В.И.РОМАНОВСКИЙ НОМИДАГИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ

ШОЙИМАРДОНОВ СОБИРЖОН КОМИЛЖОНОВИЧ

ОКЕАН ЭКОСИСТЕМАЛАРИ ВА ЭПИДЕМИОЛОГИК МОДЕЛЛАРНИНГ ДИСКРЕТ ВАҚТЛИ ДИНАМИК СИСТЕМАЛАРИ

01.01.01 – Математик анализ

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

ТОШКЕНТ – 2022

УДК: 517.98

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси

Content of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical-mathematical sciences

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

В.И.РОМАНОВСКИЙ НОМИДАГИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ

ШОЙИМАРДОНОВ СОБИРЖОН КОМИЛЖОНОВИЧ

ОКЕАН ЭКОСИСТЕМАЛАРИ ВА ЭПИДЕМИОЛОГИК МОДЕЛЛАРНИНГ ДИСКРЕТ ВАҚТЛИ ДИНАМИК СИСТЕМАЛАРИ

01.01.01 – Математик анализ

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

ТОШКЕНТ – 2022

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2021.3.PhD/FM626 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация В.И.Романовский номидаги Математика институтида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, инглиз, рус (резюме)) Илмий кенгашнинг веб-саҳифасида (http://kengash.mathinst.uz) ва «ZiyoNet» Ахборот таълим порталида (http://www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар:	**Розиков Уткир Абдуллоевич** физика-математика фанлари доктори, профессор
Расмий оппонентлар:	**Абдуллаев Рустамбай Зайирович** физика-математика фанлари доктори, профессор
	Эшмаматова Дилфуза Бахромовна физика-математика фанлари номзоди, доцент
Етакчи ташкилот:	**Ўзбекистон Миллий университети**

Диссертация ҳимояси В.И.Романовский номидаги Математика институти ҳузуридаги DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2022 йил « 20 » декабр соат 16:00 даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 9-уй. Тел.: (+99871)-207-91-40, e-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz).

Диссертация билан В.И.Романовский номидаги Математика институтининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (152-рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 9-уй. Тел.: (+99871)-207-91-40.

Диссертация автореферати 2022 йил « 2 » декабр куни тарқатилди.
(2022 йил « 2 » декабрдаги 2-рақамли реестр баённомаси).

А.Азамов
Илмий даражалар берувчи
Илмий кенгаш раис ўринбосари,
ф.-м.ф.д., академик

Ж.К.Адашев
Илмий даражалар берувчи
Илмий кенгаш илмий котиби,
ф.-м.ф.д., катта илмий ходим

У.У.Жамилов
Илмий даражалар берувчи
Илмий кенгаш ҳузуридаги
Илмий семинар раиси,
ф.-м.ф.д., катта илмий ходим

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва заруряти. Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий ва амалий тадқиқотлар аксарият ҳолларда ночизиқли динамик системаларни тадқиқ қилиш масалаларига келтирилади. Динамик системалар одатда дифференциал тенгламалар (узлуксиз динамик системалар), айирмали тенгламалар (дискрет динамик системалар) ҳамда баъзи ҳолларда дифференциал-айирмали тенгламалар (кечикиш системалари) орқали ифодаланади. Динамик системалар назариясининг аҳамияти жараённинг дастлабки маълум ҳолатига нисбатан кейинги номаълум ҳолатини асосли прогноз қилиш бўлиб, у физика, биология, тиббиёт, иқтисодиётдаги масалаларни ҳал этишда муҳим рол ўйнайди. Шу боис, дискрет вақтли ночизиқли динамик системаларни, хусусан, популяцион генетикада кенг қўлланувчи квадратик стохастик операторлар ҳосил қилган динамикани тадқиқ этиш динамик системалар назариясидаги муҳим ва долзарб вазифалардан бири бўлиб қолмоқда.

Ҳозирги вақтда динамик системалар назарияси, айниқса ночизиқли динамик системалар учун траекториянинг лимит нуқталар тўпламини тавсифлаш, қўзғалмас ва даврий нуқталарнинг мавжудлигини ҳамда уларнинг турини аниқлаш, инвариант тўпламларни топиш, бифуркация содир бўлишини текшириш, системанинг турғунлиги ёки хаотик характерга эга эканлигини ўрганиш каби муаммолар кўплаб амалий масалаларни таҳлил қилишда кенг қўлланилмоқда. Бу борада океан экосистемаси учун чуқур биологик тадқиқотларга асосланган оптимал моделларни яратиш, турли эпидемиологик моделларни тадқиқ қилиш ҳамда уларни математик биологиянинг популяция масалаларига қўллаш мақсадли илмий тадқиқотлардан ҳисобланади.

Мамлакатимизда сўнгги йилларда фундаментал фанларнинг илмий ва амалий татбиқига эга бўлган геология, биология, математика ва физика фанларига эътибор кучайтирилмоқда. Жумладан, популяцион биология, тиббиёт, механика, электроника, иқтисодиёт ва оптимал бошқарув назарияларида кенг татбиқига эга бўлган ночизиқли динамик системалар назариясини ривожлантиришга алоҳида эътибор қаратилмоқда. Бу борада дискрет вақтли узлуксиз операторлар, жумладан квадратик ва кубик операторлар динамикаси билан боғлиқ салмоқли натижаларга эришилди. «Функционал анализ, математик физика ва статистик физика» фанларининг устувор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш математика фанининг асосий вазифалари ва фаолият йўналишлари этиб белгиланди[1]. Бу вазифалар ижросини таъминлашда илмий натижалардан илм-фаннинг турдош соҳаларида фойдаланиш мақсадида дискрет вақтли динамик системалар назариясини ривожлантириш муҳим аҳамиятга эга.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича харакатлар

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар маҳкамаси 2017 йил 18 майдаги «Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида»ги 292-сонли қарори.

стратегияси тўғрисида»ги ПФ-4947-сон Фармони, 2019 йил 9 июлдаги «Математика таълими ва фанларини янада ривожлантиришни давлат томонидан қўллаб-қувватлаш, шунингдек, Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академиясининг В.И.Романовский номидаги Математика институти фаолиятини тубдан такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги ПҚ-4387-сон Қарори ва 2020 йил 7 майдаги «Математика соҳасидаги таълим сифатини ошириш ва илмий-тадқиқотларни ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги ПҚ-4708-сонли Қарори ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив–ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишда ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялар ривожланишининг устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Кўпгина биологик ёки физик системаларнинг динамикасини тавсифлаш ночизиқли динамик системалар назариясига асосланади. Алфред Лотка томонидан 1910 йилда биринчи марта “йиртқич-ўлжа” модели таклиф қилинган ҳамда у томонидан 1925 йилда йиртқич ва ўлжанинг ўзаро таъсирини таҳлил қилиш учун тенгламалар келтирилган. Гарчи 1926 йилда Вито Вольтерра томонидан ҳам худди шундай тенгламалар берилган бўлса-да, у ўз моделини Лоткадан мустақил равишда ишлаб чиққанини эътироф этиш жоиз. Физик ёки биологик системаларда масса ва энергиянинг сақланиш қонуни амал қилиши керак. Одатда, экосистема моделларини қуриш ва ўрганиш жуда кўп параметрлар ҳосил бўлиши туфайли бирмунча мураккаб саналади. Н. Бриттон томонидан азот билан озиқланувчи фитопланктон ҳамда фитопланктон билан озиқланувчи зоопланктондан ташкил топган дастлабки океан экосистемаси модели узлуксиз вақтли динамик система сифатида келтирилган ва бу система қўзғалмас нуқталарининг турғунлиги баён қилинган. А.Митра ва бошқалар томонидан 2016 йилда фитопланктон, зоопланктон, миксопланктон, эриган органик моддалар, бактериялар ва эриган ноорганик моддаларнинг алмашинуви биологик томондан асослаб берилган.

