty<x<\infty)$ quyidagi

$$\begin{cases}v_{1x}+i\xi v_1=q(x)v_2,\\ v_{2x}-i\xi v_2=r(x)v_1,\end{cases}\qquad(10)$$

Dirak tenglamalar sistemasi berilgan bo‘lsin, bunda $q(x)$ va $r(x)$ funksiyalar ushbu

$$\int_{-\infty}^{\infty}\left(1+|x|\right)|q(x)|dx<\infty,\qquad\int_{-\infty}^{\infty}\left(1+|x|\right)|r(x)|dx<\infty.\qquad(11)$$

shartlarni qanoatlantiradi. Quyidagi

$$L = i\begin{pmatrix} \dfrac{d}{dx} & -q(x) \\ r(x) & -\dfrac{d}{dx} \end{pmatrix}$$

operator yordamida (10) tenglamalar sistemasini $Lv = \xi v$ ko‘rinishda yozish mumkin, bu yerda $v = (v_1,\ v_2)^T$.

Agar (11) shartlar bajarilsa, u holda (10) tenglamalar sistemasi quyidagicha

$$\left.\begin{matrix} \varphi \sim \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i\xi x} \\ \tilde{\varphi} \sim \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} e^{i\xi x} \end{matrix}\right\}, \quad x \to -\infty; \qquad \left.\begin{matrix} \psi \sim \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i\xi x} \\ \tilde{\psi} \sim \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i\xi x} \end{matrix}\right\}, \quad x \to \infty$$

asimptotikalarga ega bo‘ladigan Yost yechimlariga ega bo‘ladi.

Haqiqiy ξ sonlari uchun, $\{\varphi(x,\xi), \tilde{\varphi}(x,\xi)\}$ va $\{\psi(x,\xi), \tilde{\psi}(x,\xi)\}$ vektor-funksiyalar juftliklari (10) tenglamalar sistemasining chiziqli erkli yechimlar sistemasi bo‘ladi. Shu sababli quyidagilar o‘rinli

$$\varphi = a(\xi)\tilde{\psi} + b(\xi)\psi, \qquad \tilde{\varphi} = -\bar{a}(\xi)\psi + \bar{b}(\xi)\tilde{\psi}.$$

$a(\xi)$ funksiya $\operatorname{Im}\xi > 0$ yuqori kompleks yarim tekislikda golomorf, $\bar{a}(\xi)$ funksiya esa $\operatorname{Im}\xi < 0$ quyi kompleks yarim tekislikda golomorfdir. $|\xi| \to \infty$ larda $a(\xi)$ funksiya $a(\xi) = 1 + O\left(|\xi|^{-1}\right)$, $(\operatorname{Im}\xi \geq 0)$ asimptotikaga ega. Bundan tashqari $a(\xi)$ $(\bar{a}(\xi))$ funksiya $\operatorname{Im}\xi > 0$ $(\operatorname{Im}\xi < 0)$ kompleks yarim tekislikda faqatgina chekli sondagi $\xi_k, \left(\bar{\xi}_k\right)$ nollarga (umumiy holda karrali) ega bo‘lishi mumkin. m_k orqali $a(\xi) = 0$ tenglama nollarining karrasini belgilaymiz. $a(\xi)$ $(\bar{a}(\xi))$ funksiyaning yuqori (quyi) kompleks yarim tekisliklardagi haqiqiy bo‘lmagan $\xi_k\ (\bar{\xi}_k)$ nollari o‘z-o‘ziga qo‘shma bo‘lmagan L Dirak operatorining xos qiymatlari bilan ustma-ust tushadi. O‘z-o‘ziga qo‘shma bo‘lmagan L Dirak operatori spektral maxsusliklarga ega bo‘lmasin, ya’ni $a(\xi) \neq 0,\ \xi \in \mathbb{R}$.

Normallovchi o‘zgarmaslar zanjiri deb nomlanuvchi $\left\{\varkappa_0^k, \varkappa_1^k, ..., \varkappa_{m_k-1}^k\right\}$ va unga qo‘shma zanjir deb nomlanuvchi $\left\{\bar{\varkappa}_0^k, \bar{\varkappa}_1^k, ..., \bar{\varkappa}_{m_k-1}^k\right\}$ sonlar zanjirlari mavjud bo‘lib, ular uchun quyidagi munosabatlar o‘rinli bo‘ladi

$$\frac{1}{l!}\left(\frac{d}{d\xi}\right)^l \varphi(x,\xi)\Big|_{\xi=\xi_k} = \sum_{j=0}^{l} \varkappa_{l-j}^k \frac{1}{j!}\left(\frac{d}{d\xi}\right)^j \psi(x,\xi)\Big|_{\xi=\xi_k}, \quad k = \overline{1,N},\ l = \overline{0,m_k-1},$$

$$\frac{1}{l!}\left(\frac{d}{d\xi}\right)^l \psi(x,\xi)\Big|_{\xi=\xi_k} = \sum_{j=0}^{l} \bar{\varkappa}_{l-j}^k \frac{1}{j!}\left(\frac{d}{d\xi}\right)^j \varphi(x,\xi)\Big|_{\xi=\xi_k}, \quad k = \overline{1,N},\ l = \overline{0,m_k-1},$$

shuning bilan birga $\varkappa_0^k \neq 0$ va $\bar{\varkappa}_0^k \neq 0$ bo‘ladi.

Ikkinchi bobning ikkinchi paragrafida qo‘shimcha hadli mKdF tenglamasini tez kamayuvchi funksiyalar sinfida integrallash masalasi qaralgan.

Bizga quyidagi

$$u_t + 6u^2u_x + u_{xxx} + \rho(t)u_x(x,t) = 0, \tag{12}$$

qo‘shimcha hadli mKdF tenglamasini berilgan bo‘lsin. Bunda $\rho(t)$ berilgan uzluksiz differensiallanuvchi funksiya. Berilgan (12) tenglamani ushbu

$$u(x,0) = u_0(x), \tag{13}$$

boshlang‘ich shart bilan qaraymiz, bu yerda $u_0(x)$ $\left(-\infty < x < \infty\right)$ boshlang‘ich funksiya quyidagicha xossalarga ega:

1)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left(1+|x|\right)|u_0(x)|dx < \infty; \tag{14}$$

2) o‘z-o‘iga qo‘shma bo‘lmagan $L(0) = i\begin{pmatrix} \frac{d}{dx} & -u_0(x) \\ -u_0(x) & -\frac{d}{dx} \end{pmatrix}$ Dirak operatori spektral maxsusliklarga ega emas va $m_1(0), m_2(0),\ldots,m_{2N}(0)$ karrali aniq $2N$ ta $\xi_1(0),\xi_2(0),\ldots, \xi_{2N}(0)$ xos qiymatlarga ega.

$u(x,t)$ yechimni quyidagi sinfdan izlaymiz:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left(1+|x|\right)\left|\frac{\partial^j u(x,t)}{\partial x^j}\right|dx < \infty, \quad j = 0,1,2,3. \tag{15}$$

4-teorema. Faraz qilaylik, $u(x,t)$ funksiya (12)-(15) masalaning yechimi bo‘lsin, u holda $u(x,t)$ potensialli $L(t), t > 0$ operator sochilish nazariyasining berilganlari t bo‘yicha quyidagi differensial tenglamalar orqali oz‘garadi

$$\frac{dr^+(\xi,t)}{dt} = \left(8i\xi^3 - 2i\xi\rho(t)\right)r^+(\xi,t), \ (\mathrm{Im}\,\xi = 0); \quad \xi_k(t) = \xi_k(0), \quad k = \overline{1,N},$$

$$\frac{d\varkappa_0^n(t)}{dt} = \left(8i\xi_n^3 - 2i\xi_n\rho(t)\right)\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_1^n(t)}{dt} = \left(8i\xi_n^3 - 2i\xi_n\rho(t)\right)\varkappa_1^n(t) + \left(24i\xi_n^2 - 2i\rho(t)\right)\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_2^n(t)}{dt} = \left(8i\xi_n^3 - 2i\xi_n\rho(t)\right)\varkappa_2^n(t) + \left(24i\xi_n^2 - 2i\rho(t)\right)\varkappa_1^n(t) + 24i\xi_n\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_3^n(t)}{dt} = (8i\xi_n^3 - 2i\xi_n\rho(t))\varkappa_3^n(t) + (24i\xi_n^2 - 2i\rho(t))\varkappa_2^n(t) + 24i\xi_n\varkappa_1^n(t) + 8i\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_l^n(t)}{dt} = \left(8i\xi_n^3 - 2i\xi_n\rho(t)\right)\varkappa_l^n(t) + \left(24i\xi_n^2 - 2i\xi_n\rho(t)\right)\varkappa_{l-1}^n(t) + 24i\xi_n\varkappa_{l-2}^n(t) + 8i\varkappa_{l-3}^n(t),$$

$$n = \overline{1,N}, \ l = 4,5,\ldots,m_n - 1.$$

Bu paragrafning davomida yuklangan mKdF tenglamasi uchun qo‘yilgan Koshi masalasini ham tez kamayuvchi funksiyalar sinfida yechish mumkinligi ko‘rsatilgan. Bu paragrafda bir nechta misollar ham yechib ko‘rsatilgan.

Dissertatsiyaning **«Vaqtga bog‘liq koeffitsiyentlarga va qo‘shimcha hadga ega sinus-Gordon tenglamasini tez kamayuvchi funksiyalar sinfida integrallash»** deb nomlangan uchinchi bobida vaqtga bog‘liq koeffitsiyentlarga va qo‘shimcha hadlarga ega sinus-Gordon tenglamasiga qo‘yilgan Koshi masalasini tez kamayuvchi funksiyalar sinfida yechish uchun sochilish nazariyasining teskari masalalari usuli qo‘llanilgan.

Uchinchi bobning birinchi paragrafida vaqtga bog‘liq koeffitsiyentllarga va qo‘shimcha hadga ega sinus-Gordon va yuklangan sinus-Gordon tenglamalari integrallangan.

Uchinchi bobning ikkinchi paragrafi vaqtga bog‘liq koeffitsiyentllarga va qo‘shimcha hadlarga ega sinus-Gordon tenglamasi uchun qo‘yilgan Koshi masalasini yechishga bag‘ishlangan.

Quyidagi tenglamalar sistemasi berilgan bo‘lsin

$$u_{xt} = \rho(t)\sin u + \omega(t)u_{xx} + 2\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=0}^{m_{k-1}} C_{m_k-1}^{j}\left(f_{k1}^{j} f_{k1}^{m_k-1-j} - f_{k2}^{j} f_{k2}^{m_k-1-j} \right) \qquad (16)$$

$$L(t) f_k^j = \xi_k f_k^j + j f_k^{j-1}, \quad \operatorname{Im}\xi_k > 0, \quad k = \overline{1,N}, \ j = 0,1,\ldots,m_k - 1, \qquad (17)$$

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in \mathbb{R}. \qquad (18)$$

Bu yerda

$$C_n^l = \frac{n!}{(n-l)!l!}, \quad L(t) = i\begin{pmatrix} \dfrac{d}{dx} & \dfrac{u_x}{2} \\ \dfrac{u_x}{2} & -\dfrac{d}{dx} \end{pmatrix}, \quad u_{xx} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad u_{xt} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x \partial t},$$

(16) tenglamadagi $\rho(t)$, $\omega(t)$ koeffitsiyentlar berilgan uzluksiz differensiallanuvchi funksiyalar, $f_k^j = (f_{k1}^j(x,t), f_{k2}^j(x,t))^T$, $j = 0,1,\ldots,m_k - 1$ vektor-funksiyalar ixtiyoriy manfiymas t larda $L^2(-\infty,\infty)$ fazoga tegishli bo‘lib, $f_k^0 = (f_{k1}^0(x,t), f_{k2}^0(x,t))^T$ vektor-funksiyalar esa $L(t)$ operatorning mos ravishda m_k, $k = \overline{1,N}$ karrali ξ_k, $(\operatorname{Im}\xi_k > 0)$ xos qiymatlariga mos xos funksiyalaridir.

Qaralayotgan masalada $u_0(x)$ $(-\infty < x < \infty)$ boshlang‘ich funksiya quyidagicha xossalarga ega:

1)

$$x \to \infty \text{ da } u_0(x) \equiv 0 (mod\ 2\pi); \qquad \int_{-\infty}^{\infty} \left((1+|x|)|u_0'(x)| + |u_0''(x)| \right) dx < \infty, \qquad (19)$$

2) o‘z-o‘ziga qo‘shma bo‘lmagan $L(0)$ Dirak operatori spektral maxsusliklarga ega emas, $m_1(0), m_2(0), \ldots, m_{2N}(0)$ karrali aniq $2N$ ta $\xi_1(0), \xi_2(0), \ldots, \xi_{2N}(0)$ xos qiymatlarga ega.

Ushbu

$$\frac{1}{(m_k - 1 - s)!}\int_{-\infty}^{\infty} \left(f_{k1}^{m_k-1} f_{k2}^{m_k-1-s} + f_{k2}^{m_k-1} f_{k1}^{m_k-1-s} \right) dx = A_{m_k-1-s}^{k}(t), \ k = \overline{1,N}, \ s = \overline{0, m_k - 1} \quad (20)$$

tenglik o‘rinli deb faraz qilaylik, bunda $A^k_{m_k-1-s}(t)$ oldindan berilgan t $(t\ge 0)$ ning funksiyalari.

Aytaylik, izlanayotgan $u(x,t)$ funksiya yetarlicha silliq bo‘lib, $x\to\pm\infty$ da yetarlicha tez nolga intilsin, ya’ni quyidagi o‘rinli bolsin

$$x\to\infty \text{ da } u(x,t)\equiv 0(mod\ 2\pi);\quad \int_{-\infty}^{\infty}\left((1+|x|)|u_x(x,t)|+|u_{xx}(x,t)|\right)dx<\infty. \quad (21)$$

5-teorema. Faraz qilaylik, $\left\{u(x,t),\ f_k^j(x,t),\ k=\overline{1,N},\ j=0,1,\ldots,m_k-1\right\}$ funksiyalar sistemasi (16)-(21) masalaning yechimi bo‘lsin, u holda potensiali $u(x,t)$ bo‘lgan $L(t), t>0$ operator sochilish nazariyasining berilganlari t ga nisbatan quyidagi differensial tenglamalar orqali o‘zgaradi

$$\frac{dr^+(\xi,t)}{dt}=\left(-\frac{i\rho(t)}{2\xi}+2i\xi\omega(t)\right)r^+(\xi,t),\quad (\operatorname{Im}\xi=0);\quad \xi_k(t)=\xi_k(0),\quad k=\overline{1,N},$$

$$\frac{d\varkappa_0^n(t)}{dt}=i\left(2\xi_n\omega(t)-\frac{\rho(t)}{2\xi_n}+\frac{i}{2}A_0^n(t)\right)\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_1^n(t)}{dt}=i\left(2\omega(t)+\frac{\rho(t)}{2\xi_n^2}+\frac{i}{2}A_1^n(t)\right)\varkappa_0^n(t)+i\left(2\xi_n\omega(t)-\frac{\rho(t)}{2\xi_n}+\frac{i}{2}A_0^n(t)\right)\varkappa_1^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa^n_{m_n-1-\nu}(t)}{dt}=2i\xi_n\omega(t)\varkappa^n_{m_n-1-\nu}(t)+2i\omega(t)\varkappa^n_{m_n-2-\nu}(t)-$$

$$-i\sum_{s=\nu}^{m_n-1}\left(\frac{(-1)^{m_n-1-s}\rho(t)}{2\xi_n^{m_n-s}}-\frac{i}{2}A^n_{m_n-1-s}(t)\right)\varkappa^n_{s-\nu}(t),\ n=\overline{1,N},\quad \nu=m_n-1,m_n-2,\ldots,0.$$

Mazkur paragrafning davomida (16) tenglamaning maxsus holi alohida ko‘rib chiqilgan, ya’ni quyidagi

$$u_{xt}=P(u(x_0,t))\sin u+Q(u(x_1,t))u_{xx}+2\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=0}^{m_{k-1}}C^j_{m_k-1}\left(f_{k1}^j f_{k1}^{m_k-1-j}-f_{k2}^j f_{k2}^{m_k-1-j}\right), \quad (22)$$

yuklangan sinus-Gordon tenglamasining integrallanuvchiligi ko‘rsatilgan. Bunda $P(y)$ va $Q(z)$ mos ravishda y va z larga nisbatan ko‘phadlar. Agar (16)-(21) masalada (16) tenglama o‘rniga (22) tenglamani qarasak, u holda quyidagi teorema o‘rinli.