Эпидемиологик моделлар ҳар бир синфдаги динамикани тавсифловчи оддий дифференциал тенгламалардан иборат. Бундай моделларнинг энг соддаси таъсирчан, касалланган ва тузалганлар динамикасини ўз ичига олади. Бу модел биринчи марта Кермак ва МакКендрик томонидан 1927 йилда таклиф қилинган. 1996 йилда Де Йонг ва бошқалар томонидан қорамоллар орасида респиратор синсициал вируси тарқалишини ўрганиш учун стохастик SISI модели яратилган. Кейинчалик Дэвид Гринхал ва бошқалар SISI моделини эмлашни ҳисобга олган ҳолда тадқиқ қилишган ҳамда бу моделнинг чўчқаларда Ауески касаллигига қўлланилиши муҳокама қилинган.

Эпидемиологияда иккита модел SEIR ва SEIS моделлари жуда кенг қўлланилади. SEIR модели учун эндемик мувозанатнинг глобал турғунлиги биринчи марта Ли ва Малдауни томонидан 1995 йилда кўрсатилган. Кейинчалик Коробейников ва Майни 2004 йилда SEIR моделида эндемик

мувозанатнинг глобал турғунлигини Ляпунов функциясидан фойдаланган ҳолда исботлаган. 2019 йилнинг охирида янги вирус (COVID -19) пайдо бўлгач, бутун дунёнинг диққат маркази ушбу касалликнинг тарқалишига қаратилди. 2020 йилда Радулеску ва бошқа муаллифлар анъанавий SEIR моделининг параметрларини COVID-19 касаллиги учун мослаштирди ҳамда касаллик тарқалишининг прогнозини ишлаб чиқди. Шунингдек, улар назорат чораларининг (кириш-чиқишни чеклаш, ҳаракатланиш чекловлари, ижтимоий масофа) самарадорлигини баҳолади. Юқоридаги барча моделлар ночизиқли динамик системалар бўлиб, дискрет вақт учун умумий назарияга эга эмас. Ночизиқли системалар назарияси ҳам кўпгина математиклар, масалан, В.Арнольд, А.Азамов, Г.Осипенко, К.Мураками, Ю.А. Кузнецовлар томонидан ривожлантирилмоқда. Квадратик ва кубик стохастик операторлар назарияси эса ўзбек математиклари Р.Н. Ганихўжаев, Н.Н. Ганихўжаев, Ў.А. Розиқов, Ф.Мухамедов, У.У. Жамилов, О.Н.Ҳакимов ва бошқалар орқали ривожланиб бормоқда. Популяция динамикаси назарияси ҳамда квадратик ва кубик стохастик операторлар ҳосил қилган дискрет вақтли динамик системалар борасидаги охирги натижалар Ў.А.Розиқовнинг «Популяция динамикаси» номли китобида келтирилган.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти В.И.Романовский номидаги Математика институтининг ОТ-Ф4-87 рақамли “Евклид ва псевдо-Евклид фазоларидаги эгри чизиқлар ва сиртларнинг глобал инвариантлари назарияси ва унинг механикага татбиқлари” (2017-2020 йй), ОТ-Ф4-82 рақамли “Операторлар ва ноассоциатив алгебраларда локал дифференциаллаш ва автоморфизмлар, ночизиқли динамик системаларда фаза алмашишлар ва хаос” (2017-2020 йй), ЁФА-Фтех-2018-78 “Аменабел бўлмаган графларда динамик ва термодинамик системалар” (2018-2019 йй) мавзусидаги илмий тадқиқот лойиҳалари доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади океан экосистемалар ва баъзи эпидемиологик моделларнинг (соғлом, касалланган ва тузалганларни акс эттирувчи жараёнлар) дискрет вақтли динамик системаларини симплексда аниқланган квадратик стохастик операторларга келтириш ва бу операторнинг хоссаларини исботлашдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

океан экосистемалари ва эпидемиологик моделларни квадратик стохастик операторларга келтириш учун параметрларга шартлар топиш;

опреторланинг қўзғалмас нуқталарини топиш ва уларнинг турларини анқилаш;

опреторларга нисбатан инвариант тўпламларни топиш;

қаралаётган квадратик стохастик операторлар траекторияларининг лимит характерларини ўрганиш.

Тадқиқотнинг объекти. 2-Вольтерра ва 4-Вольтерра операторлар ҳосил қилган океан экосистемаси моделлари ҳамда SEIR, SISI эпидемиологик моделлар.

Тадқиқотнинг предмети. Математик ва функционал анализ назарияси, дискрет вақтли динамик системалар назарияси.

Тадқиқотнинг усуллари. Диссертацияда математик ва функционал анализ, ночизиқли динамик системалар назарияси ҳамда инвариантлар назарияси усуллари қўлланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

фитопланктон, миксопланктон, зоопланктон, бактерия каби тирик организмлар ҳамда эриган органик ва ноорганик моддаларнинг ўзаро таъсир жараёнини ифодаловчи океан экосистемаси модели тузилган;

океан экосистемалари ва баъзи эпидемиологик моделлар ҳосил қилган операторларнинг параметрларига кичик ўлчамли симплексларни ўз-ўзига акслантириш шартлари топилган;

океан экосистемалари ва баъзи эпидемиологик моделлар орқали ҳосил қилингин квадратик стохастик операторларнинг қўзғалмас нуқталари ва бу операторларга нисбатан инвариант тўпламлар топилган;

соғлом, касалланган ва тузалганларни акс эттирувчи моделдан ҳосил қилинган операторнинг регулярлиги исботланган ҳамда соғлом популяциянинг юқори чегараси топилган;

океан экосистемалари ва баъзи эпидемиологик моделлари ҳосил қилган операторлар учун ихтиёрий бошланғич нуқтадан чиқувчи траекториянинг лимит нуқталари тасвирланган.

Тадқиқотнинг амалий натижаси. Диссертацияда олинган натижалар ва фойдаланилган усулларни олий ўқув юртлари магистрантлари ва таянч докторантлари учун махсус курсларда ўқитиш мумкин. Шунингдек, океан экосистемаси ва эпидемиологик моделлар учун олинган натижалар популяция прогнози соҳасида ёрдам беради.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги математик ва функционал анализ, дискрет вақтли динамик системалар назарияси усулларидан фойдаланилгани ҳамда олинган натижалар математик жиҳатдан қатъий исботлангани билан асосланади.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти квадратик стокастик операторлар ҳосил қилган динамик системаларнинг барқарор ёки беқарор хатти-ҳаракатларини аниқлашдан иборат.