6-teorema. Faraz qilaylik, $\left\{u(x,t),\ f_k^j(x,t),\ k=\overline{1,N},\ j=0,1,\ldots,m_k-1\right\}$ funksiyalar sistemasi (22)+(17)-(21) masalaning yechimi bo‘lsin, u holda potensiali $u(x,t)$ bo‘lgan $L(t), t>0$ operator sochilish nazariyasining berilganlari t ga nisbatan quyidagi differensial tenglamalar orqali o‘zgaradi

$$\frac{dr^+(\xi,t)}{dt}=\left(-\frac{iP(u(x_0,t))}{2\xi}+2i\xi Q(u(x_1,t))\right)r^+(\xi,t),\quad (\operatorname{Im}\xi=0);\quad \frac{d\xi_n(t)}{dt}=0,$$

$$\frac{d\varkappa_0^n(t)}{dt}=i\left(2\xi_n Q(u(x_1,t))-\frac{P(u(x_0,t))}{2\xi_n}+\frac{i}{2}A_0^n(t)\right)\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_1^n(t)}{dt} = i\left(2Q(u(x_1,t)) + \frac{P(u(x_0,t))}{2\xi_n^2} + \frac{i}{2}A_1^n(t)\right)\varkappa_0^n(t)$$

$$+i\left(2\xi_n Q(u(x_1,t)) - \frac{P(u(x_0,t))}{2\xi_n} + \frac{i}{2}A_0^n(t)\right)\varkappa_1^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_{m_n-1-\nu}^n(t)}{dt} = 2i\xi_n Q(u(x_1,t))\varkappa_{m_n-1-\nu}^n(t) + 2iQ(u(x_1,t))\varkappa_{m_n-2-\nu}^n(t) -$$

$$-i\sum_{s=\nu}^{m_n-1}\left(\frac{(-1)^{m_n-1-s}P(u(x_0,t))}{2\xi_n^{m_n-s}} - \frac{i}{2}A_{m_n-1-s}^n(t)\right)\varkappa_{s-\nu}^n(t), \quad n=\overline{1,N}, \nu = m_n-1, m_n-2,\ldots,0.$$

Uchinchi bobning uchinchi paragrafida qo‘shimcha hadli vaqtga bog‘liq o‘zgaruvchan koeffitsiyentli, integral turdagi moslangan manbali sinus-Gordon tenglamasi va integral turdagi moslangan manbali yuklangan sinus-Gordon tenglamasi integrallangan. Bu bobda har bir o‘rganilgan masalaga doir bir nechta misollar yechib ko‘rsatilgan.

Dissertatsiyaning «**Vaqtga bog‘liq koeffitsiyetnli modifitsirlangan Korteveg-de Friz – sinus-Gordon tenglamasi va Hirota tenglamasini integrallash**» deb nomlangan to‘rtinchi bobida vaqtga bog‘liq koeffitsiyentli mKdF – sinus-Gordon tenglamasi, yuklangan mKdF – sinus-Gordon tenglamasi, moslangan manbali vaqtga bog‘liq koeffitsiyentli mKdF – sinus-Gordon tenglamasi, moslangan manbali yuklangan mKdF – sinus-Gordon tenglamasi, vaqtga bog‘liq koeffitsiyentli Hirota tenglamasi va yuklangan Hirota tenglamasi uchun qo‘yilgan Koshi masalalasi tez kamayuvchi funksiyalar sinfida sochilish nazariyasining teskari masalalari usuli yordamida yechilgan.

To‘rtinchi bobning birinchi paragrafida vaqtga bog‘liq o‘zgaruvchan koeffitsiyentli mKdF – sinus-Gordon tenglamasi va yuklangan mKdF – sinus-Gordon tenglamasi tez kamayuvchi funksiyalar sinfida sochilish nazariyasining teskari masalalari usuli yordamida integrallangan.

To‘rtinchi bobning ikkinchi paragrafida moslangan manbali vaqtga bog‘liq o‘zgaruvchan koeffitsiyentli mKdF – sinus-Gordon tenglamasi tez kamayuvchi funksiyalar sinfida integrallangan.

Quyidagi tenglamalar sistemasi berilgan bo‘lsin

$$u_{xt} + p(t)\left(\frac{3}{2}u_x^2u_{xx} + u_{xxxx}\right) = q(t)\sin u + \omega(t)u_{xx} +$$

$$+2\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=0}^{m_k-1}C_{m_k-1}^j\left(f_{k1}^j f_{k1}^{m_k-1-j} - f_{k2}^j f_{k2}^{m_k-1-j}\right), \qquad (23)$$

$$L(t)f_k^j = \xi_k f_k^j + jf_k^{j-1}, \quad \operatorname{Im}\xi_k > 0, \ \ k=\overline{1,N}, \ \ j=0,1,\ldots,m_k-1, \qquad (24)$$

bu yerda

$$C_n^l = \frac{n!}{(n-l)!l!}, \qquad L(t) = i\begin{pmatrix} \dfrac{d}{dx} & \dfrac{u_x(x,t)}{2} \\ \dfrac{u_x(x,t)}{2} & -\dfrac{d}{dx} \end{pmatrix},$$

(23) tenglamadagi $p(t)$, $q(t)$, $\omega(t)$ koeffitsiyentlar berilgan uzluksiz differensiallanuvchi funksiyalar, $f_k^j = (f_{k1}^j(x,t), f_{k2}^j(x,t))^T$, $j = \overline{0, m_k - 1}$ vektor-funksiyalar ixtiyoriy manfiymas t larda $L^2(-\infty,\infty)$ fazoga tegishli bo‘lib, $f_k^0 = (f_{k1}^0(x,t), f_{k2}^0(x,t))^T$ vektor-funksiyalar esa o‘z-o‘ziga qo‘shma bo‘lmagan $L(t)$ Dirak operatorining mos ravishda m_k, $k = \overline{1,N}$ karrali ξ_k, $(\operatorname{Im}\xi_k > 0)$ xos qiymatlariga mos xos funksiyalaridir.

Biz (23)-(24) tenglamalar sistemasini quyidagi

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in \mathbb{R}, \tag{25}$$

boshlang‘ich shart bilan qaraymiz, bunda $u_0(x)$ $(-\infty < x < \infty)$ boshlang‘ich funksiya quyidagicha xossalarga ega:

1)

$$|x| \to \infty \text{ da } u_0(x) \equiv 0 (\operatorname{mod} 2\pi);$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left((1+|x|)|u_0'(x)| + |u_0''(x)| + |u_0'''(x)| + |u_0''''(x)| \right) dx < \infty. \tag{26}$$

2) o‘z-o‘ziga qo‘shma bo‘lmagan $L(0)$ Dirak operatori spektral maxsusliklarga ega emas va kompleks yuqori yarim tekislikda $m_1(0), m_2(0), \ldots, m_N(0)$ karrali aniq N ta $\xi_1(0), \xi_2(0), \ldots, \xi_N(0)$ xos qiymatlarga ega.

Ushbu

$$\frac{1}{(m_k - 1 - s)!} \int_{-\infty}^{\infty} \left(f_{k1}^{m_k-1} f_{k2}^{m_k-1-s} + f_{k2}^{m_k-1} f_{k1}^{m_k-1-s} \right) dx = A_{m_k-1-s}^k(t), \ k = \overline{1,N}, \ s = \overline{0, m_k - 1} \tag{26}$$

tenglik o‘rinli deb faraz qilaylik, bunda $A_{m_k-1-s}^k(t)$ oldindan berilgan, t $(t \geq 0)$ ning funksiyalari.

Aytaylik, $u(x,t)$ funksiya yetarlicha silliq bo‘lib, $x \to \pm\infty$ da yetarlicha tez nolga intilsin, ya’ni quyidagi o‘rinli bolsin

$$|x| \to \infty \text{ da } u(x,t) \equiv 0 (\operatorname{mod} 2\pi); \quad \int_{-\infty}^{\infty} \left((1+|x|)|u_x(x,t)| + \sum_{j=2}^{4} \left| \frac{\partial^j u(x,t)}{\partial x^j} \right| \right) dx < \infty. \tag{27}$$

7-teorema. Faraz qilaylik, $\left\{ u(x,t),\ f_k^j(x,t),\ k = \overline{1,N},\ j = 0,1,\ldots,m_k - 1 \right\}$ funksiyalar sistemasi (16)-(21) masalaning yechimi bo‘lsa, u holda potensiali $u(x,t)$ bo‘lgan $L(t), t > 0$ operator sochilish nazariyasining berilganlari t ga nisbatan quyidagi tenglamalar orqali o‘zgaradi

$$\frac{dr^+(\xi,t)}{dt} = \left(8i\xi^3 p(t) - \frac{iq(t)}{2\xi} + 2i\xi\omega(t) \right) r^+(\xi,t), \ (\operatorname{Im}\xi = 0); \quad \frac{d\xi_n(t)}{dt} = 0,$$

$$\frac{d\varkappa_0^n(t)}{dt} = \left(8i\xi_n^3 p(t) - \frac{iq(t)}{2\xi_n} + 2i\xi_n\omega(t) - \frac{1}{2}A_0^n(t) \right) \varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_1^n(t)}{dt} = \left(8i\xi_n^3 p(t) - \frac{iq(t)}{2\xi_n} + 2i\xi_n\omega(t) - \frac{1}{2}A_0^n(t) \right) \varkappa_1^n(t) +$$

$$+\left(24i\xi_n^2 p(t)+\frac{iq(t)}{2\xi_n^2}+2i\omega(t)-\frac{1}{2}A_1^n(t)\right)\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_2^n(t)}{dt}=\left(8i\xi_n^3 p(t)-\frac{iq(t)}{2\xi_n}+2i\xi_n\omega(t)-\frac{1}{2}A_0^n(t)\right)\varkappa_2^n(t)+$$

$$+\left(24i\xi_n^2 p(t)+\frac{iq(t)}{2\xi_n^2}+2i\omega(t)-\frac{1}{2}A_1^n(t)\right)\varkappa_1^n(t)+\left(24i\xi_n p(t)-\frac{iq(t)}{2\xi_n^3}-\frac{1}{2}A_2^n(t)\right)\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_3^n(t)}{dt}=\left(8i\xi_n^3 p(t)-\frac{iq(t)}{2\xi_n}+2i\xi_n\omega(t)-\frac{1}{2}A_0^n(t)\right)\varkappa_3^n(t)+$$

$$+\left(24i\xi_n^2 p(t)+\frac{iq(t)}{2\xi_n^2}+2i\omega(t)-\frac{1}{2}A_1^n(t)\right)\varkappa_2^n(t)+$$

$$+\left(24i\xi_n p(t)-\frac{iq(t)}{2\xi_n^3}-\frac{1}{2}A_2^n(t)\right)\varkappa_1^n(t)+\left(8ip(t)+\frac{iq(t)}{2\xi_n^4}-\frac{1}{2}A_3^n(t)\right)\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_{m_n-1-\nu}^n(t)}{dt}=(8i\xi_n^3 p(t)+2i\xi_n\omega(t))\varkappa_{m_n-1-\nu}^n(t)+(24i\xi_n^2 p(t)+2i\omega(t))\varkappa_{m_n-2-\nu}^n(t)+$$

$$+24i\xi_n p(t)\varkappa_{m_n-3-\nu}^n(t)+(24i\xi_n^2 p(t)+2i\omega(t))\varkappa_{m_n-2-\nu}^n(t)+24i\xi_n p(t)\varkappa_{m_n-3-\nu}^n(t)+$$

$$+8ip(t)\varkappa_{m_n-4-\nu}^n(t)-\sum_{s=\nu}^{m_n-1}\left(\frac{(-1)^{m_n-1-s}iq(t)}{2\xi_n^{m_n-s}}+\frac{1}{2}A_{m_n-1-s}^n(t)\right)\varkappa_{s-\nu}^n,$$

$$n=\overline{1,N},\quad \nu=m_n-1,m_n-2,\ldots,0.$$

Mazkur paragrafning davomida yuklangan mKdF – sinus-Gordon tenglamasi ham tez kamayuvchi funksiyalar sinfida integrallanuvchanligi ko‘rsatilgan.

To‘rtinchi bobning uchinchi paragrafida vaqtga bog‘liq koeffitsiyentli Hirota tenglamasi va yuklangan Hirota tenglamasi uchun qo‘yilgan Koshi masalalari tez kamayuvchi funksiyalar sinfida sochilish nazariyasining teskari masalalari usuli yordamida yechilgan.

Quyidagi

$$iu_t+p(t)\left(u_{xx}+2u|u|^2\right)+iq(t)\left(6|u|^2u_x+u_{xxx}\right)=0, \tag{28}$$

vaqtga bog‘liq koeffitsiyentlarga ega Hirota tenglamasi berilgan bo‘lsin, bunda $p(t), q(t)$ lar berilgan uzluksiz differensiallanuvchi funksiyalar. Berilgan (28) tenglama quyidagi

$$u(x,0)=u_0(x), \tag{29}$$

boshlang‘ich shart bilan qaraladi, bu yerda $u_0(x)$ $(-\infty<x<\infty)$ boshlang‘ich funksiya quyidagi xossalarga ega:

1)

$$\int_{-\infty}^{\infty}(1+|x|)|u_0(x)|\,dx<\infty; \tag{30}$$

2) o‘z-o‘ziga qo‘shma bo‘lmagan $L(0)=i\begin{pmatrix} \dfrac{d}{dx} & -u_0(x) \\ -u_0^*(x) & -\dfrac{d}{dx} \end{pmatrix}$ Dirak operatori spektral maxsusliklarga ega emas va kompleks yuqori yarim tekislikda $m_1(0),m_2(0),\ldots,m_N(0)$ karrali aniq N ta $\lambda_1(0),\lambda_2(0),\ldots,\lambda_N(0)$ xos qiymatlarga ega.