Диссертациянинг амалий аҳамияти унинг океан экосистемасига, ҳайвонлар орасида баъзи вируслар ва одамлар орасида коронавирус тарқалишига татбиқ этилиши билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Океан экосистемалари ва эпидемиологик моделларнинг дискрет вақтли динамик системалари бўйича олинган натижалар асосида:

океан экосистемаси ҳосил қилган оператор учун ихтиёрий бошланғич нуқтадан чиқувчи траекториянинг лимит нуқталари таснифидан хорижий илмий журналларда (Linear and Multilinear Algebra, 2021; China Automation Congress, 2021; Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, 2022) квадратик

стохастик операторлар динамикасини таҳлил қилишда фойдаланилган. Илмий натижанинг қўлланиши чексиз ўлчамли квадратик стохастик операторлар учун чизиқли Ляпунов функциясини қуришни ва компьютер вируслари тарқалишини ифодаловчи SIS-SIR моделлари учун қўзғалмас нуқталар турғунлигини исботлаш имконини берган;

ночизиқли операторларнинг даврий нуқталари ва бу операторларга нисбатан топилган инвариант тўпламлардан хорижий-илмий журналларда (Bulletin of Mathematical Biology, 2022, 84(67); International Journal of Biomathematics, 2021, 14(8); Complexity, 2021) ночизиқли "йиртқич-ўлжа" моделлари динамикаси хоссаларини текширишда фойдаланилган. Илмий натижанинг қўлланиши "йиртқич-ўлжа" моделлари учун бифуркация ҳосил бўлиши ва Ляпунов кўрсаткичларини таҳлил қилиш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур тадқиқот натижалари 8 та халқаро ва 3 та республика илмий-амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Диссертация мавзуси бўйича жами 20 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий аттестация комиссиясининг фалсафа доктори диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 9 та мақола, жумладан, 5 таси хорижий ва 4 таси республика журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш қисми, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссертациянинг ҳажми 113 бетни ташкил этган.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган бўлиб тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг **"Дастлабки маълумотлар ва дискрет вақтли океан экосистемаси динамикаси"** деб номланган биринчи бобида, диссертация мавзусини тўла ёритиш учун зарур бўлган асосий таърифлар ва муҳим тушунчалар келтирилган. Шунингдек, азот, фитопланктон ва зоопланктондан иборат океан экосистемаси динамикаси ҳақидаги натижалар баён қилинган.

Дастлабки дискрет-вақтли популяция модели Мальтузиан (Томас Мальтуз, 1766-1834) тенгламаси деб номланувчи қуйидаги

$$N_{t+1} = (1 + b - d)N_t = \lambda N_t$$

тенгламадан (чизиқли) иборат, бу ерда b – вақт бирлиги ичида ўртача туғилишлар сони, d – вақт бирлиги ичидаги индивиднинг ўлиш эҳтимоли, N_t

эса t вақтдаги популяция миқдори, $\lambda -$ ўсиш тезлиги. Равшанки, агар λ ўзгармас сон бўлса у ҳолда Мальтузиан тенгламаси N_0 бошланғич нуқтага мос $N_t = N_0\lambda^n$ ечимга эга бўлади.

Умуман олганда чизиқли моделлардан кенг фойдаланиб бўлмайди, шунинг учун биз одатда ночизиқли моделларни ўрганамиз. Бир ўзгарувчининг дискрет динамик системаси қуйидагича

$$N_{t+1} = f(N_t),\ \ f: U \to U,\ \ N_t \in U \subseteq \mathbb{R},\ \ t \in \mathbb{Z},$$

ёки

$$f: U \to U,\ x \mapsto f(x), \quad x \in U \subseteq \mathbb{R} \tag{1}$$

ифодаланади.

Динамик системанинг асосий масаласи (1) нинг орбиталарини, яъни, қуйидаги нуқталар тўпламини (f тескариланувчи бўлса)

$$\left\{\cdots, f^{-n}(x_0), \cdots f^{-1}(x_0), x_0, f(x_0), \cdots f^n(x_0), \cdots\right\}$$

ёки (f тескариланувчи бўлмаса)

$$\left\{x_0, f(x_0), \cdots f^n(x_0), \cdots\right\},$$

тўпламни ўрганишдан иборат, бу ерда $x_0 \in U$ бошланғич нуқта, f^n ва f^{-n} лар индуктив тарзда

$$f^n(x_0) = f(f^{n-1}(x_0))$$
$$f^{-n}(x_0) = f^{-1}(f^{-n+1}(x_0))$$

каби аниқланади.

Умуман олганда бўш бўлмаган $U \subseteq \mathbb{R}^n$ тўплам учун $n-$ўлчовли дискрет динамик система ҳам

$$f: U \to U,\ \ x \mapsto f(x), \quad x \in U \subseteq \mathbb{R}^n \tag{2}$$

сингари аниқланади.

1-таъриф. *Агар p нуқта $f^n(p) = p$ тенгликни қаноатлантирса, у ҳолда p нуқта f акслантиришнинг n даврли даврий нуқтаси дейилади. $f^n(p) = p$ тенгламани қаноатлантирувчи энг кичик мусбат n сонига p нуқтанинг асосий даври дейилади.*

Таъкидлаш керакки, акслантиришнинг *қўзғалмас нуқтаси* бир даврли даврий нуқта сифатида қаралади.

2-таъриф. *Қуйидаги $(m-1)$-ўлчамли*

$$S^{m-1} = \left\{\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_m) \in \mathbb{R}^m :\ \ x_i \geq 0,\ \ \sum_{i=1}^{m} x_i = 1\right\}$$

симплексни ўзига акслантирувчи ҳамда

$$\left(V(x)\right)_k = \sum_{i,j=1}^{m} P_{ij,k} x_i x_j, \quad k \in \{1,2,\ldots,m\} \tag{3}$$

кўринишда аниқланган $V : S^{m-1} \to S^{m-1}$ *акслантириш квадратик стохастик оператор (КСО) дейилади, бу ерда,* $P_{ij,k}$ *коэффициентлар қуйидаги шартларни қаноатлантиради*

$$P_{ij,k} \geq 0, \ P_{ij,k} = P_{ji,k}, \ \sum_{k=1}^{m} P_{ij,k} = 1, \ i, j \in \{1,2,\ldots,m\}. \tag{4}$$

Агар (4) шартларга қўшимча равишда $k \notin \{i, j\}$ бўлганда $P_{ij,k} = 0$ бўлса, у ҳолда V оператор Вольтерра типидаги КСО дейилади.

Энди $l \in \{1,2,...,m\}$ сонни фиксирлаймиз ва фараз қиламизки, $P_{ij,k}$ лар қуйидаги шартларни қаноатлантирсин:

$$\left.\begin{array}{l} P_{ij,k} = 0, \text{ агар } k \notin \{i, j\}, \forall k \in \{1,2,...,l\}, \ i, j \in \{1,2,\ldots,m\} \\ P_{ij,k} > 0, \text{ агар } k \notin \{i, j\}, \forall k \in \{l+1,...,m\}, \text{ камида битта } (i, j) \text{ жуфтлик учун} \end{array}\right\} \tag{5}$$

3-таъриф. *Ҳар қандай фиксирланган* $l \in \{1,2,...,m\}$ *учун* (3), (4) *ва* (5) *шартлар билан аниқланган КСОга l-Вольтерра типидаги КСО дейилади.*

Биринчи бобнинг иккинчи параграфида ушбу

$$V : \begin{cases} x^{(1)} = x(1 - b + dy) \\ y^{(1)} = y(1 - a - dx + cz) \\ z^{(1)} = z(1 - cy) + ay + bx \end{cases} \tag{6}$$

оператор ҳосил қилган динамик система қаралган. Бу ерда x – зоопланктон таркибига кирувчи азот миқдори, y – фитопланктон таркибига кирувчи азот миқдори ҳамда z – истеъмол учун мавжуд азот миқдорининг бошланғич ҳолатини ифодалайди, $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

1-тасдиқ. *Агар параметрлар қуйидаги*

$$a, b \in [0,1], \ a - 1 \leq c \leq a + 1, \ \ b - 1 \leq d \leq 1 - a \tag{7}$$

шартларни қаноатлантирса (6) *оператор* S^2 *симплексни ўзига акслантиради ва оператор* (7) *шартлар билан 2-Вольтерра КСО бўлади.*