Aytaylik, $u(x,t)$ funksiya yetarlicha silliq bo‘lib, $x\to\pm\infty$ da yetarlicha tez nolga intilsin, ya’ni quyidagi o‘rinli bolsin

$$\int_{-\infty}^{\infty}\left((1+|x|)|u(x,t)|+\sum_{k=1}^{3}\left|\frac{\partial^k u(x,t)}{\partial x^k}\right|\right)dx<\infty. \tag{31}$$

8-teorema. Faraz qilaylik, Dirak operatorining potensiali bo‘lgan $u(x,t)$ funksiya (28)-(31) masalaning yechimi bo‘lsin, u holda potensiali $u(x,t)$ bo‘lgan $L(t),\ t>0$ operator sochilish nazariyasining berilganlari t ga nisbatan quyidagi tenglamalar orqali o‘zgaradi

$$\frac{dr^+(\lambda,t)}{dt}=\left(2i\lambda^2p(t)+4i\lambda^3q(t)\right)r^+(\lambda,t),\quad (\operatorname{Im}\lambda=0);\qquad \lambda_k(t)=\lambda_k(0),\quad k=\overline{1,N}$$

$$\frac{d\varkappa_0^n(t)}{dt}=\left(4i\lambda_n^2p(t)+8i\lambda_n^3q(t)\right)\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_1^n(t)}{dt}=\left(4i\lambda_n^2p(t)+8i\lambda_n^3q(t)\right)\varkappa_1^n(t)+\left(8i\lambda_np(t)+24i\lambda_n^2q(t)\right)\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_2^n(t)}{dt}=\left(4i\lambda_n^2p(t)+8i\lambda_n^3q(t)\right)\varkappa_2^n(t)+\left(8i\lambda_np(t)+24i\lambda_n^2q(t)\right)\varkappa_1^n(t)+\left(4ip(t)+24i\lambda_nq(t)\right)\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_l^n(t)}{dt}=\left(4i\lambda_n^2p(t)+8i\lambda_n^3q(t)\right)\varkappa_l^n(t)+\left(8i\lambda_np(t)+24i\lambda_n^2q(t)\right)\varkappa_{l-1}^n(t)+$$

$$+\left(4ip(t)+24i\lambda_nq(t)\right)\varkappa_{l-2}^n(t)+8iq(t)\varkappa_{l-3}^n(t),\quad n=\overline{1,N},\ l=3,4,\ldots,m_n-1.$$

Mazkur paragrafning davomida yuklangan Hirota tenglamasi integrallangan. To‘rtinchi bobda ham har bir o‘rganilgan masalaga doir bir nechta misollar yechib ko‘rsatilgan.

XULOSA

Dissertatsiya ishi qo‘shimcha hadlarga va moslangan manbalarga ega KdF, qo‘shimcha hadlarga va moslangan manbalarga ega umumiy KdF, moslangan manbali yuklangan KdF, moslangan manbali yuklangan umumiy KdF, qo‘shimcha hadli mKdF, yuklangan mKdF tenglamalari uchun Koshi masalasining yechimini topish algoritmini taklif qilish, hamda vaqtga bog‘liq o‘zgaruvchan koeffitsiyentli, qo‘shimcha hadli va moslangan manbali sinus-Gordon, moslangan manbali yuklangan sinus-Gordon, vaqtga bog‘liq o‘zgaruvchan koeffitsiyentli va qo‘shimcha hadlarga ega mKdV-sinus Gordon, moslangan manbali va manbasiz yuklangan mKdV-sinus Gordon, vaqtga bog‘liq o‘zgaruvchan koeffitsiyentlarga ega Hirota va yuklangan Hirota tenglamalarini tez kamayuvchi funksiyalar sinfida inegrallashga bag‘ishlangan.

Dissertatsiya ishidagi asosiy natijalar quyidagilardan iborat:

1. Qo‘shimcha hadlarga va moslangan manbalarga ega KdF va umumiy KdF tenglamalari uchun Koshi masalasi tez kamayuvchi funksiyalar sinfida yechigan, shuningdek tez kamayuvchi funksiyalar sinfida moslangan manbali yuklangan Korteveg-de Friz va yuklangan umumiy Korteveg-de Friz tenglamalari uchun Koshi masalasi yechilgan.

2. Tez kamayuvchi funksiyalar sinfida qo‘shimcha hadli modifitsirlangan Korteveg-de Friz tenglamasi uchun Koshi masalasining yechimini topish algoritmi taklif qilingan, shuningdek tez kamayuvchi funksiyalar sinfida yuklangan modifitsirlgan Korteveg-de Friz tenglamasi uchun Koshi masalasining yechimi topish algoritmi taklif qilingan.

3. Potentsiali tez kamayuvchi funksiyalar sinfida vaqtga bog‘liq koeffitsiyentli, qo‘shimcha hadli va moslangan manbali sinus-Gordon va moslangan manbali yuklangan sinus-Gordon tenglamalarining yechimi bo‘ladigan Dirak operatori sochilish nazariyasi berilganlarining evolyutsiyasi keltirib chiqarilgan.

4. Potensiali tez kamayuvchi funksiyalar sinfida vaqtga bog‘liq koeffitsiyentlarga, qo‘shimcha hadlarga ega mKdF-sinus-Gordon, moslangan manbali va manbasiz yuklangan mKdF-sinus Gordon tenglamalarining yechimi bo‘ladigan Dirak operatori sochililish nazariyasi berilganlarining vaqt bo‘yicha o‘zgarish dinamikasini tasvirlaydigan differensial tenglamalar sistemalari olingan.

5. Tez kamayuvchi funksiyalar sinfida vaqtga bog‘liq koeffitsiyentlarga ega Hirota tenglamasi uchun Koshi masalasini yechish mumkinligini ko‘rsatilgan, shuningdek tez kamayuvchi funksiyalar sinfida yuklangan Hirota tenglamasi uchun Koshi masalasining yechish mumkinligi ko‘rsatilgan.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSC.02/30.12.2019.FM.86.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ ИНСТИТУТЕ МАТЕМАТИКИ ИМЕНИ В.И.РОМАНОВСКОГО

УРГЕНЧСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ХОИТМЕТОВ УМИД АЗАДОВИЧ

ИНТЕГРИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭВОЛЮЦИОННЫХ УРАВНЕНИЙ С ЗАВИСЯЩИМИ ОТ ВРЕМЕНИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ И САМОСОГЛАСОВАННЫМИ ИСТОЧНИКАМИ

01.01.02 – Дифференциальные уравнения и математическая физика

АВТОРЕФЕРАТ
ДОКТОРСКОЙ (DSc) ДИССЕРТАЦИИ ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ

Ургенч – 2024

Тема докторской (Doctor of Science) диссертации зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при министерстве высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан за B2023.4.DSc/FM234.

Диссертация выполнена в Ургенчском государственном университете.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (http://kengash.mathinst.uz/) и информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz)

Научный консультант:	**Хасанов Акназар Бекдурдиевич** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Ашуров Равшан Ражабович** доктор физико-математических наук, профессор
	Фаязов Кудратилло Садридинович доктор физико-математических наук, профессор
	Яхшимуратов Алишер Бекчанович доктор физико-математических наук
Ведущая организация:	**Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави (Казахстан)**

Защита диссертации состоится « 27 » февраля 2024 года в 16:00 часов на заседании Научного совета DSC.02/30.12.2019.FM.86.01 при Институте Математики имени В.И. Романовского. (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 9. Тел.: (99871)-207-91-40, e-mail: uzbmath@umail.uz, Website: mathinst.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Института Математики имени В.И. Романовского (зарегистрирована за №178). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 9. Тел.: (99871)-207-91-40).

Автореферат диссертации разослан « 02 » февраля 2024 года.

(протокол рассылки №2 от « 02 » февраля 2024 года).

У.А. Розиков
Председатель научного совета по присуждению научных степеней, д.ф.-м.н., академик

Ж.К. Адашев
Ученый секретарь научного совета по присуждению научных степеней, д.ф.-м.н., старший научный сотрудник

А.А. Азамов
Председатель научного семинара при научном совете по присуждению научных степеней, д.ф.-м.н., академик

ВВЕДЕНИЕ (аннотация докторской диссертации)

Актуальность и востребованность темы диссертации. Научно-практические исследования, проводимые в мировом масштабе, в большинстве случаев связаны с изучением прямых и обратных спектральных задач для операторов Штурма-Лиувилля и Дирака. В настоящее время в нелинейных науках, например гидродинамике, физике плазмы, нелинейной оптике и многих других областях, точное решение математических уравнений имеет важное значение для правильного понимания соответствующих процессов и явлений. Нелинейным эволюционным уравнениям (НЭУ) уделяется больше внимания в связи с их колоссальным значением в области математики и физики для описания нелинейных физических явлений. В связи с этим остается актуальным исследование прямых и обратных задач теории рассеяния. Прямые и обратные задачи теории рассеяния применяются в различных областях науки, таких как квантовая и прикладная механика, нелинейная оптика, радиотехника, теория упругости, моделирование кристаллических структур твердых тел и др. В связи с этим одной из важных задач является доказательство применимости метода обратной задачи рассеяния для решения задачи Коши для нелинейных эволюционных уравнений с зависящими от времени коэффициентами в классе быстро убывающих функций.

В настоящее время поиск решения задачи Коши, применимого к НЭУ с дополнительными членами в классе быстро убывающих функций, является приоритетным и проводятся обширные исследования. В связи с этим методы спектрального анализа широко используются в области физики плазмы, нелинейной оптики, квантовой механики и гидродинамики. Поэтому в классе быстроубывающих функций наряду с НЭУ с зависящими от времени коэффициентами считается одним из целевых научных исследований является развитие исследований, позволяющих показать существование решений НЭУ с нагруженными и дополнительными членами.

В нашей стране большое внимание уделяется таким актуальным направлениям, как разработка методов решения актуальных задач теории дифференциальных операторов, имеющих научное и практическое применение фундаментальных наук. В частности, особое внимание уделялось изучению вопросов спектральной теории несамосопряженных операторов Штурма-Лиувилля и Дирака, а также с помощью метода прямых и обратных задач спектральной теории достигнуты важные результаты по определению солитонных решений нелинейных эволюционных уравнений математической физики. Проведение научных исследований на уровне международных стандартов по приоритетным направлениям «функционального анализа, алгебры, дифференциальных уравнений, математической физики, математической моделировании, вычислительной математики и дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики» является одной из основных задач своей

деятельности Института математики им. В.И. Романовского АН РУз[2]. В рамках реализации указа важное значение имеет изучение и исследование прямых и обратных задач теории рассеяния для линейных дифференциальных операторов, которые играет основной роль при интегрировании нелинейных эволюционных уравнений математической физики.

Исследования данной диссертации в определенной степени служат решению задач, указанных в Указе Президента Республики Узбекистан № УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», в постановлениях № ПП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», № ПП-2909 от 20 апреля 2017 года «О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования», № ПП-3682 от 27 апреля 2018 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы практического внедрения инновационных идей, технологий и проектов», № ПП-4708 от 7 мая 2020 года «О мерах по повышению качества образования и развитию научных исследований в области математики» а также в других нормативно-правовых актах, относящихся к данной области деятельности.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации. Научные исследования посвященные к интегрированию НЭУ проводятся в ведущих научных центрах и высших учебных заведениях мира, к примеру: в университете святого Хавьера (США), в Техасском университете в Арлингтоне (США), в Сент-Луисском университете (США), в университете Реджепа Тайипа Эрдогана (Турция), в Израильском технологическом институте Технион (Израиль), в политехническом университете Каталонии (Испания), в университете Колорадо (США), в университете Лихай, (США), Венском университете (Австрия), Институте Эрвина Шредингера (Австрия), в интернациональном центре теоретической физики (Италия), в Шведском королевском университете (Швеция), в Штутгартском университете (Германия), в университете Миссури (США), в международном центре физики материалов Китайской академии наук (Китай), в Шанхайском университете (Китай), в институте перспективных исследований Васэда, (Япония), в Бакинском университете (Азербайджан), в физико-техническом институте низких температур имени Б.И. Веркина НАН Украины (Украина), в Московском государственном университете (Россия), в Санкт-

2Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан от 18 мая 2017 года № 292 «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений Академии наук Республики Узбекистан».

Петербургском государственном университете (Россия), в Санкт-Петербургском отделении института математически им. В.А. Стеклова РАН (Россия), в Саратовском государственном университете (Россия), в институте теоретической физики им. Л.Д. Ландау (Россия), в Обсерватории Пулково (Россия), в Уфимском университете науки и технологий (Россия).

Решение ряда актуальных проблем было найдено в результате исследований, посвященных решению задач Коши для нелинейных дифференциальных уравнений и их применениям в различных областях науки и техники в мировом масштабе, в частности: представлен обобщенный метод Марченко в обратной задаче рассеяния для линейной системы первого порядка с потенциалами, зависящими от энергии (Техасский университет в Арлингтоне, Сент-Луисский университет, университет Реджепа Тайипа Эрдогана); для оператора Штурма-Лиувилля и его дискретных аналогов доказана теорема о единственности решения обратных задач (Шведский королевский университет, обсерватория Пулково, Бакинский университет, физико-технический институт низких температур имени Б.И. Веркина НАН Украины,); представлены полезные результаты относительно решений комплексных солитонов, и был формально сделан вывод, что солитоны могут принимать сложные формы, такие как дипольные солитоны, многогорбые солитоны, солитоны, организованные в ожерелье (Технион – Израильский технологический институт, политехнический университет Каталонии, университет Колорадо, университет Лихай); интегрированы цепочки Тоды и их аналоги высокого порядка (Венский университет, Миссурийский университет, институт Эрвина Шредингера, Саратовский государственный университет, институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау,); получены преобразования Дарбу и связанные с ними формулы Крама для двух разностных уравнений типа уравнения Шредингера (Шанхайский университет, институт перспективных исследований Васэда); интегрировано уравнение Кортевега-де Фриза (КдФ) и его различные обобщения в различных классах функций (Московский государственный университет, институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау, Санкт-Петербургский государственный университет, Уфимский университет науки и технологий); найдены конечнозонные решения нелокальных уравнений иерархии Абловица-Каупа-Ньюэлла-Сигура (Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербургское отделение математического института им. В.А. Стеклова РАН); с использованием метода Хироты найдены многосолитонные решения модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза–синус Гордона (мКдФ-сГ) (университет святого Хавьера), с помощью двух типов подходов и символьных вычислений исследовано модифицированное уравнение Кортевега-де Фриза (мКдФ) с переменными коэффициентами (Международный центр физики материалов Китайской академии наук).

В настоящее время проводятся научные исследования по развитию теории обратных задач для линейных дифференциальных операторов

высокого порядка, для дифференциальных операторов, рассматриваемых на матрицах, а также для линейных дифференциальных операторов с несколькими переменными. Также ведутся важные научные работы по разработке МОЗР для решения НЭУ математической физики, рассматриваемых в графах.

Степень изученности проблемы. МОЗР для самосопряженного оператора Штурма-Лиувилля на всей прямой была впервые применена к уравнению КдФ в 1967 году группой ученых К. Гарднера, Дж. Грина, М. Крускала и Р. Миуры. В своей работе П. Лакс показал, что МОЗР является универсальным методом и ввел понятие высшего уравнения КдФ. В работе Ч.Ю.Ли, Р.С.Бердслей было предложено использовать асимптотическую процедуру для вывода уравнений КдФ высших порядков. Такое уравнение было получено для внутренних волн в двухслойной жидкости в работе К.Г.Куп, Г. Батлер. Более подробный теоретический анализ свойств уединенных волн в жидкостях с произвольными вертикальными распределениями плотности и потоков дан в работе Дж. Гира, Р. Гримшоу, в которой рассчитаны поправки к форме и скорости уединенных волн для различных моделей. Используя МОЗР, М.Вадати в 1972 г. проинтегрировал модифицированное уравнение Кортевега-де Фриза (мКдФ), а М.Абловиц, Д.Кауп, А.Ньюэлл, Х.Сигур и В.Е.Захаров, Л.А.Тахтаджян, Л.Д.Фаддеев проинтегрировали уравнение синус-Гордона (сГ). В 1973 году Хирота рассмотрел уравнение, носящее его имя, которое первоначально было предложено в качестве модели для описания ультракоротких импульсов, страдающих от дисперсии более высокого порядка. В 1991 году Фукумото и Миядзаки показали актуальность уравнения Хироты при моделировании движения вихревой струны для трехмерной эйлеровой несжимаемой жидкости.

При интегрировании НЭУ математической физики с помощью МОЗР в основном используются результаты прямых и обратных задач теории рассеяния для операторов Штурма-Лиувилля и Дирака. Прямые и обратные задачи рассеяния для оператора Штурма-Лиувилля изучались в работах В.А.Марченко, И.М. Гельфанда, Б.М. Левитана, Л.Д. Фаддеева, В.Э. Лянце, В.А. Блащака и других. Обратная задача теории рассеяния для оператора Дирака изучалась в работах В.Е.Захарова, А.Б. Шабата, Л.П. Нижника, Фам Лой Ву, И.С. Фролова и других.

Уравнение КдФ с самосогласованными источниками впервые было исследовано в работах В.К. Мельникова. В работе Ж. Леона и А. Латифи сформулирована определенная физическая задача, которую можно свести к решению задачи Коши для уравнения КдФ с источником интегрального типа. В работах А.Б. Хасанова, А.Б. Яхшимуратова и М.М. Матякубова изучается уравнение КдФ с источником в классе периодических функций. В работах А.Б. Хасанова, Г.У. Уразбоева, К.А. Мамедова, Ф. Демонтиса рассмотрены уравнение мКдФ с источниками в классе быстроубывающих функций. В работах А.Б. Хасанова, Г.У. Уразбоева, Т. Актасуна, Ф. Демонтиса, С. Ван

дер Ми рассмотрены уравнение синус-Гордона с самосогласованными источниками и найдены точные решения с помощью МОЗР. В настоящее время нагруженные уравнения являются актуальными. Об этом свидетельствуют многочисленные работы, посвященные нагруженным уравнениям. Среди них следует выделить работы А.М. Нахушева, А.И.Кожанова, М.Т. Дженалиева, А.Б. Хасанова, А.Б. Яхшимуратова, М.М.Матякубова, Б. Бабаджанова, Ф. Абдикаримова и других.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами высшего образовательного учреждения, где выполнена диссертация. Диссертационная работа выполнена в соответствии с плановой темой научно-исследовательских работ Ф-4-61 «Интегрирование нелинейных эволюционных уравнений с самосогласованным источником методом обратной задачи» (2012-2016 гг.) и с научным грантом ОТ-Ф4-04(05) «Приложения спектрального метода к решению матричных нелинейных эволюционных уравнений; Биомеханика сердечно-сосудистой системы» (2017-2020 гг.) Ургенчского государственного университета.

Целью исследования является интегрирование нелинейных эволюционных уравнений математической физики с коэффициентами, зависящими от времени и с дополнительными членами в классе быстроубывающих функций.

Задачи исследования:

решить задачу Коши для общего уравнения КдФ с дополнительным членом без источника и с источниками в классе быстро убывающих комплекснозначных функций, а также решить задачи Коши в классе быстро убывающих комплекснозначных функций для нагруженного общего уравнения КдФ с самосогласованными источниками;

предложить алгоритм поиска решения задачи Коши для уравнения мКдФ с дополнительным членом в классе быстроубывающих функций, а также предложить алгоритм поиска решения задачи Коши в классе быстроубывающих функций для нагруженного уравнения мКдФ;

построение уравнений, которые описывают динамику данных рассеяния оператора Дирака, чей потенциал есть решение уравнения синус-Гордона с зависящими от времени коэффициентами, с дополнительными членами и с источниками в классе быстро убывающих функций, а также построение уравнений, которые описывают динамику данных рассеяния оператора Дирака, чей потенциал есть решение нагруженного уравнения синус-Гордона с самосогласованными источниками в классе быстро убывающих функций с использованием МОЗР;

определение изменения динамики по t данных рассеяния оператора Дирака с потенциалом, который является решением уравнения мКдФ-сГ с коэффициентами, зависящими от времени, и с дополнительными членами в классе быстро убывающих функций, определение изменения динамики по t данных рассеяния оператора Дирака с потенциалом, который является

решением нагруженного уравнения мКдФ-сГ с самосогласованным источником и без источника в классе быстро убывающих функций;

показать применимость МОЗР к задаче Коши для уравнения Хироты с зависящими от времени коэффициентами в классе быстро убывающих функций, а также показать применимость МОЗР к задаче Коши в классе быстро убывающих функций для нагруженной уравнении Хироты.

Объектом исследования являются общее уравнение КдФ и классическое уравнение КдФ с дополнительными членами и самосогласованными источниками, нагруженное классическое уравнение КдФ и нагруженное общее уравнение КдФ с самосогласованными источниками, уравнение мКдФ с дополнительным членом и нагруженное уравнение мКдФ, уравнение синус-Гордона с коэффициентами, зависящими от времени, с дополнительными членами и самосогласованными источниками, нагруженное уравнение синус-Гордона с самосогласованными источниками, уравнение мКдФ-синус-Гордона с коэффициентами, зависящими от времени, с дополнительными членами и самосогласованным источником, нагруженное уравнение мКдФ-синус-Гордона с самосогласованным источником, уравнение Хироты с коэффициентами, зависящими от времени и нагруженное уравнение Хироты.

Предметом исследования являются прямая и обратная спектральные задачи для несамосопряженного оператора Штурма-Лиувилля в классе быстроубывающих комплекснозначных функций при интегрировании классического уравнения КдФ и общего уравнения КдФ, а также прямая и обратная спектральные задачи для оператора Дирака в классе быстроубывающих функций при интегрировании уравнений мКдФ, синус-Гордон, мКдФ-синус-Гордон и Хироты.

Методы исследования. В работе используются методы математического анализа, теорий функций комплексными переменными, функционального анализа, спектральной теории дифференциальных операторов, дифференциальных уравнений и математической физики.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

показана разрешимость задачи Коши для общего уравнения КдФ с дополнительным членом и источниками, нагруженного общего уравнения КдФ с источниками в классе быстро убывающих функций;

разработан алгоритм, позволяющий найти решение задачи Коши для уравнения мКдФ с дополнительным членом и нагруженного уравнения мКдФ в классе быстроубывающих функций;

доказана полная интегрируемость уравнения синус-Гордона с зависящими от времени коэффициентами, с дополнительными членами и самосогласованными источниками и нагруженных уравнений синус-Гордона с самосогласованными источниками;

доказана полная интегрируемость уравнения мКдФ-сГ с зависящими от времени коэффициентами, с дополнительными членами и нагруженного уравнения мКдФ-сГ с самосогласованным источником и без источника в классе быстроубывающих функций;

показана разрешимость задачи Коши для уравнения Хироты с зависящими от времени коэффициентами и нагруженного уравнения Хироты в классе быстро убывающих функций.

Практические результаты исследования состоит из реализации алгоритмов решения задач Коши для общего уравнения КдФ и классического уравнения КдФ с дополнительным членом и согласованными источниками, для нагруженного уравнения КдФ и нагруженного общего уравнения КдФ с согласованными источниками, для уравнения мКдФ с дополнительным членом и нагруженного уравнения мКдФ, для уравнения синус-Гордона с зависящим от времени коэффициентами, дополнительным членом и согласованными источниками, для нагруженного уравнения синус-Гордона с согласованным источником, для уравнения мКдФ-синус-Гордона с нестационарными коэффициентами и дополнительными членами, для уравнения Хироты с нестационарными коэффициентами и для нагруженного уравнения Хироты.

Достоверность результатов исследования обоснована использованием методов математического анализа, теории функций комплексных переменных, функционального анализа, дифференциальных уравнений, математической физики, теории прямых и обратных задач рассеяния для дифференциальных операторов и их приложения к решению НЭУ с источниками, а также строгостью математических рассуждений.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научная значимость результатов исследования состоит в том, что полученные в работе научные результаты могут быть применены в теории линейных дифференциальных операторов, в теории солитонов, в квантовой теории поля, в дифференциальной геометрии, в прикладной механике, в гидродинамике, в квантовой физике и др. Практическая значимость исследования диссертации обусловлена приложением результатов, сформулированных в работе, к интегрированию НЭУ с самосогласованными источниками, без источника, а также нагруженных НЭУ.

Внедрение результатов исследования. На основе результатов, полученных при интегрировании нелинейных эволюционных уравнений с помощью метода обратной задачи рассеяния:

алгоритмы интегрирования нагруженных уравнений Кортевега-де Фриза и нагруженных общих уравнений Кортевега-де Фриза с источниками, нагруженного модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза и уравнения синус-Гордона с зависящими от времени коэффициентами, дополнительным членом и с источниками были использованы в фундаментальном проекте ОТ-Ф4-64 «Разработка и численное исследование гидродинамических моделей утечек жидкостей и миграции веществ в неоднородных пористых средах» при построение и численном анализе гидродинамических моделей утечек и аномальной миграции веществ в трещиновато-пористых средах (Справка № 04/11-4145 Самаркандского государственного университета от 11 ноября 2023 года). Применение этих

научных результатов позволило эффективно рассчитывать интегральные соотношения для относительного суммарного и суммарного массопереноса между зонами при численном исследовании вопросов массопереноса с учетом явления адсорбции в гетерогенных пористых средах, состоящих из макропористых и микропористых цилиндрических зон;

алгоритмы и методы интегрирования модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза – синус-Гордона с зависящими от времени коэффициентами и дополнительными членами в классе быстроубывающих функций был использован для получения полного описания четвертого пространства Калоджеро-Мозера и скобок Пуассона в научном проекте «Гомологии, гомотопии и категориальные инварианты в не ассоциативных группах и алгебрах» (Справка университета Сантьяго-де-Компостела, Испания, от 23 ноября 2023 года). Применение научных результатов позволило определить множество минимальных образующих координатных колец третьего и четвертого пространств Калоджеро-Мозера и найти алгебраические связи между образующими, а также полностью описать пуассоновскую алгебраическую структуру на этих пространств.

методы и алгоритмы интегрирования общего уравнения Кортевега-де Фриза с дополнительным членом и с источниками, модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза с дополнительным членом были использованы при интегрировании нелинейных эволюционных уравнений в фундаментальном проекте ОТ-Ф4-04(05) «Приложения спектрального метода к решению матричных нелинейных эволюционных уравнений; Биомеханика сердечно-сосудистой системы», (Справка № 01-04/01-11/3118 Ургенчского государственного университета от 21 ноября 2023 года). Применение этих научных результатов позволило интегрировать нагруженное уравнение Кортевега-де Фриза с самосогласованным источником с помощью метода обратной задачи, получить алгоритм построения источника для нагруженного модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза в классе периодических функций, разработать алгоритм решения задачи Коши для матричного уравнения Кортевега-де Фриза с интегральным источником.

Апробация результатов исследования. Основное содержание диссертации обсуждалось на 11 международных и 14 республиканских научно-практических конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 45 научных работ, из них 20 входят в перечень научных изданий, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты докторских диссертаций, в том числе, из них 12 опубликованы в зарубежных журналах и 8 в республиканских научных изданиях.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, разбитых на параграфы, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 214 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведены обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объекты и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

В первой главе диссертации, названной **«Интегрирование общего уравнения Кортевега-де Фриза с дополнительными членами в классе быстроубывающих комплекснозначных функций»**, приводятся необходимые сведения, относящиеся прямых и обратных задач теории рассеяния для несамосопряженного оператора Штурма-Лиувилля. Решены задачи Коши для уравнений Кортевега-де Фриза и общего уравнений Кортевега-де Фриза с дополнительными членами и согласованными источниками в классе быстроубывающих функций, а также решены задачи Коши для нагруженных уравнений Кортевега-де Фриза и нагруженных общих уравнений Кортевега-де Фриза с согласованными источниками в классе быстроубывающих функций.

В первом параграфе первой главы диссертации приведены необходимые сведения для раскрытия содержания диссертации по прямой и обратной задачам теории рассеяния для несамосопряженного оператора Штурма-Лиувилля.

Пусть нам дано следующее уравнение

$$Ly = -y'' + u(x)y = \lambda y, \quad x \in (-\infty, \infty), \quad \lambda = k^2, \tag{1}$$

где коэффициент (потенциал) $u(x)$ является комплекснозначной и $\exists \varepsilon > 0$ удовлетворяет

$$\int_{-\infty}^{\infty} |u(x)| e^{\varepsilon |x|} dx < \infty. \tag{2}$$

Мы будем обозначать через $e_{\pm}(x,k)$ решения следующих интегральных уравнений:

$$e_+(x,k) = e^{ikx} - \int_x^{\infty} \frac{\sin k(x-t)}{k} u(t) e_+(t,k) dt, \; e_-(x,k) = e^{-ikx} + \int_{-\infty}^{x} \frac{\sin k(x-t)}{k} u(t) e_-(t,k) dt.$$

Функции $e_+(x,k)$, $e_-(x,k)$ также представляют собой решения уравнения (1) при $\operatorname{Im} k > -\dfrac{\varepsilon}{2}$, которые имеют на бесконечности следующую асимптотику:

$$e_+(x,k) = e^{ikx} + o(1), \;\; x \to \infty, \qquad e_-(x,k) = e^{-ikx} + o(1), \;\; x \to -\infty.$$

Решения $e_{\pm}(x,k)$ уравнения (1) существуют, единственны, голоморфны по k в полуплоскости $\operatorname{Im} k > -\frac{\varepsilon}{2}$ и допускают следующие интегральные представления

$$e_{+}(x,k) = e^{ikx} + \int_{x}^{\infty} K_{+}(x,t)e^{ikt}dt, \qquad e_{-}(x,k) = e^{-ikx} + \int_{-\infty}^{x} K_{-}(x,t)e^{-ikt}dt. \qquad (3)$$

При этом, ядра $K_{\pm}(x,t)$ представлений (3) связаны с потенциалом $u(x)$ уравнения (1) следующим образом:

$$u(x) = -2\frac{d}{dx}K_{+}(x,x), \quad u(x) = 2\frac{d}{dx}K_{-}(x,x).$$

A) Через $\omega(k)$ и $v(k)$ будем обозначать следующие

$\omega(k) = e_{-}(x,k)e'_{+}(x,k) - e'_{-}(x,k)e_{+}(x,k), \quad v(k) = e_{+}(x,-k)e'_{-}(x,k) - e_{-}(x,k)e'_{+}(x,-k),$ вронскианы. Функция $\omega(k)$ голоморфно продолжается в плоскость $\operatorname{Im} k > -\frac{\varepsilon}{2}$ и имеет следующую асимптотику

$$\omega(k) = 2ik\left[1 + O\left(\frac{1}{k}\right)\right], \quad |k| \to \infty, \qquad (4)$$

равномерную по всей плоскости $\operatorname{Im} k > \eta, \ \eta > -\frac{\varepsilon}{2}$. Для функций $\omega(k)$ и $v(k)$ в полосе $|\operatorname{Im} k| < \frac{\varepsilon}{2}$ имеет место тождество:

$$\omega(k)\omega(-k) - v(k)v(-k) = 4k^2.$$

B) Из голоморфности $\omega(k)$ и асимптотической формулы (4) вытекает, что функция $\omega(k)$ может иметь лишь конечное количество нулей в верхней комплексной полуплоскости $\operatorname{Im} k \geq 0$. Если $k_1, k_2, ..., k_N$ является невещественными нулями функции $\omega(k)$, то тогда $\lambda_j = k_j^2, \ j = \overline{1,N}$ представляют собой собственные значения несамосопряженного оператора Штурма-Лиувилля L. Обозначим через m_j $(j = \overline{1,N})$ кратностью корня k_j уравнения $\omega(k) = 0$. Предположим, что несамосопряжённый оператор Штурма-Лиувилля L не обладает спектральными особенностями, т.е. $\omega(k) \neq 0 \ \ \forall k \in \mathbb{R}$.