V операторнинг қўзғалмас нуқталари қуйидагилар:

$$\bar{\lambda}_0 = (0;0;1), \ \bar{\lambda}_1 = \left(0; 1 - \frac{a}{c}; \frac{a}{c}\right) (c \geq a, c \neq 0), \ \bar{\lambda}_2 = \left(\frac{cd - ad - bc}{d(c+d)}; \frac{b}{d}; \frac{a - b + d}{c + d}\right)$$

1-теорема. *Агар* $cd(c+d) = 0$ *бўлса у ҳолда ихтиёрий* $(x, y, z) \in S^2$ *бошланғич нуқта учун қуйидаги лимитга эга бўламиз:*

$$\lim_{n\to\infty} V^n(x,y,z) = \begin{cases} (x,y,z), & \text{агар } a=b=c=d=0 \\ (x,0,1-x), & \text{агар } a\neq 0, b=c=d=0 \\ (0,y,1-y), & \text{агар } a=c=d=0, b\neq 0 \\ (0,0,1), & \text{агар } ab\neq 0, c=d=0 \\ (1-z,0,z), & \text{агар } a=b=c=0, d>0 \\ (0,1-z,z), & \text{агар } a=b=c=0, d<0 \\ (0,\overline{y},1-\overline{y}), & \text{агар } a=c=0, bd\neq 0 \\ (\overline{x},0,1-\overline{x}), & \text{агар } b=c=0, ad\neq 0 \\ (0,0,1), & \text{агар } c=0, a>0, b>0, d\neq 0 \\ (x,1-x-a/c,a/c), & \text{агар } c>0, b=d=0 \\ (x,0,1-x), & \text{агар } b=d=0, c<0 \\ (0,0,1), & \text{агар } b\neq 0, c\leq a, d=0, \text{ ёки } y=0 \\ (0,1-a/c,a/c) & \text{агар } b\neq 0, c>a, d=0, \ y>0 \\ (0,0,1), & \text{агар } b\neq 0, c=-d\neq 0, 0<c\leq a, \\ (\tilde{x},0,1-\tilde{x}), & \text{агар } b=0, c=-d\neq 0, c\leq a, \\ (0,0,1), & \text{агар } b\neq 0, c=-d, c>a, y=0, \\ (x,0,1-x), & \text{агар } b=0, c=-d, c>a, y=0, \\ (0,1-a/c,a/c), & \text{агар } c>a, \ y>0, \end{cases}$$

бу ерда $\overline{x}, \overline{y}, \tilde{x}$ *лар бошланғич нуқтага боғлиқ функциялар.*

2-теорема. *Айтайлик* $cd(c+d)\neq 0$ *ва* $\lambda^0=(x^0;y^0;z^0)$ *бошланғич нуқта бўлсин. У ҳолда қуйидаги тасдиқлар ўринли:*

(1) *Агар* $c\leq a, b=0$ *бўлса у ҳолда*

$$\lim_{n\to\infty} V^n(\lambda^0) = \begin{cases} \overline{\lambda}_0, & \text{агар } x^0=0 \\ (\overline{x};0;1-\overline{x}), & \text{агар } x^0>0 \end{cases}$$

(2) *Агар* $c>a, b=0$ *бўлса у ҳолда*

$$\lim_{n\to\infty} V^n(\lambda^0) = \begin{cases} \overline{\lambda}_1, & \text{агар } x^0=0 \\ (x^0;0;1-x^0), & \text{агар } x^0>0, d=0 \\ (\overline{x};0;1-\overline{x}), & \text{агар } x^0>0, d>0 \\ \overline{\lambda}_1, & \text{агар } x^0>0, d<0 \end{cases}$$

(3) *Агар* $c<a, b>0$ *бўлса у ҳолда*

$$\lim_{n\to\infty} V^n(\lambda^0) = \overline{\lambda}_0 = (0,0,1),$$

(4) *Агар* $c>a, d<b, b>0$ *бўлса у ҳолда*

$$\lim_{n\to\infty} V^n(\lambda^0) = \begin{cases} (x^0, 0, 1-x^0), & \text{агар} \quad y^0 = 0, b = 0 \\ \overline{\lambda}_0, & \text{агар} \quad y^0 = 0, b \neq 0 \\ \overline{\lambda}_1, & \text{агар} \quad y^0 > 0 \end{cases}$$

(5) *Агар* $c > a,\ d > b > 0$ *бўлса у ҳолда*

$$\lim_{n\to\infty} V^n(\lambda^0) = \begin{cases} \overline{\lambda}_2, & \text{агар} \quad x^0 \neq 0, y^0 \neq 0 \\ \overline{\lambda}_0, & \text{агар} \quad y^0 = 0 \\ \overline{\lambda}_1, & \text{агар} \quad x^0 = 0 \end{cases}$$

бу ерда $\overline{x}$ *бошланғич нуқтага ва параметрларга боғлиқ.*

Диссертациянинг **“Планктонлар дискрет вақтли динамик системаси”** деб номланган иккинчи бобида, 6 та ўзгарувчидан иборат 12 параметрли янги океан экосистемаси модели тузилди ва динамикаси ўрганилди.

Қуйидаги $W : \mathbb{R}^6 \to \mathbb{R}^6$ операторни қарайлик:

$$W : \begin{cases} x_1^{(1)} = x_1(1 - a_4 + a_1 x_6 - a_2 x_2 - a_3 x_3) \\ x_2^{(1)} = x_2(1 - a_5 - a_6 + a_2 x_1) \\ x_3^{(1)} = x_3(1 - a_8 - a_9 + a_3 x_1 + a_7 x_6) \\ x_4^{(1)} = x_4(1 - a_{12} + a_{10} x_5 + a_{11} x_6) \\ x_5^{(1)} = x_5 + a_4 x_1 + a_5 x_2 + a_9 x_3 - a_{10} x_4 x_5 \\ x_6^{(1)} = x_6(1 - a_1 x_1 - a_7 x_3 - a_{11} x_4) + a_6 x_2 + a_8 x_3 + a_{12} x_4 \end{cases} \tag{8}$$

бу ерда барча параметрлар қатъий мусбат.

2-тасдиқ. *Агар қатъий мусбат* $a_1, \ldots, a_{12}$ *параметрлар қуйидаги шартларни қаноатлантирса*

$$\begin{gathered} a_1 \le 1, \quad a_6 \le 1, \quad a_{10} \le 1, \quad a_{12} \le 1, \\ a_2 + a_4 \le 1, \quad a_3 + a_4 \le 1, \quad a_5 + a_6 \le 1, \quad a_8 + a_9 \le 1, \\ |a_7 - a_8| \le 1, \quad |a_{11} - a_{12}| \le 1 \end{gathered} \tag{9}$$

у ҳолда $W\left(S^5\right) \subset S^5$ *бўлади. Ундан ташқари* (9) *шартлар асосида W оператор 4-Вольтерра КСО бўлади.*

Равшанки, $\Lambda = (0,0,0,0,\lambda,1-\lambda),\ \forall \lambda \in [0,1]$ нуқта W операторнинг қўзғалмас нуқтаси бўлади. Диссертация ишида W операторнинг барча қўзғалмас нуқталари топилган.