C) Следующая функция

$$S(k) = \frac{v(k)}{\omega(k)}$$

называется функцией рассеяния оператора L. Для функции $S(k)$ справедливы следующие:

1) функция $S(k)$ является мероморфной в полосе $|\operatorname{Im} k| < \varepsilon_0$ и для каждого $\eta < \varepsilon_0$ выполняется

$$S(k)=O\left(k^{-1}\right),\quad |k|\to\infty,$$

равномерно в полосе $|\operatorname{Im}k|\le\eta$. Здесь $\varepsilon_0=\min\left\{\frac{\varepsilon}{2},\varepsilon_1\right\}$, а ε_1 – расстояние от действительной оси $\operatorname{Im}k=0$ до невещественных нулей функции $\omega(k)$;

2) $S(k)$ не имеет невещественных полюсов в полосе $|\operatorname{Im}k|<\varepsilon_0$;

3) если $S^{-1}(k_0)=0,\ k_0\neq 0,$ то $S(-k_0)\neq 0$;

4) если $k_0\neq 0,$ то $1-S(k)S^{-1}(k)\neq 0$ и $\lim\limits_{k\to 0}\left|k^2\left[1-S(k)S(-k)\right]^{-1}\right|<\infty.$

D) Существуют так называемые нормировочные цепочки чисел $\{\varkappa_0^j,\varkappa_1^j,...,\varkappa_{m_j-1}^j\}$ и $\{\theta_0^j,\theta_1^j,...,\theta_{m_j-1}^j\},\ j=\overline{1,N}$ такие, что имеют место соотношения

$$\frac{1}{s!}\left(\left(\frac{d}{dk}\right)^s e_-(x,k)\right)\Big|_{k=k_j}=\sum_{\nu=0}^{s}\varkappa_{s-\nu}^j\frac{1}{\nu!}\left(\left(\frac{d}{dk}\right)^\upsilon e_+(x,k)\right)\Big|_{k=k_j},\ j=\overline{1,N},\ s=\overline{0,m_j-1},$$

$$\frac{1}{s!}\left(\left(\frac{d}{d\lambda}\right)^s e_-(x,\sqrt{\lambda})\right)\Big|_{\lambda=k_j^2}=\sum_{\nu=0}^{s}\theta_{s-\nu}^j\frac{1}{\nu!}\left(\left(\frac{d}{d\lambda}\right)^\upsilon e_+(x,\sqrt{\lambda})\right)\Big|_{\lambda=k_j^2},\ j=\overline{1,N},\ s=\overline{0,m_j-1}.$$

Цепочки нормировочных чисел $\{\varkappa_0^j,\varkappa_1^j,...,\varkappa_{m_j-1}^j\}$ и $\{\theta_0^j,\theta_1^j,...,\theta_{m_j-1}^j\},\ j=\overline{1,N}$ связаны между собой с помощью рекуррентных соотношений.

Набор $\left\{S(k),\ k_j,\ \varkappa_0^j,\varkappa_1^j,...,\varkappa_{m_{j-1}}^j,\ j=\overline{1,N}\right\}$ называется данными рассеяния для уравнения (1). Нахождение данных рассеяния по заданному коэффициенту $u(x)$ называется прямой задачей, а восстановление коэффициента $u(x)$ уравнения (1) по данным рассеяния – обратной задачей.

Функция $K_+(x,y)$ из интегрального представления (3) удовлетворяет следующему

$$K_+(x,t)+F_+(x+t)+\int_x^\infty K_+(x,z)F_+(z+t)dz=0,\ -\infty<x\le t<\infty,$$

интегральному уравнению Гельфанда-Левитана-Марченко. Здесь

$$F_+(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}S(k)e^{ikx}dk+\sum_{j=1}^{N}\sum_{\nu=0}^{m_j-1}\varkappa_{m_j-\nu-1}^k\frac{1}{\nu!}\frac{d^\nu}{dz^\nu}\left[\frac{2z(z-k_j)^{m_j}}{\omega(z)}e^{izx}\right]\Bigg|_{z=k_j},\qquad(5)$$

$\omega(z)$ – аналитическое продолжение функции $\omega(k),\left(|\operatorname{Im}k|<\frac{\varepsilon}{2}\right)$ в плоскость $\operatorname{Im}z>\frac{\varepsilon}{2}$, которое определяется по формуле

$$\omega(z)=(2iz-4\varepsilon)\prod_{j=1}^{N}\left(\frac{z-k_j}{z+k_j}\right)^{m_j}\exp\left\{\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\ln\frac{k^2}{k^2+4\varepsilon^2}\left(1-S(k)S(-k)\right)}{k-z}dk\right\}.$$

E) Функция $F_+(x)$ обладает следующими свойствами:

1) существует непрерывное производное $F_+'(x)$ – и для любого вещественного a выполняется

$$\int_a^\infty \left|F_+'(x)\right| e^{\frac{\varepsilon}{2}|x|} dx < \infty;$$

2) если функция $\varphi_x(t)e^{-\frac{\varepsilon}{2}t}$ суммируема на $t > x$ и удовлетворяет уравнению

$$\varphi_x(t) + \int_x^\infty \varphi_x(\rho) F_+(\rho + t) d\rho = 0, \quad \text{при} \quad t > x,$$

то $\varphi_x(t) = 0$ при $t > x$.

Справедливы следующие теоремы.

Теорема 1. Данные рассеяния однозначно определяют оператор L.

Теорема 2. Если функция $S(k)$ в некоторой полосе $\left|\operatorname{Im} k\right| \le \varepsilon_0$ $(\varepsilon_0 > 0)$ удовлетворяет условиям C), некоторые числа k_j, $\left(\operatorname{Im} k_j \ge \varepsilon_0\right)$, $\left(j = \overline{1,N}\right)$ и цепочки чисел $\left\{\varkappa_0^j, \varkappa_1^j, ..., \varkappa_{m_j-1}^j,\ j = \overline{1,N}\right\}$ такие, что функция $F_+(x)$ построенный по этим величинам с помощью формулы (5) удовлетворяет условиям E), то существует единственный потенциал $u(x)$, удовлетворяющий условию (2) такой, что данные рассеяния оператора L $(Ly = -y'' + u(x)y)$ совпадают с заданными числами.

Во втором параграфе первой главы диссертации описан метод решения задачи Коши, поставленной для общего уравнения КдФ с дополнительным членом в классе быстроубывающих комплекснозначных функций. Допустим

$$H = -\frac{1}{2}\frac{d^3}{dx^3} + 2u\frac{d}{dx} + u'.$$

Здесь $u = u(x,t)$, $u' = u_x$. Не трудно показать, что найдется последовательность полиномов P_k, $k \in \{0\} \cup \mathbb{N}$ (от u и производных u по x), для которой будет верно

$$HP_k = P_{k+1}', \quad k \in \{0\} \cup \mathbb{N}.$$

Введем следующие операторы

$$L(t) \equiv -\frac{d^2}{dx^2} + u(x,t), \qquad B_q = \sum_{k=0}^{q} \left(\frac{1}{2}P_k' - P_k\frac{d}{dx}\right)\left(2L(t)\right)^{q-k}.$$

Для этих операторов имеет место

$$[B_q, L(t)] = B_q L(t) - L(t)B_q = -P_{q+1}'.$$

Пусть $c_0, c_1, \ldots, c_p$ суть вещественные числа. Если мы введем следующие обозначения

$$Y_p = \sum_{q=0}^{p} c_q B_q, \qquad Z_p = -\sum_{q=0}^{p} c_q P_{q+1}',$$

то будет верно следующее:

$$[Y_p, L(t)] = Z_p.$$

Уравнение

$$u_t = Z_p(u),$$

принято называть общим уравнением КдФ. В частности, для $p = 1,\ c_0 = 0,\ c_1 = 4$ и $p = 2,\ c_0 = 0,\ c_1 = 0,\ c_2 = 8$ соответственно имеем следующие уравнения

$$u_t - 6uu_x + u_{xxx} = 0, \qquad u_t = u_{xxxxx} - 20u_x u_{xx} - 10uu_{xx} + 30u^2 u_x.$$

Пусть задано

$$u_t = Z_p(u) + \rho(t)u_x, \tag{6}$$

общее уравнение КдФ с дополнительным членом. При этом коэффициент при дополнительном члене $\rho(t)$ является заданной непрерывно дифференцируемой функцией.

Мы будем исследовать уравнение (6) при начальном условии

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in \mathbb{R}, \tag{7}$$

где начальная функция $u_0(x)$ комплекснозначна и обладает свойствами:

1) для некоторого $\varepsilon > 0$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |u_0(x)| e^{\varepsilon|x|} dx < \infty, \tag{8}$$

2) оператор $L(0) = -\dfrac{d^2}{dx^2} + u_0(x)$ является оператором без спектральных особенностей, а также обладает в точности N собственными значениями (комплексными) $\lambda_1(0), \lambda_2(0), \ldots, \lambda_N(0)$ с кратностью $m_1(0), m_2(0), \ldots, m_N(0)$.

Решение $u(x,t)$ будем искать из следующего класса

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left(|u(x,t)|\, e^{\varepsilon|x|} + \sum_{j=1}^{2p+1} \left| \frac{\partial^j u(x,t)}{\partial x^j} \right| \right) dx < \infty. \tag{9}$$

Теорема 3. Предположим, что комплекснозначная функция $u(x,t)$, представляющая собой потенциал несамосопряженного оператора Штурма-Лиувилля $L(t)$, будет решением задачи (6)-(9), то тогда данные рассеяния оператора $L(t)$ при $t > 0$ будут меняться в зависимости от t в соответствии со следующими уравнениями:

$$\frac{\partial S(k,t)}{\partial t} = \left[ik \sum_{l=0}^{p} c_l \left(2k^2\right)^l + 2ik\rho(t) \right] S(k,t), \quad \left(|\operatorname{Im} k| < \frac{\varepsilon}{2} \right), \qquad \lambda_n(t) = \lambda_n(0),$$

$$\frac{d\varkappa_r^n(t)}{dt} = i\left(\sum_{d=0}^{p} c_d 2^d k_n^{2d+1} + 2k_n\rho(t) \right) \varkappa_r^n(t) + i\left(\sum_{d=0}^{p} c_d 2^d (2d+1) k_n^{2d} + 2\rho(t) \right) \varkappa_{r-1}^n(t) +$$

$$+ i \sum_{l=2}^{r} \left[\sum_{d=0}^{p} c_d 2^d \frac{1}{l!} \frac{(2d+1)!}{(2d+1-l)!} k_n^{2d+1-l} \right] \varkappa_{r-l}^n(t), \quad (n = \overline{1,N},\ r = 0,1,\ldots,m_n - 1).$$

Замечание 1. Уравнения, полученные в Теореме 1, целиком описывают динамику изменения данных рассеяния оператора $L(t)$ и, соответственно, дают основание применить МОЗР для решения задачи (6)-(9). Полученное набор $\left\{S(k,t),\ k_j(t), \varkappa_0^j(t), \varkappa_1^j(t),..., \varkappa_{m_j-1}^j(t),\ j=\overline{1,N}\right\}$ удовлет-воряет условиям **A-E**, поэтому согласно Теоремам 1 и 2 потенциал $u(x,t)$ в операторе $L(t)$ определяется однозначно и является решением задачи (6)-(9).

В этом параграфе тот же результат получен для классического уравнения КдФ с дополнительным членом и показано, что задачи Коши, поставленные для нагруженного уравнения КдФ и нагруженного общего уравнения КдФ, также могут быть решены. А также в этом параграфе приведены несколько примеров.

В третьем параграфе первой главы приведен алгоритм решения задач Коши в быстроубывающих комплекснозначных начальных условиях для общего уравнения КдФ с дополнительным членом и самосогласованным источником, уравнения КдФ с дополнительным членом и самосогласованным источником, нагруженного общего уравнения КдФ с самосогласованным источником и нагруженного уравнения КдФ с самосогласованным источником.

В четвертом параграфе первой главы интегрированы такие уравнения как общее уравнение КдФ с дополнительным членом и интегральным источником, уравнение КдФ с дополнительным членом и интегральным источником, нагруженное общее уравнение КдФ с интегральным источником и нагруженное уравнение КдФ с интегральным источником в классе быстроубывающих комплекснозначных функций.

Во второй главе диссертации, названной **«Интегрирование модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза с дополнительным членом в классе быстроубывающих функций»**, интегрируются уравнение мКдФ с дополнительным членом и нагруженное уравнение мКдФ в классе быстроубывающих функций.

Первый параграф второй главы содержит необходимые сведения о прямых и обратных задачах теории рассеяния для оператора Дирака, необходимые для решения задач, изложенных в этой и следующих главах.

Рассмотрим следующую

$$\begin{cases} v_{1x} + i\xi v_1 = q(x)v_2 \\ v_{2x} - i\xi v_2 = r(x)v_1, \end{cases} \tag{10}$$

систему уравнений Дирака на всей оси $(-\infty < x < \infty)$. Предположим, что функции $q(x)$ и $r(x)$ достаточно быстро стримится к нулю при $|x| \to \infty$, т.е. выполняется следующие

$$\int_{-\infty}^{\infty} (1+|x|)|q(x)|dx < \infty, \qquad \int_{-\infty}^{\infty} (1+|x|)|r(x)|dx < \infty. \tag{11}$$

Если ввести оператор

$$L = i\begin{pmatrix} \dfrac{d}{dx} & -q(x) \\ r(x) & -\dfrac{d}{dx} \end{pmatrix},$$

систему уравнений (10) можно переписать в виде $Lv = \xi v$, где $v = (v_1, v_2)^T$.

При выполнении условия (11) система уравнений (10) имеет решения Йоста со следующими асимптотиками

$$\left.\begin{aligned} \varphi &\sim \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i\xi x} \\ \tilde{\varphi} &\sim \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} e^{i\xi x} \end{aligned}\right\}, \quad x \to -\infty, \qquad \left.\begin{aligned} \psi &\sim \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i\xi x} \\ \tilde{\psi} &\sim \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i\xi x} \end{aligned}\right\}, \quad x \to \infty.$$

Вектор-функции $\{\varphi, \tilde{\varphi}\}$ и $\{\psi, \tilde{\psi}\}$ при вещественном ξ представляют собой систему фундаментальных решений системы уравнений (10), связи с этим выполняются равенства

$$\varphi = a(\xi)\tilde{\psi} + b(\xi)\psi, \quad \tilde{\varphi} = -\overline{a}(\xi)\psi + \overline{b}(\xi)\tilde{\psi}.$$

Функция $a(\xi)$ является голоморфной в верхней комплексной полуплоскости $\operatorname{Im}\xi > 0$, а функция $\overline{a}(\xi)$ – в нижней комплексной полуплоскость $\operatorname{Im}\xi < 0$. Для функции $a(\xi)$ существует следующая асимптотика $a(\xi) = 1 + O\left(\dfrac{1}{|\xi|}\right)$, $|\xi| \to \infty$, $(\operatorname{Im}\xi \geq 0)$. Более того, в верхней (нижней) комплексной полуплоскости $\operatorname{Im}\xi > 0$ $(\operatorname{Im}\xi < 0)$ функция $a(\xi)$ $(\overline{a}(\xi))$ может обладать лишь конечным числом (в целом кратным) нулей ξ_k $(\overline{\xi}_k)$. Через m_k мы будем обозначать кратность корня ξ_k для уравнения $a(\xi) = 0$. Невещественные нули ξ_k $(\overline{\xi}_k)$ функции $a(\xi)$ $(\overline{a}(\xi))$ в верхней (нижней) комплексной полуплоскости совпадают с собственными значениями несамосопряженного оператора Дирака *L*. Предположим, что оператор Дирака *L*, не являющийся самосопряженным, не обладает спектральными особенностями. т.е. $a(\xi) \neq 0, \ \xi \in \mathbb{R}$.

Существует, цепочки чисел $\{\varkappa_0^k, \varkappa_1^k, ..., \varkappa_{m_k-1}^k\}$ и $\{\overline{\varkappa}_0^k, \overline{\varkappa}_1^k, ..., \overline{\varkappa}_{m_k-1}^k\}$, называемые нормировочными и союзными цепочками чисел соответственно, для которых верны следующие соотношения

$$\frac{1}{l!}\left(\frac{d}{d\xi}\right)^l \varphi(x,\xi)\Big|_{\xi=\xi_k} = \sum_{j=0}^{l} \varkappa_{l-j}^k \frac{1}{j!}\left(\frac{d}{d\xi}\right)^j \psi(x,\xi)\Big|_{\xi=\xi_k}, \quad k = \overline{1,N}, \ l = \overline{0, m_k - 1},$$

$$\frac{1}{l!}\left(\frac{d}{d\xi}\right)^l \psi(x,\xi)\Big|_{\xi=\xi_k} = \sum_{j=0}^{l} \overline{\varkappa}_{l-j}^k \frac{1}{j!}\left(\frac{d}{d\xi}\right)^j \varphi(x,\xi)\Big|_{\xi=\xi_k}, \quad k = \overline{1,N}, \ l = \overline{0, m_k - 1}.$$

при этом $\varkappa_0^k \neq 0$ и $\bar{\varkappa}_0^k \neq 0$.

Во втором параграфе второй главы рассматрена интегрируемость уравнения мКдФ с дополнительным членом в классе быстроубывающих функций.

Пусть нам дано следующее

$$u_t + 6u^2 u_x + u_{xxx} + \rho(t)u_x = 0, \tag{12}$$

уравнение мКдФ с дополнительным членом. Здесь $\rho(t)$ – заданная непрерывно дифференцируемая функция. Рассмотрим уравнение (12) со следующим начальным условием

$$u(x,0) = u_0(x), \tag{13}$$

где начальная функция $u_0(x)$ $\left(-\infty < x < \infty\right)$ обладает следующими свойствами:

1)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left(1+|x|\right)|u_0(x)|dx < \infty; \tag{14}$$

2) несамосопряжённый оператор Дирака $L(0) = i\begin{pmatrix} \dfrac{d}{dx} & -u_0(x) \\ -u_0(x) & -\dfrac{d}{dx} \end{pmatrix}$ не обладает спектральными особенностями, а также обладает в точности $2N$ собственными значениями $\xi_1(0),\xi_2(0),\ldots,\xi_{2N}(0)$ с кратностью $m_1(0), m_2(0),\ldots,m_{2N}(0)$.

Решение $u(x,t)$ будем искать из следующего класса

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left(1+|x|\right)\left|\frac{\partial^j u(x,t)}{\partial x^j}\right|dx < \infty, \quad j = 0,1,2,3. \tag{15}$$

Теорема 4. Предположим, что функция $u(x,t)$ есть решение задачи (12)-(15), то тогда данные рассеяния оператора $L(t)$, t >0, потенциалом которого служит $u(x,t)$, будут изменяться в зависимости от t в соответствии со следующими дифференциальными уравнениями

$$\frac{dr^+(\xi,t)}{dt} = \left(8i\xi^3 - 2i\xi\rho(t)\right)r^+(\xi,t), \ (\mathrm{Im}\,\xi = 0); \quad \xi_k(t) = \xi_k(0), \quad k = \overline{1,N},$$

$$\frac{d\varkappa_0^n(t)}{dt} = \left(8i\xi_n^3 - 2i\xi_n\rho(t)\right)\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_1^n(t)}{dt} = \left(8i\xi_n^3 - 2i\xi_n\rho(t)\right)\varkappa_1^n(t) + \left(24i\xi_n^2 - 2i\rho(t)\right)\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_2^n(t)}{dt} = \left(8i\xi_n^3 - 2i\xi_n\rho(t)\right)\varkappa_2^n(t) + \left(24i\xi_n^2 - 2i\rho(t)\right)\varkappa_1^n(t) + 24i\xi_n\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_3^n(t)}{dt} = (8i\xi_n^3 - 2i\xi_n\rho(t))\varkappa_3^n(t) + (24i\xi_n^2 - 2i\rho(t))\varkappa_2^n(t) + 24i\xi_n\varkappa_1^n(t) + 8i\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_l^n(t)}{dt} = \left(8i\xi_n^3 - 2i\xi_n\rho(t)\right)\varkappa_l^n(t) + \left(24i\xi_n^2 - 2i\xi_n\rho(t)\right)\varkappa_{l-1}^n(t) + 24i\xi_n\varkappa_{l-2}^n(t) + 8i\varkappa_{l-3}^n(t),$$

$$n = \overline{1,N},\ l = 4,5,\ldots,m_n - 1.$$

В оставшейся части этого параграфа показано, что задача Коши, поставленная для нагруженного уравнения мКдФ, также может быть решена в классе быстроубывающих функций. А также в этом параграфе приведены несколько примеров.

В третьей главе диссертации, названной **«Интегрирование уравнения синус-Гордона с зависящими от времени коэффициентами и дополнительным членом в классе быстроубывающих функций»**, метод обратной задачи теории рассеяния применяется к решению задачи Коши для уравнения синус-Гордона с коэффициентами, зависящими от времени и дополнительными членами в классе быстроубывающих функций.

В первом параграфе третьей главы интегрируются уравнения синус-Гордона и нагруженное уравнение синус-Гордона с зависящими от времени коэффициентами и дополнительным членом.

Второй параграф третьей главы посвящен решению задачи Коши для уравнения синус-Гордона с зависящими от времени коэффициентами и дополнительными членами.

Пусть нам дана следующая система уравнений

$$u_{xt} = \rho(t)\sin u + \omega(t)u_{xx} + 2\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=0}^{m_k-1} C_{m_k-1}^{j}\left(f_{k1}^{j} f_{k1}^{m_k-1-j} - f_{k2}^{j} f_{k2}^{m_k-1-j}\right), \qquad (16)$$

$$L(t) f_k^j = \xi_k f_k^j + j f_k^{j-1}, \quad \operatorname{Im}\xi_k > 0, \quad k = \overline{1,N},\ j = 0,1,\ldots,m_k - 1, \qquad (17)$$

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in \mathbb{R}. \qquad (18)$$

Здесь

$$C_n^l = \frac{n!}{(n-l)!l!}, \quad L(t) = i\begin{pmatrix} \dfrac{d}{dx} & \dfrac{u_x}{2} \\ \dfrac{u_x}{2} & -\dfrac{d}{dx} \end{pmatrix}, \quad u_{xx} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad u_{xt} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x \partial t},$$

коэффициенты $\rho(t), \omega(t)$ уравнения (16) заданы и непрерывно дифференцируемы, вектор-функции $f_k^j = (f_{k1}^j(x,t),\ f_{k2}^j(x,t))^T,\ \ j = 0,1,\ldots,m_k - 1$ принадлежат пространству $L^2(-\infty,\infty)$ для любого $t \geq 0$, $f_k^0 = (f_{k1}^0(x,t),\ f_{k2}^0(x,t))^T$ является собственной вектор-функцией оператора $L(t)$, отвечающая собственному значению ξ_k, $(\operatorname{Im}\xi_k > 0)$ кратности m_k, $k = \overline{1,N}$.

В рассматриваемой задаче начальная функция $u_0(x)$ $(-\infty < x < \infty)$ обладает следующими свойствами:

1)

$$u_0(x) \equiv 0 (mod\ 2\pi) \text{ при } x \to \infty; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \left((1+|x|)|u_0'(x)| + |u_0''(x)| \right) dx < \infty, \quad (19)$$

2) несамосопряжённый оператор Дирака $L(0) = i \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} & \frac{u_x(x,0)}{2} \\ \frac{u_x(x,0)}{2} & -\frac{d}{dx} \end{pmatrix}$ не обладает спектральными особенностями, а также обладает в точности $2N$ собственными значениями $\xi_1(0), \xi_2(0), \ldots, \xi_{2N}(0)$ с кратностями $m_1(0), m_2(0), \ldots, m_{2N}(0)$, соответственно.

Пусть

$$\frac{1}{(m_k - 1 - s)!} \int_{-\infty}^{\infty} \left(f_{k1}^{m_k - 1} f_{k2}^{m_k - 1 - s} + f_{k2}^{m_k - 1} f_{k1}^{m_k - 1 - s} \right) dx = A_{m_k - 1 - s}^{k}(t), \quad (20)$$

в котором $A_{m_k - 1 - j}^{k}(t)$ есть заданные непрерывные функции $(t \ge 0)$, $k = \overline{1, N}$, $s = 0, 1, \ldots, m_k - 1$.

Допустим, что функция $u(x,t)$ в достаточной степени гладкая и стремится к нулю при $x \to \pm\infty$ с вполне допустимой скоростью, т.е. выполняется:

$$u(x,t) \equiv 0 (mod\ 2\pi) \text{ при } x \to \infty; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \left((1+|x|)|u_x(x,t)| + |u_{xx}(x,t)| \right) dx < \infty. \quad (21)$$

Теорема 5. Предположим, что система функций $\left\{ u(x,t), \varphi_j^l(x,t), j = \overline{1,N}, \ l = \overline{0, m_j - 1} \right\}$ есть решение задачи (16)–(21), то тогда данные рассеяния оператора $L(t)$, $t > 0$, потенциалом которого служит $u(x,t)$, будут изменяться в зависимости от t в соответствии со следующими дифференциальными уравнениями:

$$\frac{dr^+(\xi,t)}{dt} = \left(-\frac{i\rho(t)}{2\xi} + 2i\xi\omega(t) \right) r^+(\xi,t), \quad (\operatorname{Im}\xi = 0); \quad \xi_k(t) = \xi_k(0), \quad k = \overline{1,N},$$

$$\frac{d\varkappa_0^n(t)}{dt} = i \left(2\xi_n \omega(t) - \frac{\rho(t)}{2\xi_n} + \frac{i}{2} A_0^n(t) \right) \varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_1^n(t)}{dt} = i \left(2\omega(t) + \frac{\rho(t)}{2\xi_n^2} + \frac{i}{2} A_1^n(t) \right) \varkappa_0^n(t) + i \left(2\xi_n \omega(t) - \frac{\rho(t)}{2\xi_n} + \frac{i}{2} A_0^n(t) \right) \varkappa_1^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_{m_n - 1 - \nu}^n(t)}{dt} = 2i\xi_n \omega(t) \varkappa_{m_n - 1 - \nu}^n(t) + 2i\omega(t) \varkappa_{m_n - 2 - \nu}^n(t) -$$

$$-i \sum_{s=\nu}^{m_n - 1} \left(\frac{(-1)^{m_n - 1 - s} \rho(t)}{2\xi_n^{m_n - s}} - \frac{i}{2} A_{m_n - 1 - s}^n(t) \right) \varkappa_{s-\nu}^n(t), \quad n = \overline{1,N}, \quad \nu = m_n - 1, m_n - 2, \ldots, 0.$$

В ходе данного параграфа отдельно рассматривается специальный случай уравнения (16), т.е. показывается интегрируемость следующего нагруженного уравнения синус-Гордона

$$u_{xt} = P(u(x_0,t))\sin u + Q(u(x_1,t))u_{xx} + 2\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=0}^{m_k-1} C_{m_k-1}^{j}\left(f_{k1}^{j} f_{k1}^{m_k-1-j} - f_{k2}^{j} f_{k2}^{m_k-1-j}\right). \quad (22)$$

Здесь $P(y)$ и $Q(z)$ — многочлены по y и z соответственно. Если вместо уравнения (16) в задаче (16)-(21) рассматривать уравнение (22), то справедлива следующая

Теорема 6. Предположим, что система функций $\left\{u(x,t),\ \varphi_j^l(x,t),\ j=\overline{1,N},\ l=\overline{0,m_j-1}\right\}$ есть решение задачи (22)+(17)–(21), то тогда данные рассеяния оператора $L(t)$, $t>0$, потенциалом которого служит $u(x,t)$, будут изменяться в зависимости от t в соответствии со следующими дифференциальными уравнениями

$$\frac{dr^+(\xi,t)}{dt} = \left(-\frac{iP(u(x_0,t))}{2\xi} + 2i\xi Q(u(x_1,t))\right) r^+(\xi,t), \quad (\operatorname{Im}\xi = 0); \qquad \frac{d\xi_n(t)}{dt} = 0,$$

$$\frac{d\varkappa_0^n(t)}{dt} = i\left(2\xi_n Q(u(x_1,t)) - \frac{P(u(x_0,t))}{2\xi_n} + \frac{i}{2}A_0^n(t)\right)\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_1^n(t)}{dt} = i\left(2Q(u(x_1,t)) + \frac{P(u(x_0,t))}{2\xi_n^2} + \frac{i}{2}A_1^n(t)\right)\varkappa_0^n(t)$$

$$+i\left(2\xi_n Q(u(x_1,t)) - \frac{P(u(x_0,t))}{2\xi_n} + \frac{i}{2}A_0^n(t)\right)\varkappa_1^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_{m_n-1-\nu}^n(t)}{dt} = 2i\xi_n Q(u(x_1,t))\varkappa_{m_n-1-\nu}^n(t) + 2iQ(u(x_1,t))\varkappa_{m_n-2-\nu}^n(t) -$$

$$-i\sum_{s=\nu}^{m_n-1}\left(\frac{(-1)^{m_n-1-s}P(u(x_0,t))}{2\xi_n^{m_n-s}} - \frac{i}{2}A_{m_n-1-s}^n(t)\right)\varkappa_{s-\nu}^n(t), \quad n=\overline{1,N},\ \nu = m_n-1, m_n-2,\ldots,0.$$

В третьем параграфе третьей главы интегрируется уравнение синус-Гордона с коэффициентами зависящими от времени, с дополнительным членом и самосогласованным источником интегрального типа, а также нагруженное уравнение синус-Гордона с самосогласованным источником интегрального типа. В этой главе приведены несколько примеров для каждой рассмотренной задачи.

В четвертой главе диссертации под названием **«Интегрирование модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза – синус-Гордона и уравнения Хироты с коэффициентами, зависящими от времени»** решены задачи Коши в классе быстроубывающих функций для уравнения мКдФ-синус-Гордона с коэффициентами, зависящими от времени, нагруженного уравнения мКдФ-синус-Гордона, уравнения мКдФ-синус-Гордона с коэффициентами, зависящими от времени и согласованным источником, нагруженного уравнения мКдФ-синус-Гордона с согласованным источником,

уравнения Хироты с коэффициентами, зависящими от времени и нагруженного уравнения Хироты методом обратных задач теории рассеяния.

В первом параграфе четвертой главы уравнение мКдФ-синус-Гордона с коэффициентами, зависящими от времени и нагруженное уравнение мКдФ-синус-Гордона интегрируются методом обратных задач теории рассеяния в классе быстроубывающих функций.

Во втором параграфе четвертой главы интегрируется уравнение мКдФ – синус-Гордона с коэффициентами, зависящими от времени и самосогласованным источником в классе быстроубывающих функций.

Пусть нам дана следующая система уравнений

$$u_{xt} + p(t)\left(\frac{3}{2}u_x^2 u_{xx} + u_{xxxx}\right) = q(t)\sin u + \omega(t)u_{xx} + $$

$$+2\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=0}^{m_k-1} C_{m_k-1}^{j}\left(f_{k1}^{j} f_{k1}^{m_k-1-j} - f_{k2}^{j} f_{k2}^{m_k-1-j}\right), \quad (23)$$

$$L(t) f_k^j = \xi_k f_k^j + j f_k^{j-1}, \quad \operatorname{Im}\xi_k > 0, \ \ k = \overline{1,N}, \ \ j = 0,1,\ldots,m_k - 1, \quad (24)$$

где

$$C_n^l = \frac{n!}{(n-l)!l!}, \quad u_x = \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}, \quad u_{xt} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x \partial t}, \ u_{xx} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2},$$

$$u_{xxxx} = \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4}, \ L(t) = i\begin{pmatrix} \frac{d}{dx} & \frac{u_x(x,t)}{2} \\ \frac{u_x(x,t)}{2} & -\frac{d}{dx} \end{pmatrix}$$

коэффициенты $\rho(t), \omega(t)$ уравнения (23) заданы и непрерывно дифференцируемы, вектор-функции $f_k^j = (f_{k1}^j(x,t),\ f_{k2}^j(x,t))^T$, $j = \overline{0, m_k - 1}$ принадлежат пространству $L^2(-\infty,\infty)$ для любого $t \ge 0$, $f_k^0 = \left(f_{k1}^0(x,t),\ f_{k2}^0(x,t)\right)^T$ является собственной вектор-функцией несамосопряженного оператора Дирака $L(t)$ отвечающая собственному значению ξ_k, $(\operatorname{Im}\xi_k > 0)$ кратности m_k, $k = \overline{1,N}$.