3-теорема. *Ихтиёрий* $\lambda^0 = \left(x_1^0, x_2^0, x_3^0, x_4^0, x_5^0, x_6^0\right) \in S^5$ *бошланғич нуқта учун траектория қуйидаги лимитларга эга*

$$\lim_{n\to\infty} W^n(\lambda^0) = \begin{cases} (0,0,0,0,1,0), & \text{агар } x_6^0 = x_6^{(1)} = 0 \\ (0,0,0,0,0,1), & \text{агар } x_5^0 = x_5^{(1)} = 0 \text{ ва } a_{11} \le a_{12} \\ \left(0,0,0,1-\dfrac{a_{12}}{a_{11}},0,\dfrac{a_{12}}{a_{11}}\right), & \text{агар } x_5^0 = x_5^{(1)} = 0 \text{ ва } a_{11} > a_{12} \\ (0,0,0,0,\bar{\lambda},1-\bar{\lambda}), & \text{агар } x_4^0 = 0 \\ (0,0,0,0,\hat{\lambda},1-\hat{\lambda}), & \text{агар } x_1^0 = 0 \text{ ва } a_7 \le a_8 + a_9,\ a_{10} + a_{11} \le a_{12} \\ (0,0,0,0,\tilde{\lambda},1-\tilde{\lambda}), & \text{агар } x_2^0 = x_3^0 = 0 \text{ ва } a_1 \le a_4,\ a_{10} + a_{11} \le a_{12} \end{cases}$$

бу ерда $\bar{\lambda}, \hat{\lambda}, \tilde{\lambda}$ *лар* λ^0 *га боғлиқ функциялардир.*

4-теорема. *Агар* $a_1 \le a_4$, $a_2 \le a_5 + a_6$, $a_3 + a_7 \le a_8 + a_9$, $a_{10} + a_{11} \le a_{12}$ *бўлса у ҳолда ихтиёрий* $\lambda^0 = \left(x_1^0, x_2^0, x_3^0, x_4^0, x_5^0, x_6^0\right) \in S^5$ *бошланғич нуқта учун*

$$\lim_{n\to\infty} W^n(\lambda^0) = (0,0,0,0,\bar{\lambda},1-\bar{\lambda})$$

лимит ўринли, бу ерда $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}(\lambda^0)$.

Диссертациянинг **“Дискрет-вақтли ночизиқли эпидемиологик моделлар”** деб номланган учинчи бобида, уч ўлчовли симплексда аниқланган ночизиқли операторлар динамикаси ўрганилган.

Учинчи бобнинг биринчи параграфида COVID-19 вируси тарқалишини ифодаловчи қуйидаги SEIR (Susceptible-Exposed-Infected-Recovered)

$$\begin{cases} dS/dt = -\beta S(I + qE)/N \\ dE/dt = \beta S(I + qE)/N - E/\delta \\ dI/dt = E/\delta - I/\gamma \\ dR/dt = I/\gamma \end{cases}$$

моделга мос

$$L: \begin{cases} x^{(1)} = x - \beta x(u + qy) \\ y^{(1)} = y - ay + \beta x(u + qy) \\ u^{(1)} = u - bu + ay \\ v^{(1)} = v + bu \end{cases} \tag{10}$$

оператор ўрганилган, бу ерда $a > 0, b > 0, \beta \ge 0, q \ge 0$ ҳамда

$$x = \frac{S}{N},\ y = \frac{E}{N},\ u = \frac{I}{N},\ v = \frac{R}{N},\ a = \frac{1}{\delta},\ b = \frac{1}{\gamma}.$$

3-тасдиқ. *Агар параметрлар*

$$a, b, \beta \in [0,1] \text{ ва } \beta q \le 1 \tag{11}$$

шартларни қаноатлантирса, у ҳолда $L\left(S^3\right) \subset S^3$ *бўлади ҳамда* (11) *шартлар билан L оператор КСО бўлади.*

4-тасдиқ. *Агар параметрлар* (11) *шартларни қаноатлантирса* (10) *оператор регуляр оператор бўлади.*

L оперторнинг қўзғалмас нуқталари тўрлами қуйидагича:

$$Fix(L)=\{\Lambda(x)=(x,0,0,1-x):\forall x\in[0,1]\}$$

5-тасдиқ. *Агар* $\beta=0$ *бўлса у ҳолда ихтиёрий* $\lambda^0=(x^0,y^0,u^0,v^0)\in S^3$ *бошланғич нуқта учун траектория қуйидаги лимитга эга:*

$$\lim_{n\to\infty}L^n(\lambda^0)=(x^0,0,0,1-x^0).$$

5-теорема. *Фараз қилайлик* (11) *шартлар бажарилсин. У ҳолда ихтиёрий* $\lambda^0=(x^0,y^0,u^0,v^0)\in S^3$ *бошланғич нуқта учун траектория қуйидаги лимитга эга:*

$$\lim_{n\to\infty}L^n(\lambda^0)=(\overline{x},0,0,1-\overline{x}).$$

бу ерда $\overline{x}$ *параметрларга ва бошланғич нуқта* λ^0 *га боғлиқ ҳамда* $\overline{x}<\dfrac{ab}{\beta(a+bq)}$

бўлади.

Учинчи бобнинг иккинчи параграфида **қайта касалланиш ҳисобга олинган** эпидемик SISI (Susceptible- Infected- Susceptible - Infected) моделининг қуйидаги дискрет кўриниши учун қўзғалмас нуқталар, уларнинг турлари, мусбат қўзғалмас нуқталарнинг мавжудлиги масалалари қаралган:

$$Q:\begin{cases}x^{(1)}=x+b-bx-\beta_1A(u,v)x\\u^{(1)}=u-bu-\alpha u+\beta_1A(u,v)x\\y^{(1)}=y-by+\alpha u-\beta_2A(u,v)y\\v^{(1)}=v-bv+\beta_2A(u,v)y\end{cases}\tag{12}$$

бу ерда $A(u,v)=k_1u+k_2v.$

6-тасдиқ. *Агар номанфий* $b,\alpha,\beta_1,\beta_2,k_1,k_2$ *параметрлар қуйидаги шартларни қаноатлантирса*

$$\begin{aligned}&\alpha+b\le1,\quad \beta_1k_2\le2,\quad \beta_2k_1\le2,\\&b+\beta_2k_2\le1,\quad |b-\beta_1k_1|\le1,\quad |b-\beta_2k_2|\le1,\\&|b-\beta_1k_2|\le1,\quad |\alpha+b-\beta_1k_1|\le1,\quad |\alpha-b-\beta_2k_1|\le1\end{aligned}\tag{13}$$

у ҳолда $Q(S^3)\subset S^3$ *(*S^3 *тўплам* Q *операторга нисбатан инвариант) ҳамда* $Q-$*квадратик стохастик оператор бўлади.*

7-тасдиқ. Q *операторнинг қўзғалмас нуқталари тўплами қуйидагича:*

$$Fix(Q)=\begin{cases}\{e_1\} & \\ \{e_4\}\cup\Lambda_9, & \text{агар } b=0\\ \Lambda_6\cup\Lambda_9, & \text{агар } b=\alpha=0\\ \Lambda_8\cup\Lambda_9, & \text{агар } b=\beta_1=0\\ \Lambda_5\cup\Lambda_9, & \text{агар } b=\beta_2=0\\ \{e_4\}\cup\Lambda_9, & \text{агар } b=k_1=0\\ \Lambda_5\cup\Lambda_{12}, & \text{агар } b=k_2=0\\ \Lambda_9\cup\Lambda_{13}, & \text{агар } b=\alpha=\beta_1=0\\ \Lambda_9\cup\Lambda_{11}, & \text{агар } b=\alpha=\beta_2=0\\ \Lambda_6\cup\Lambda_{14}, & \text{агар } b=\alpha=k_1=0\\ \Lambda_6\cup\Lambda_{12}, & \text{агар } b=\alpha=k_2=0\\ \Lambda_{12}, & \text{агар } b=\beta_1=\beta_2=0\\ \Lambda_8\cup\Lambda_9, & \text{агар } b=\beta_1=k_1=0\\ \Lambda_{12}, & \text{агар } b=\beta_1=k_2=0\\ \Lambda_5\cup\Lambda_9, & \text{агар } b=\beta_2=k_1=0\\ \Lambda_{12}, & \text{агар } b=\beta_2=k_2=0\\ S^3, & \text{агар } b=\alpha=k_1=k_2=0 \text{ ёки } b=\alpha=\beta_1=\beta_2=0\\ \{e_1,\lambda_{15}\}, & \text{агар } b>0,\alpha=0,\ \beta_1k_1>b\\ \{e_1,\lambda_{16}\}, & \text{агар } b>0,\alpha>0,\beta_2=0,\ \beta_1k_1>b+\alpha\\ \{e_1,\lambda_{17}\}, & \text{агар } \alpha b\beta_1\beta_2k_1>0\end{cases}$$