Мы будем рассматривать систему уравнений (23)-(24) с начальным условием

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in \mathbb{R}, \quad (25)$$

где начальная функция $u_0(x)$ $(-\infty < x < \infty)$ обладает следующими свойствами:

1)

$$u_0(x) \equiv 0 (\operatorname{mod} 2\pi) \quad \text{при} \quad |x| \to \infty;$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left((1+|x|)|u_0'(x)| + |u_0''(x)| + |u_0'''(x)| + |u_0''''(x)|\right)dx < \infty. \quad (26)$$

2) несамосопряжённый оператор Дирака

$$L(0) = i\begin{pmatrix} \dfrac{d}{dx} & \dfrac{u_x(x,0)}{2} \\ \dfrac{u_x(x,0)}{2} & -\dfrac{d}{dx} \end{pmatrix}$$

не имеет спектральных особенностей, а также обладает в точности N собственными значениями $\xi_1(0), \xi_2(0), \ldots, \xi_N(0)$ с кратностью $m_1(0), m_2(0), \ldots, m_N(0)$ в верхней комплексной полуплоскости.

Положим

$$\frac{1}{(m_k - 1 - j)!}\int_{-\infty}^{\infty}\left(f_{k1}^{m_k-1} f_{k2}^{m_k-1-j} + f_{k2}^{m_k-1} f_{k1}^{m_k-1-j}\right)dx = A_{m_k-1-j}^{k}(t), \qquad (27)$$

в котором $A_{m_k-1-j}^{k}(t)$ есть заданные непрерывные функции $(t \ge 0)$, $k = \overline{1, N}$, $j = \overline{0, m_k - 1}$.

Допустим, что функция $u(x,t)$ в достаточной степени гладкая и стремится к нулю при $x \to \pm\infty$ с вполне допустимой скоростью, т.е. выполняется:

$$u(x,t) \equiv 0 (\mathrm{mod}\, 2\pi) \text{ при } |x| \to \infty;\ \int_{-\infty}^{\infty}\left((1+|x|)\,|u_x(x,t)| + \sum_{j=2}^{4}\left|\frac{\partial^j u(x,t)}{\partial x^j}\right|\right)dx < \infty. \qquad (28)$$

Теорема 7. Предположим, что система функций $\left\{u(x,t),\ f_k^j(x,t),\ k = \overline{1,N},\ j = \overline{0, m_k - 1}\right\}$ представляет собой решение задачи (23)–(28), то тогда данные рассеяния оператора $L(t)$, $t > 0$, потенциалом которого служит $u(x,t)$, будут изменяться в зависимости от t в соответствии со следующим уравнениям

$$\frac{dr^+(\xi,t)}{dt} = \left(8i\xi^3 p(t) - \frac{iq(t)}{2\xi} + 2i\xi\omega(t)\right)r^+(\xi,t),\ (\mathrm{Im}\,\xi = 0); \qquad \frac{d\xi_n(t)}{dt} = 0,$$

$$\frac{d\varkappa_0^n(t)}{dt} = \left(8i\xi_n^3 p(t) - \frac{iq(t)}{2\xi_n} + 2i\xi_n\omega(t) - \frac{1}{2}A_0^n(t)\right)\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_1^n(t)}{dt} = \left(8i\xi_n^3 p(t) - \frac{iq(t)}{2\xi_n} + 2i\xi_n\omega(t) - \frac{1}{2}A_0^n(t)\right)\varkappa_1^n(t) +$$

$$+\left(24i\xi_n^2 p(t) + \frac{iq(t)}{2\xi_n^2} + 2i\omega(t) - \frac{1}{2}A_1^n(t)\right)\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_2^n(t)}{dt} = \left(8i\xi_n^3 p(t) - \frac{iq(t)}{2\xi_n} + 2i\xi_n\omega(t) - \frac{1}{2}A_0^n(t)\right)\varkappa_2^n(t) +$$

$$+\left(24i\xi_n^2 p(t) + \frac{iq(t)}{2\xi_n^2} + 2i\omega(t) - \frac{1}{2}A_1^n(t)\right)\varkappa_1^n(t) + \left(24i\xi_n p(t) - \frac{iq(t)}{2\xi_n^3} - \frac{1}{2}A_2^n(t)\right)\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_3^n(t)}{dt}=\left(8i\xi_n^3p(t)-\frac{iq(t)}{2\xi_n}+2i\xi_n\omega(t)-\frac{1}{2}A_0^n(t)\right)\varkappa_3^n(t)+$$

$$+\left(24i\xi_n^2p(t)+\frac{iq(t)}{2\xi_n^2}+2i\omega(t)-\frac{1}{2}A_1^n(t)\right)\varkappa_2^n(t)+$$

$$+\left(24i\xi_np(t)-\frac{iq(t)}{2\xi_n^3}-\frac{1}{2}A_2^n(t)\right)\varkappa_1^n(t)+\left(8ip(t)+\frac{iq(t)}{2\xi_n^4}-\frac{1}{2}A_3^n(t)\right)\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_{m_n-1-\nu}^n(t)}{dt}=(8i\xi_n^3p(t)+2i\xi_n\omega(t))\varkappa_{m_n-1-\nu}^n(t)+(24i\xi_n^2p(t)+2i\omega(t))\varkappa_{m_n-2-\nu}^n(t)+$$

$$+24i\xi_np(t)\varkappa_{m_n-3-\nu}^n(t)+(24i\xi_n^2p(t)+2i\omega(t))\varkappa_{m_n-2-\nu}^n(t)+24i\xi_np(t)\varkappa_{m_n-3-\nu}^n(t)+$$

$$+8ip(t)\varkappa_{m_n-4-\nu}^n(t)-\sum_{s=\nu}^{m_n-1}\left(\frac{(-1)^{m_n-1-s}iq(t)}{2\xi_n^{m_n-s}}+\frac{1}{2}A_{m_n-1-s}^n(t)\right)\varkappa_{s-\nu}^n(t),$$

$$n=\overline{1,N},\quad \nu=m_n-1,m_n-2,\ldots,0.$$

В оставшейся части этого параграфа показано, что нагруженное уравнение мКдФ-синус-Гордона также интегрируемо в классе быстроубывающих функций.

В третьем параграфе четвертой главы решается задача Коши для уравнения Хироты с коэффициентами, зависящими от времени и нагруженное уравнение Хироты методом обратных задач теории рассеяния в классе быстроубывающих функций.

Рассмотрим следующее

$$iu_t+p(t)\left(u_{xx}+2u|u|^2\right)+iq(t)\left(6|u|^2u_x+u_{xxx}\right)=0, \tag{28}$$

уравнение Хироты с коэффициентами, зависящими от времени, где $p(t),q(t)$ – заданные непрерывно дифференцируемые функции. Уравнение (28) рассматривается при начальном условии

$$u(x,0)=u_0(x), \tag{29}$$

где начальная функция $u_0(x)$ $(-\infty<x<\infty)$ обладает следующими свойствами:

1)

$$\int_{-\infty}^{\infty}(1+|x|)|u_0(x)|\,dx<\infty; \tag{30}$$

2) несамосопряжённый оператор Дирака $L(0)=i\begin{pmatrix}\dfrac{d}{dx} & -u(x,0)\\ -u^*(x,0) & -\dfrac{d}{dx}\end{pmatrix}$ не имеет спектральных особенностей, а также обладает в точности N собственными значениями $\xi_1(0),\xi_2(0),\ldots,\xi_N(0)$ с кратностью $m_1(0),m_2(0),\ldots,m_N(0)$ в верхней комплексной полуплоскости.

Решение $u(x,t)$ будем искать из следующего класса

$$\int_{-\infty}^{\infty}\left((1+|x|)|u(x,t)|+\sum_{k=1}^{3}\left|\frac{\partial^k u(x,t)}{\partial x^k}\right|\right)dx<\infty. \qquad (31)$$

Теорема 8. Предположим, что функция $u(x,t)$, представляющая собой потенциал оператора Дирака $L(t)$, является решением задачи (28)-(31), то тогда данные рассеяния оператора $L(t)$, $t>0$, потенциалом которого служит $u(x,t)$, будут изменяться в зависимости от t в соответствии со следующими дифференциальными уравнениями

$$\frac{dr^+(\lambda,t)}{dt}=\left(2i\lambda^2p(t)+4i\lambda^3q(t)\right)r^+(\lambda,t),\quad (\operatorname{Im}\lambda=0);\qquad \lambda_k(t)=\lambda_k(0),\quad k=\overline{1,N}$$

$$\frac{d\varkappa_0^n(t)}{dt}=\left(4i\lambda_n^2p(t)+8i\lambda_n^3q(t)\right)\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_1^n(t)}{dt}=\left(4i\lambda_n^2p(t)+8i\lambda_n^3q(t)\right)\varkappa_1^n(t)+\left(8i\lambda_np(t)+24i\lambda_n^2q(t)\right)\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_2^n(t)}{dt}=\left(4i\lambda_n^2p(t)+8i\lambda_n^3q(t)\right)\varkappa_2^n(t)+\left(8i\lambda_np(t)+24i\lambda_n^2q(t)\right)\varkappa_1^n(t)+$$

$$+\left(4ip(t)+24i\lambda_nq(t)\right)\varkappa_0^n(t),$$

$$\frac{d\varkappa_l^n(t)}{dt}=\left(4i\lambda_n^2p(t)+8i\lambda_n^3q(t)\right)\varkappa_l^n(t)+\left(8i\lambda_np(t)+24i\lambda_n^2q(t)\right)\varkappa_{l-1}^n(t)+$$

$$+\left(4ip(t)+24i\lambda_nq(t)\right)\varkappa_{l-2}^n(t)+8iq(t)\varkappa_{l-3}^n(t),\quad n=\overline{1,N},\ l=3,4,\ldots,m_n-1.$$

В конце этого параграфа интегрируется нагруженное уравнение Хироты. В четвертой главе представлены несколько примеров для каждой рассматриваемой задачи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационной работе предложена алгоритм нахождения решения задачи Коши для уравнения уравнения КдФ с дополнительными членами и самосогласованными источниками, обшего уравнения КдФ с дополнительными членами и самосогласованными источниками, нагруженного уравнения КдФ с самосогласованным источником, нагруженного общего уравнения КдФ с самосогласованным источником, уравнения мКдФ с дополнительным членом, нагруженного уравнения мКдФ, а также интегрированы уравнения синус-Гордона с коэффициентами, зависящими от времени, дополнительными членами и самосогласованными источниками, нагруженные уравнения синус-Гордона с согласованными источниками, уравнения мКдФ-синус-Гордона с коэффициентами, зависящими от времени, дополнительными членами и с самосогласованным источником и без источника, нагруженного уравнения мКдФ -синус-Гордона с самосогласованным источником и без источника, уравнения Хироты с коэффициентами, зависящими от времени и нагруженного уравнения Хироты в классе быстроубывающих функций.

Основные результаты диссертационной работы состоят в следующем:

1. Решалась задача Коши для уравнения КдФ и общего уравнения КдФ с дополнительными членами и самосогласованными источниками, нагруженного уравнения КдФ и нагруженного общего уравнения КдФ с самосогласованным источником в классе быстроубывающих функций.

2. Предложен алгоритм нахождения решения задачи Коши для уравнения мКдФ с дополнительным членом, нагруженного уравнения мКдФ в классе быстроубывающих функций.

3. Выведена эволюция данных рассеяния для оператора Дирака, поенциал которого представлят собой решение уравнения синус-Гордона (сГ) с коэффициентом, зависящим от времени, дополнительным членом и самосогласованным источником, нагруженного уравнения сГ с самосогласованным источником в классе быстроубывающих функций.

4. Получена система дифференциальных уравнений, описывающая динамику изменения по времени данных рассеяния оператора Дирака, потенциал которого является решением уравнения мКдФ-сГ с коэффициентами зависящими от времени, дополнительнымы членами и нагруженного уравнения мКдФ-сГ с самосогласованным источником и без источника в классе быстроубывающих функций.

5. Показана разрешимость задачи Коши для уравнения Хироты с коэффициентами, зависящими от времени в классе быстроубывающих функций, а также разрешимость задачи Коши для нагруженного уравнения Хироты в классе быстроубывающих функций.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING OF SCIENTIFIC DEGREES DSC.02/30.12.2019.FM.86.01 AT V.I. ROMANOVSKY INSTITUTE OF MATHEMATICS

URGENCH STATE UNIVERSITY

HOITMETOV UMID AZADOVICH

INTEGRATION OF NONLINEAR EVOLUTION EQUATIONS WITH TIME DEPENDENT COEFFICIENTS AND SELF-CONSISTENT SOURCES

01.01.02 – Differential Equations and Mathematical Physics

DISSERTATION ABSTRACT OF DOCTORAL DISSERTATION (DSc) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

URGENCH– 2024

The theme of dissertation of doctor of science (DSc) was registered at the Supr Attestation commission at the Ministry of Higher Education, science and rnnovation of the Republic of Uzbekistan under number B2023.4.DSc/FM234.

Dissertation has been prepared at the Urgench State University.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (Uzbek. Russian, English (summary)) on the website (http://kengash.mathinst.uz) and in the website of "ZiyoNet" Information and educational portal (http ://www. ziyonet.uz).

Scientific consultant:	**Khasanov Aknazar Bekdurdievich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Official opponents:	**Ashurov Ravshan Radjabovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
	Fayazov Kudratillo Sadridinovich Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
	Yaxshimuratov Alisher Bekchanovich Doctor of Physical and Mathematical Sciences
Leading organization:	**Khoja Akhmet Yessawi International Kazakh-Turkish University (Kazakhstan)**

Defense will take place on " 27 " February at 16:00 the meeting of Scientific council number DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 at V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics (Address: university str. 9, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph; (99871) - 207-9140). E-mail uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz.)

Doctoral dissertation is possible to review in Information-resource centre of V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics (is registered No. 178) (Address: University str. 9, Almazat area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (99871) - 207-91-40. E-mall: uzbmath@umail.uz, website: www.mathinst.uz).

Abstract of dissertation sent out on « 02 » February 2024 year

(Mailing report № 2 on « 02 » February 2024 year)

U.A. Rozikov
Chair of Scientific Council on award of scientific degrees, DSc., Academician

J.K. Adashev
Scientific secretary of Scientific Council on award of scientific degrees, DSc., Senior researcher

A.A. Azamov
Chairman of Scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degrees, DSc., Academician

Introduction (abstract of doctoral dissertation)

The aim of the research work is to integrate non-linear evolution equations of mathematical physics with time-dependent coefficients and additional terms in the class of rapidly decreasing functions.

The subject of the study are direct and inverse spectral problems for the non-self-adjoint Sturm-Liouville operator in the class of rapidly decreasing complex-valued functions when integrating the classical KdV equation and the general KdV equation, as well as direct and inverse spectral problems for the Dirac operator in the class of rapidly decreasing functions when integrating the mKdV, sine-Gordon, mKdV-sine-Gordon and Hirota equations.