бу ерда қулайлик учун қуйидаги белгилашлар киритилган:

$$e_1=(1,0,0,0),\quad e_2=(0,1,0,0),\quad e_3=(0,0,1,0),\quad e_4=(0,0,0,1),$$
$$\Lambda_5=\{\lambda=(x,u,y,v)\in S^3: x=u=0\},\quad \Lambda_6=\{\lambda=(x,u,y,v)\in S^3: x=y=0\},$$
$$\Lambda_7=\{\lambda=(x,u,y,v)\in S^3: x=v=0\},\quad \Lambda_8=\{\lambda=(x,u,y,v)\in S^3: u=y=0\},$$
$$\Lambda_9=\{\lambda=(x,u,y,v)\in S^3: u=v=0\},\quad \Lambda_{10}=\{\lambda=(x,u,y,v)\in S^3: y=v=0\},$$
$$\Lambda_{11}=\{\lambda=(x,u,y,v)\in S^3: x=0\},\quad \Lambda_{12}=\{\lambda=(x,u,y,v)\in S^3: u=0\},$$
$$\Lambda_{13}=\{\lambda=(x,u,y,v)\in S^3: y=0\},\quad \Lambda_{14}=\{\lambda=(x,u,y,v)\in S^3: v=0\},$$
$$\lambda_{15}=\left(\frac{b}{\beta_1k_1},\frac{\beta_1k_1-b}{\beta_1k_1},0,0\right),\ \lambda_{16}=\left(\frac{b+\alpha}{\beta_1k_1},\frac{b(\beta_1k_1-b-\alpha)}{\beta_1k_1(b+\alpha)},\frac{\alpha(\beta_1k_1-b-\alpha)}{\beta_1k_1(b+\alpha)},0\right),$$
$$\lambda_{17}=\left(\frac{b}{b+\beta_1A},\frac{b\beta_1A}{(b+\beta_1A)(b+\alpha)},\frac{\alpha b\beta_1A}{(b+\beta_1A)(b+\beta_2A)(b+\alpha)},\frac{\alpha\beta_1\beta_2A^2}{(b+\beta_1A)(b+\beta_2A)(b+\alpha)}\right),$$

бу ерда A сони

$$\frac{b\beta_1k_1}{(b+\beta_1A)(b+\alpha)}+\frac{\alpha\beta_1\beta_2k_2A}{(b+\beta_1A)(b+\beta_2A)(b+\alpha)}=1$$

тенгламанинг мусбат ечими.

8-тасдиқ. *Агар* $\beta_1 = \beta_2 = 0$ *бўлса у ҳолда ихтиёрий* $\lambda^0 = \left(x^0, u^0, y^0, v^0\right) \in S^3$ *бошланғич нуқта учун (қўзғалмас нуқтадан ташқари) траектория қуйидаги лимитга эга*

$$\lim_{x\to\infty} Q^n(\lambda^0) = \begin{cases} \lambda^0, & \text{агар } \alpha = b = 0 \\ (x^0, 0, 1 - x^0 - v^0, v^0), & \text{агар } b = 0, \alpha > 0 \\ e_1, & \text{агар } b > 0 \end{cases}$$

9-тасдиқ. *Агар* $b = \alpha = 0$ *бўлса у ҳолда ихтиёрий* $\lambda^0 = \left(x^0, u^0, y^0, v^0\right) \in S^3$ *бошланғич нуқта учун (қўзғалмас нуқтадан ташқари) траектория қуйидаги лимитга эга*

$$\lim_{n\to\infty} Q^n(\lambda^0) = \begin{cases} \lambda^0, & \text{агар } k_1u^0 + k_2v^0 = 0 \\ (0, 1 - y^0 - v^0, y^0, v^0), & \text{агар } \beta_1 > 0, \beta_2 = 0, k_1u^0 + k_2v^0 > 0 \\ (0, u^0, 0, 1 - u^0), & \text{агар } \beta_1 > 0, \beta_2 > 0, k_1u^0 + k_2v^0 > 0 \end{cases}$$

10-тасдиқ. *Агар* $\beta_1 = 0,\ \beta_2 > 0$ *бўлса у ҳолда ихтиёрий* $\lambda^0 = \left(x^0, u^0, y^0, v^0\right) \in S^3$ *бошланғич нуқта учун (қўзғалмас нуқтадан ташқари) траектория қуйидаги лимитга эга*

$$\lim_{n\to\infty} Q^n(\lambda^0) = \begin{cases} \lambda^0, & \text{агар } \alpha = b = 0, k_1u^0 + k_2v^0 = 0 \\ (x^0, 1 - x^0, 0, 0), & \text{агар } \alpha = b = 0, k_1u^0 + k_2v^0 > 0, y^0 = v^0 = 0 \\ (x^0, u^0, 0, 1 - x^0 - u^0), & \text{агар } \alpha = b = 0, k_1u^0 + k_2v^0 > 0, y^0 + v^0 > 0 \\ e_1, & \text{агар } b > 0 \\ (x^0, 0, \overline{y}, 1 - x^0 - \overline{y}), & \text{агар } b = 0, \alpha > 0, k_2 = 0, \text{ буерда } \overline{y} = \overline{y}(\lambda^0) \\ (x^0, 0, 1 - x^0, 0), & \text{агар } b = 0, \alpha > 0, k_2 > 0, k_1u^0 + k_2v^0 = 0 \\ (x^0, 0, 0, 1 - x^0), & \text{агар } b = 0, \alpha > 0, k_2 > 0, k_1u^0 + k_2v^0 > 0 \end{cases}$$

11-тасдиқ. *Агар* $\alpha = k_2 = 0$ *бўлса у ҳолда ихтиёрий* $\lambda^0 = \left(x^0, u^0, y^0, v^0\right) \in S^3$ *бошланғич нуқта учун (қўзғалмас нуқтадан ташқари) траектория қуйидаги лимитга эга*

$$\lim_{n\to\infty} Q^n(\lambda^0) = \begin{cases} e_1, & \text{агар } \beta_1 k_1 \le b \text{ ёки } u^0 = 0 \\ \lambda_{15}, & \text{агар } \beta_1 k_1 > b \text{ ва } u^0 = 0 \end{cases}$$

12-тасдиқ. *Агар* $\beta_2 = 0,\ \beta_1 > 0$ *бўлса у ҳолда ихтиёрий* $\lambda^0 = \left(x^0, u^0, y^0, v^0\right) \in S^3$ *бошланғич нуқта учун (қўзғалмас нуқтадан ташқари) траектория қуйидаги лимитга эга:*

$$\lim_{n\to\infty} Q^n(\lambda^0) = \begin{cases} (x^0, 0, 1 - x^0 - v^0, v^0), & \text{агар } b = 0, \alpha > 0 \text{ ва } k_1u^0 + k_2v^0 = 0 \\ (0, 0, 1 - v^0, v^0), & \text{агар } b = 0, \alpha > 0,\ k_2v^0 > 0 \\ (\overline{x}, 0, 1 - \overline{x} - v^0, v^0), & \text{агар } b = k_2v^0 = 0,\ k_1u^0 > 0, \alpha > 0 \\ e_1, & \text{агар } b\alpha > 0,\ k_1u^0 + k_2v^0 = 0, \\ e_1, & \text{агар } b\alpha > 0, k_2v^0 = 0, \beta_1 k_1 \le b + \alpha, \end{cases}$$

6-теорема. *Агар* $\beta_2 = 0$ *ва* $\beta_1 k_1 > b + \alpha, b\alpha > 0$ *бўлса у ҳолда* λ_{16} *нуқтанинг шундай* $U(\lambda_{16})$ *атрофи мавжудки, ихтиёрий* $\lambda^0 = (x^0, u^0, y^0, v^0) \in U(\lambda_{16})$ *бошланғич нуқта учун (қўзғалмас нуқтадан ташқари) траектория қуйидаги лимитга эга:*

$$\lim_{n\to\infty} Q^n(\lambda^0) = \lambda_{16}.$$

7-теорема. *Агар* $k_2 = 0$ *ҳамда* $u^0 = 0$ *ёки* $\beta_1 k_1 \le b + \alpha$ *бўлса у ҳолда ихтиёрий* $\lambda^0 = (x^0, u^0, y^0, v^0) \in S^3$ *бошланғич нуқта учун (қўзғалмас нуқтадан ташқари) траектория қуйидаги лимитга эга:*

$$\lim_{n\to\infty} Q^n(\lambda^0) = e_1 = (1,0,0,0).$$

ХУЛОСА

Диссертация иши асосан симплексларда аниқланган узлуксиз квадратик стохастик операторларнинг дискрет вақтли динамик системаларини тадқиқ қилишга бағишланган.

Тадқиқотнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат:

1. Азот, фитопланктон ва зоопланктондан иборат океан экосистемасининг дискрет вақтли динамикаси операторни икки ўлчамли симплекда аниқланган КСОга келтириш орқали ўрганилди. Бунда қўзғалмас нуқталар турлари аниқланди ва барча траекторияларнинг лимит нуқталари тўплами тавсифланган.
2. Планктонлар, бактериа ва органик моддалардан иборат олтита ўзгарувчили океан экосистемаси модели тузилди ва беш ўлчамли симплексда аниқланган операторнинг барча қўзғалмас нуқталари топилди ҳамда траекториянинг лимит нуқталари тадқиқ этилди.
3. S-соғлом, E-касаллик юқтирган (симптомларсиз), I-касалланган (симптомлар билан), R-тузалган аҳоли қатламларидан иборат SEIR-эпидемик моделнинг дискрет-вақтли динамикаси тўла ўрганилди ва SARS-Cov-19 коронавирус тарқалишига тадбиқи қаралди.
4. Қайта касалланиш ҳисобга олинган SISI эпидемик моделнинг барча қўзғалмас нуқталари ва баъзи қўзғалмас нуқталарнинг уларнинг турлари аниқланди. SISI эпидемик модели ёрдамида уч ўлчамли симплексда аниқланган опреаторнинг мусбат қўзғалмас нуқталари мавжудлиги исботланди.
5. Дискрет-вақтли SISI эпидемик модели ҳосил қилган оператор учун инвариантлик назарияси, топологик қўшма операторлар хоссаларидан фойдаланиб траекторияларнинг асимптотик характери ўрганилди.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING OF THE SCIENTIFIC DEGREES DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 INSTITUTE OF MATHEMATICS NAMED AFTER V.I. ROMANOVSKIY

INSTITUTE OF MATHEMATICS

SHOYIMARDONOV SOBIRJON KOMILJONOVICH

DISCRETE-TIME DYNAMICAL SYSTEMS OF OCEAN ECOSYSTEMS AND EPIDEMIOLOGICAL MODELS

01.01.01-Mathematical analysis

ABSTRACT OF THESIS OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PHD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

TASHKENT-2022

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2021.3.PhD/FM626.

Dissertation has been prepared at Institute of Mathematics named after V.I. Romanovsky.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (Uzbek, English, Russian (summary)) on the website http://kengash.mathinst.uz and in the website of "ZiyoNet" Information and educational portal http://www.ziyonet.uz/.

Scientific supervisor:	**Rozikov Utkir Abdulloevich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Official opponents:	**Abdullayev Rustambay Zayirovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
	Eshmamatova Dilfuza Bakhromovna Candidate of Physical and Mathematical Sciences,Docent
Leading organization:	**National university of Uzbekistan**

Defense will take place « 20 » December 2022 at 16:00 at the meeting of Scientific Council number DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 at Institute of Mathematics named after V.I. Romanovsky. (Address: University str. 9, Almazar area, Tashkent city, 100174, Uzbekistan, Ph.: (99871) 207-91-40, e-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz)

Dissertation is possible to review in Information-resource center at Institute of Mathematics named after V.I. Romanovsky (is registered № 152). (Address: University str. 9, Almazar area, Tashkent city, 100174, Uzbekistan, Ph.: (99871)-207-91-40).

Abstract of dissertation sent out on « 2 » December 2022 year
(Mailing report № 2 on « 2 » December 2022 year)

A.Azamov
Deputy Chairman of Scientific Council
on award of scientific degrees,
D.F.-M.S., Academician

J.K.Adashev
Scientific secretary of Scientific Council
on award of scientific degrees,
D.F.-M.S., Senior researcher

U.U.Jamilov
Chairman of Scientific seminar under
Scientific Council on award of scientific degrees,
D.F.-M.S., Senior researcher

INTRODUCTION

Actuality and demand of the theme of the dissertation. Many scientific and practical researches conducted worldwide are mostly related to the research of nonlinear dynamic systems. Dynamical systems are usually represented by differential equations (continuous dynamical systems) or difference equations (discrete dynamical systems). Some situations may also be modeled by mixed operators, such as differential-difference equations (time-delay systems). The importance of the theory of dynamic systems is reasonable forecasting of the next unknown state of the process in relation to the initial known state, and it plays an important role in solving problems in physics, biology, medicine, and economics. Therefore, the study of discrete-time nonlinear dynamic systems, in particular, the dynamics generated by quadratic stochastic operators widely used in population genetics, remains one of the important and urgent tasks in the theory of dynamic systems.

Currently, the theory of dynamical, especially for nonlinear dynamical systems, problems such as describing the set of limit points of the trajectory, determining the existence of fixed and periodic points and their types, finding invariant sets, checking the occurrence of bifurcations, and studying whether the system is stable or chaotic are widely used in analysis of many practical issues. In this regard, the creation of optimal models for the ocean ecosystem based on deep biological research, study of various epidemiological models and their application to population problems of mathematical biology are targeted scientific researches.

In our country much attention has been paid to mathematics, physics, geology and biological sciences, which have scientific and practical applications of fundamental sciences. In particular, special attention is paid to the development of the theory of nonlinear dynamical systems which has wide application in population biology, medicine, mechanics, electronics, economics, and theories of optimal management. In this regard, important results related to the dynamics of discrete-time continuous operators, including quadratic and cubic operators, have been achieved. Conducting scientific research at the level of international standards in the priority areas of "Functional analysis, mathematical physics and statistical physics" was defined as the main tasks and areas of activity of mathematics[1]. It is important to develop the theory of discrete-time dynamic systems in order to use scientific results in related fields of science to ensure the performance of these tasks.