Scientific novelty of the research work is as follows:

the solvability of the Cauchy problem for the general KdV equation with an additional term and sources and the loaded general KdV equation with sources in the class of rapidly decreasing functions is shown;

an algorithm is developed to find the solution of the Cauchy problem for the mKdV equation with an additional term and the loaded mKdV equation in the class of rapidly decreasing functions;

the complete integrability of the sine-Gordon equation with time-dependent coefficients, with additional terms and self-consistent sources and loaded sine-Gordon equations with self-consistent sources is proved;

the complete integrability of the mKdV-sG equation with time-dependent coefficients, with additional terms and the loaded mKdV-sG equation with self-consistent source and without source in the class of rapidly decreasing functions is proved;

the solvability of the Cauchy problem for the Hirota equation with time-dependent coefficients and the loaded Hirota equation in the class of rapidly decreasing functions is shown.

Implementation of the research results. Based on the results obtained from the integration of nonlinear evolution equations by the inverse scattering problem method:

algorithms of integration of the loaded Korteweg-de Vries equations and the loaded general Korteweg-de Vries equations with sources, the loaded modified Korteweg-de Vries equation and the sine-Gordon equation with time-dependent coefficients, additional term and with sources were used in the fundamental project OT-F4-64 "Development and numerical study of hydrodynamic models of fluid leakage and migration of substances in heterogeneous porous media" in the construction and numerical analysis of hydrodynamic models of leakage and migration of substances in heterogeneous porous media (Reference No. 04/11-4145 of Samarkand State University, November 11, 2023). The application of these scientific results allowed us to effectively calculate integral relations for the relative total and total mass transfer between zones in the numerical study of mass transfer issues taking into account the adsorption phenomenon in heterogeneous porous media consisting of macroporous and microporous cylindrical zones;

algorithms and methods of integration of the modified Korteweg-de Vries-sine-Gordon equation with time-dependent coefficients and additional terms in the class of rapidly decreasing functions were used to obtain a complete description of the fourth Calogero-Moser space and Poisson brackets in the scientific project “Homology, homotopy and categorical invariants in nonassociative groups and algebras” (Reference of the University of Santiago de Compostela, Spain, November 23, 2023). The application of the scientific results allowed us to determine the set of minimal formers of coordinate rings of the third and fourth Calogero-Moser spaces and to find algebraic relations between the formers, as well as to fully describe the Poisson algebraic structure on these spaces;

methods and algorithms of integration of the general Korteweg-de Vries equation with an additional term and with sources, modified Korteweg-de Vries equation with additional term were used in integration of nonlinear evolution equations in the fundamental project OT-F4-04(05) "Applications of spectral method to the solution of matrix nonlinear evolution equations; Biomechanics of the cardiovascular system" (Reference No. 01-04/01-11/3118 of Urgench State University, November 21, 2023). The application of these scientific results allowed us to integrate the loaded Korteweg-de Vries equation with a self-consistent source using the inverse problem method, to obtain a source construction algorithm for the loaded modified Korteweg-de Vries equation in the class of periodic functions, to develop an algorithm for solving the Cauchy problem for the matrix Korteweg-de Vries equation with an integral source.

The structure and volume of the thesis. The thesis consists of an introduction, four chapters, conclusion and titles of used literature. The full volume of the thesis is 214 pages.

E’LON QILINGAN ISHLAR RO‘YXATI
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I bo‘lim (I часть; I part)

1. Хоитметов У.А. О нахождении многосолитонных решений матричного уравнения Кортевега-де Фриза с самосогласованным источником // Доклады АН РУз, (2016), 6, С. 3-5. (01.00.00; № 7).
2. Khasanov A.B., Khoitmetov U.A. On Integration of Korteweg–de Vries Equation in a Class of Rapidly Decreasing Complex-Valued Functions // Russian Mathematics, (2018), 62(3), pp. 68-78. (3. Scopus, IF=0.388).
3. Хоитметов У., Собиров Ш. Интегрирование матричного уравнения Кортевега-де Фриза с интегральным источником // Илм Сарчашмалари, (2019), 2, С. 12-15. (01.00.00; № 12).
4. Хоитметов У., Собиров Ш. О нахождении многосолитонных решений матричного уравнения КдФ с самосогласованным источником интегрального типа // Илм Сарчашмалари, (2019), 4, С. 19-23. (01.00.00; № 12).
5. Hoitmetov U.A. Integration of the loaded Korteweg-de Vries equation in the class of rapidly decreasing complex-valued functions // Uzbek Mathematical Journal, (2020), 4, pp. 44-52. (01.00.00; № 6).
6. Хоитметов У.А. Интегрирование нагруженного модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза // Бюллетень Института математики, (2021), 4(3), С. 97-105. (01.00.00; № 17).
7. Khasanov A.B., Hoitmetov U.A. Integration of the general loaded Korteweg–de Vries equation with an integral type source in the class of rapidly decreasing complex-valued functions // Russian mathematics, (2021), 65:7, pp. 43-57. (3. Scopus, IF=0.343).
8. Hasanov A.B., Hoitmetov U.A. On Integration of the loaded Korteweg-de Vries equation in the class of rapidly decreasing functions // Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan, (2021), 47:2, pp. 250-261. (3. Scopus, IF= 0.518).
9. Хасанов А.Б., Хоитметов У.А. Интегрирование уравнения Кортевега-де Фриза с нагруженным членам в классе быстроубывающих функций. // Доклады АН РУз, (2021), 1, С. 13-18. (01.00.00; № 7).
10. Khasanov A.B., Hoitmetov U.A. On integration of the loaded mKdV equation in the class of rapidly decreasing functions // Bulletin of Irkutsk State University, Series Mathematics, (2021), 38, pp. 19-35. (3. Scopus, IF= 0.399).
11. Khasanov A.B., Hoitmetov U.A. On Complex-Valued Solutions of the General Loaded Korteweg–de Vries Equation with a Source // Differential Equations, (2022), 58(3), pp. 381-391. (3. Scopus, IF=0.533).

12. Khasanov A.B., Hoitmetov U.A. Integration of the loaded Korteweg-de Vries equation with a self-consistent source in the class of rapidly decreasing complex-valued functions // Transactions Issue Mathematics, National Academy of Sciences of Azerbaijan, (2022), 42(4), pp. 87–101. (3. Scopus, IF=0.258).
13. Hoitmetov U.A. Integration of the loaded general Korteweg-de Vries equation in the class of rapidly decreasing complex-valued functions // Eurasian Mathematical Journal, (2022), 13:2, pp. 43-54. (3. Scopus, IF=0.561).
14. Hoitmetov U.A. Integration of the Loaded KdV Equation with a Self-Consistent Source of Integral Type in the Class of Rapidly Decreasing Complex-Valued Functions // Siberian Advances in Mathematics, (2022), 32(2), pp. 102-114. (3. Scopus, IF=0.186).
15. Hoitmetov U.A. Integration of the sine-Gordon equation with a source and an additional term // Reports on Mathematical Physics, (2022), 90(2), pp. 221-240. (3. Scopus, IF=0.310).
16. Hoitmetov U.A. Integration of the sine-Gordon equation with variable time-dependent coefficients and additional terms // Bulletin of the Institute of Mathematics, (2022), Vol. 5, №5, pp. 21-35. (01.00.00; № 17).
17. Hoitmetov U.A. Integration of the Hirota equation with time-dependent coefficients // Theoretical and Mathematical Physics (Russian Federation), (2023), 214(1), pp. 24-35. (3. Scopus, IF=0.315).
18. Hoitmetov U.A. On the Cauchy problem for the mKdV–sine-Gordon equation with an additional term // Acta Applicandae Mathematicae, 2023, 184, 7, 15 pages, (3. Scopus, IF=0.659).
19. Hoitmetov U.A. Integration of the sine-Gordon equation with time-dependent coefficients and an additional term // Uzbek Mathematical Journal, (2023), Vol. 67, 1, pp. 30-40. (01.00.00; № 6).
20. Hoitmetov U.A. Integration of the loaded mKdV-sine-Gordon equation with a source // Siberian Electronic Mathematical Reports, (2023), Vol. 20, No. 2, pp. 859-879. (3. Scopus, IF= 0.416).

II бўлим (II часть; II part)

21. Хоитметов У.А. Интегрирование матричного уравнения Кортевега-де Фриза с самосогласованным источником интегрального типа // «Современные методы математической физики и их приложения» Республиканская конференция с участием зарубежный ученых, Ташкент 15-17 апреля 2015 г. С.102-104.
22. Хоитметов У.А. Интегрирование матричного уравнения Кортевега-де Фриза с самосогласованным источником // “Modern problems of dynamical systems and their applications”, Republic scientific conference with participation foreign scientists, Tashkent, May 1-3, 2017 pp. 178-179.
23. Хасанов А.Б., Хоитметов У.А. Интегрирование нагруженного уравнения Кортевега-де Фриза в классе быстроубывающих функций //

«Уфимская осенняя математическая школа – 2020», сборник тезисов международной научной конференции, г. Уфа, 11-14 ноября 2020 г., С. 130-133.
24. Хоитметов У.А., Мусаева Ф.К. Интегрирование нелинейного уравнения Кортевега-де Фриза с дополнительным членом в классе быстроубывающих комплекснозначных функций // Тезисы докладов республиканской научной конференция с участием зарубежных ученых «Современные методы математической физики и их приложения», Ташкент, 17–18 ноября 2020 г., С. 129-131.
25. Хоитметов У.А., Мусаева Ф.К. Интегрирование нагруженного уравнения КдФ с источником в классе быстроубывающих комплекснозначных функций // «Математиканинг замонавий масалалари: муаммолар ва ечимлар», Республика илмий анжумани, 21-23 октябр 2020 йил, Термиз, 190-194 б.
26. Xoitmetov U.A., Babadjanova A.K., Yuldashev S.A. Integration of the matrix mKdV equation with an integral type source in defocusing case // Тезисы докладов республиканской научной конференция с участием зарубежных ученых «Современные методы математической физики и их приложения», Ташкент, 17–18 ноября 2020 г., С. 156-161.
27. Хоитметов У.А. Юлдашев С. Интегрирование нагруженного уравнения мКдФ в классе быстоубывающих функций // «Глобаллашув даврида математика ва амалий математиканинг долзарб масалалари» Республика илмий анжумани, Тошкент, 2021 йил, 1-2 июн, б. 401-404.
28. Хоитметов У.А., Мусаева Ф. Интегрирование нагруженного общего уравнения Кортевега-де Фриза в классе быстроубывающих комплекснозначных функций // «Глобаллашув даврида математика ва амалий математиканинг долзарб масалалари» Республика илмий анжумани, Тошкент, 2021 йил, 1-2 июн, б. 404-408.
29. Хоитметов У.А. Об интегрировании нагруженного уравнения КдФ с источником интегрального типа в классе быстроубывающих комплекснозначных функций // Материалы международной научной конференции «Современные проблемы математики и физики», г.Стерлитамак, 12 – 15 сентября 2021 г. С. 292-298.
30. Хасанов А.Б., Хоитметов У.А. Интегрирование модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза с дополнительным членом // Материалы международной научной конференции «Уфимская осеняя математическая школа - 2021», г. Уфа, 6-9 октября 2021 г., С.111-113.
31. Хоитметов У.А., Хасанов Т.Г. Алгоритм решения задачи Коши для нагруженного уравнения Кортевега-де Фриза в классе быстроубывающих функций // Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых «Дифференциальные уравнения и родственные проблемы анализа» Бухара, 04–05 ноябрь, 2021 г., С. 282-284.

32. Хоитметов У.А., Собиров Ш.К. О решении задачи Коши для нагруженного модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза в классе быстроубывающих функций // Республиканская научно-практическая конференция «Актуальные вопросы математики и информационных систем», Ургенч, 12-13 ноября 2021г., С. 51-54.
33. Хоитметов У.А., Хасанов Т.Г. Интегрирование нагруженного уравнения Кортевега-де Фриза с источником в случае движущихся собственных значений // «Уфимская осенняя математическая школа – 2022», материалы международной конференции, г. Уфа, 28 сентября-1 октября 2022 г., С. 196-198.
34. Хоитметов У.А. Интегрирование нагруженного уравнения Хироты в классе быстроубывающих функций // «Актуальные задачи математики, механики и информатики», материалы международной конференции, посвященный 80-летию профессора Т.Г. Мустафина, 8-9 сентября 2022 г., Караганда, С. 166-168.
35. Хасанов А.Б., Хоитметов У.А. О нахождении быстроубывающих решений уравнения синус-Гордона с переменными, зависящими от времени коэффициентами и дополнительными членами // «Актуальные вопросы алгебры и анализа», сборник материалов республиканской научно-практической конференции, 18-19 ноября 2022 г., Термез, С. 199-201.
36. Хоитметов У.А. О задаче Коши для уравнения синус-Гордона с переменными коэффициентами, зависящими от времени и дополнительными членами // «Актуальные вопросы алгебры и анализа», сборник материалов республиканской научно-практической конференции, 18-19 ноября 2022 г., Термез, С. 203-205.
37. Хоитметов У.А. Хасанов Т.Г. Алгоритм решения задачи Коши для нагруженного уравнения Кортевега-де Фриза с источником в случае движущихся собственных значений в классе быстроубывающих функций // «Актуальные вопросы алгебры и анализа», сборник материалов республиканской научно-практической конференции, 18-19 ноября 2022 г., Термез, С. 205-207.
38. Хоитметов У.А. Нахождении быстроубывающих решений нагруженного уравнения синус-Гордон // Тезисы международной научно-практической конференции «Актуальные задачи математического моделирования и информационных технологий», 2-3 мая 2023 г., Нукус, С. 326-328.
39. Хоитметов У.А. О решении задачи Коши для нагруженного уравнения мКдФ-синус-Гордон с источником // Тезисы международной научно-практической конференции «Актуальные задачи математического моделирования и информационных технологий», 2-3 мая 2023 г., Нукус, С. 328-330.
40. Хоитметов У.А, Собиров Ш.К. Интегрирование нагруженного уравнения мКдФ с интегральным источником // Тезисы

международной научно-практической конференции «Актуальные задачи математического моделирования и информационных технологий», 2-3 мая 2023 г., Нукус, С. 330-332.
41. Хоитметов У.А. Об интегрировании модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза с дополнительным членом // Международная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы физики, математики и механики» 24-25 мая 2023 г., Бухара, С. 262-265.
42. Хоитметов У.А. Интегрирование уравнения синус-Гордон с зависящими от времени коэффициентами и дополнительным членом // «Современные проблемы анализа» материалы республиканской научной конференции, 2-3 июня 2023 года, Карши, С. 214-216.
43. Хоитметов У.А. Интегрирование нагруженного общего уравнения Кортевега-де Фриза в классе быстроубывающих комплекснозначных функций // «Современные проблемы анализа» материалы республиканской научной конференции, 2-3 июня 2023 года, Карши, С. 216-218.
44. Hoitmetov U.A. Integration of the Hirota equation with nonstationary coefficients // VII World Congress of Turkic World Mathematicians, 20-23 September 2023, Turkestan, pp. 126-127.
45. Hoitmetov U.A. Integration of the mKdV-sinus-Gordon Equation with non-stationary coefficients // “Actual problems of applied mathematics and information technologies” - Al-Khwarizmi 2023, 25-26 September 2023, Samarkand, pp. 191-192.

Avtoreferat “O‘zbekiston matematika jurnali” tahririyatida o‘zbek, rus va ingliz tillaridagi nusxalari 2024-yil 15-yanvarda tahrirdan o‘tkazilib, o‘zbek, rus va ingliz tillardagi matnlari o‘zaro muvofiqlashtirildi.

Bosmaxona litsenziyasi:

9338

Bichimi: 84x60 $^{1}/_{16}$. «Times New Roman» garniturasi.
Raqamli bosma usulda bosildi.
Shartli bosma tabog‘i: 3,75. Adadi 100 dona. Buyurtma № 6/24.

Guvohnoma № 851684.
«Tipograff» MCHJ bosmaxonasida chop etilgan.
Bosmaxona manzili: 100011, Toshkent sh., Beruniy ko‘chasi, 83-uy.