The subject and object of research of this dissertation are in line with tasks identified in the Decrees of the President of the Republic of Uzbekistan UP-4947 of February 7, 2017 "On the strategy of action for the further development of the Republic of Uzbekistan", PD-2789 dated February 17, 2017 "On measures to further improvement of the activities of the Academy of Sciences, organization,

[1] Decree of Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan at the 2017 year 18 May « On measures on the organization of activities of the first created scientific research institutions of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan» № 292 dated May 17, 2017.

management and financing of research activities", PD-4387 from July 9, 2019 "On measures to further development of mathematical education and science, and also root improvement of the activity of the Uzbekistan Academy of Sciences V.I.Romanovsky Institute of Mathematics", and also PD-4708 from May 7, 2020 "On measures to improve the quality of education and research in mathemtics" as well as in other regulations related to basic science.

Connection of research to priority directions of development of science and technologies of the Republic. This study was performed in accordance with the priority areas of science and technology of the Republic of Uzbekistan IV, "Mathematics, Mechanics and Computer Science".

The degree of scrutiny of the problem. The description of the dynamics of many biological or physical systems is based on the theory of dynamical systems. In 1910, first prey-predator model proposed by Alfred Lotka and 1925 he provided equations for analyzing the predator-prey interaction. In 1926, Vito Volterra developed his model independently from Lotka and by him the same equations were given. In all physical or biological systems, the law of conservation of mass and energy must hold. Typically, the construction and study of ecosystem models is more complicated due to the large number of parameters. In 2003, N. Britton considered first ocean ecosystem model in continuous time consisting of phytoplankton feeding on nitrogen and zooplankton feeding on the phytoplankton and the stability of fixed points was investigated. In 2016, by A.Mitra et al., the cycle of phytoplankton, zooplankton, mixoplankton, dissolved organic matter, bacteria and dissolved inorganic matter was given with biological explainations.

Epidemiological models consist of systems of ODEs that describe the dynamics in each class in popolation. One of the simplest models involves the dynamics of susceptible, infectious, and recovered individuals. The model was first proposed by Kermack and McKendrick in 1927. In 1996 by De Jong et al, it was build a stochastic SISI model to study the spread of bovine respiratory syncytial virus (BRSV) amongst cattle. Later, in the article of David Greenhalgh et al. considered SISI models with vaccination and discussed applications to Aujesky's disease (pseudorabies virus) in pigs.

In epidemiology, two models SEIR (Susceptible-Exposed-Infected-Recovered) and SEIS (Susceptible-Exposed-Infected-Susceptible) models are very widely used. The global stability of the endemic equilibrium for the SEIR model was first established by Li and Muldowney using different techniques. Korobeinikov and Maini proved the global stability of the endemic equilibrium of the SEIR model using Lyapunov function. After the novel coronavirus (COVID - 19) appeared in late 2019, the whole world focused on this disease. By Anca Radulescu et.al adapted a traditional SEIR epidemic model to the specific dynamic compartments and epidemic parameters of COVID-19. They generated predictions, and assess the efficiency of these control measures (closures, mobility restrictions, social distancing). All of the above models are non-linear dynamical systems that do not have a general theory in discrete time. The theory of nonlinear systems is also being developed by many mathematicians, for example, V.Arnold,

A.Azamov, G. Osipenko, K. Murakami, Y.A. Kuznetsov. The theory of quadratic and cubic stochastic operators is developing by uzbek mathematicians R.N. Ganikhodzhaev, N.N. Ganikhodzhaev, U.A. Rozikov, F. Mukhamedov, U.U. Jamilov, O.Khakimov and many others. In the book "Population dynamics" of U.A. Rozikov, the results about the theory of population dynamics and discrete time dynamical systems generated by quadratic and cubic stochastic operators are presented.

Connection of the theme of the dissertation with the research works of higher education, where the dissertation is carried out.

The dissertation research is done in accordance with the planned theme of scientific research OT-F4-87 "The theory of global invariants of curves and surfaces in Euclidean and pseudo-Euclidean spaces and its applications in mechanics" (2017-2020), OT-F4-82 "Local derivations and automorphisms of operator and nonassociative algebras, phase transitions and chaos in nonlinear dynamical systems" (2017-2020) and scientific research YoFA-Ftex- 2018-78 "Dynamical and thermodynamical systems on non-amenable graphs" (2018–2019) at the V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics.

The aim of research work is to study of discrete-time dynamical systems of ocean ecosystems and some epidemiological models (illustrating the interaction between susceptible, infected and recovered populations) that are reduced to quadratic stochastic operators (QSO) on the simplex.

Research problems:

to find conditions for parameters of ocean ecosystems and epidemiological models for reduction them to quadratic stochastic operators;

to find fixed points for the operators and to determine their types;

to investigate invariant sets with respect to operators;

to study the limit behaviour of trajectories of the considering QSOs.

The research object: Ocean ecosystem models generated by 2-Volterra and 4-Volterra QSO, SEIR and SISI epidemic models.

The research subject: Mathematical and functional analysis, discrete-time dynamical systems.

Research methods: In the dissertation the methods of mathematical and functional analysis, theory of nonlinear dynamical systems and the methods of invariant theory are applied.

Scientific novelty of the research work consists of the following:

it was constructed of an ocean ecosystem model representing the interaction process of living organisms such as phytoplankton, mixoplankton, zooplankton, bacteria, and dissolved organic and inorganic matters;

there were found conditions to the parameters of the operators generated by ocean ecosystems and some epidemiological models that map low-dimensional simpleces into itself;

fixed points of quadratic stochastic operators generated by ocean ecosystems and some epidemiological models and invariant sets with respect to such operators were found;

the regularity of the operator generated from the model representing susceptible, infected and recovered population was proved, and the upper bound of the susceptible population was found;

for operators generated by ocean ecosystems and some epidemiological models, limit points of the trajectories started from any initial point were described.

Practical results of the research. The taken results and used methods in the dissertation can be taught as a graduate course for masters and doctoral students of higher educational institutions. In addition, the results obtained for ocean ecosystem and epidemiological models allow to verify about the prediction of population.

The reliability of the results of the study. The results have been obtained by using the methods of mathematical and functional analysis, theory of discrete-time dynamical systems. The obtained results are proved mathematically correct.

Scientific and practical significance of the research results. The scientific significance of the research results is to determine the stable or unstable behavior of the dynamical systems generated by quadratic stochastic operators. The practical significance of the dissertation is given by its applications to the ocean ecosystem, spreading some viruses among animals and coronavirus among humans.

Implementation of the research results. The scientific results obtained during the research of the dissertation are implemented in the following research projects:

The description of the limit points of the trajectory starting from any initial point for the operator generated by ocean ecosystem was used in the analysis of the dynamics of quadratic stochastic operators in foreign scientific journals. (Linear and Multilinear Algebra, 2021; China Automation Congress, 2021; Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, 2022). The application of the scientific result made it possible to construct the linear Lyapunov function for infinite-dimensional quadratic stochastic operators and to prove the stability of fixed points for SIS-SIR models representing the spread of computer viruses.

The periodic points of nonlinear operators and the invariant sets with respect to such operators were used in the investigation of the dynamics of nonlinear predator-prey models in foreign scientific journals. (Bulletin of Mathematical Biology, 2022, 84(67); International Journal of Biomathematics, 2021, 14(8); Complexity, 2021). The application of the scientific result made it possible to analyze the occurrence of bifurcations and Lyapunov exponents for predator-prey models.

Approbation of the research results. The main results of the research have been discussed at 8 international and 3 national scientific conferences.

Publications of the research results. On the topic of the dissertation 20 research papers have been published, 9 of them are included in the list of journals proposed by the Higher Attestation Commission of the Republic of Uzbekistan for the defense of thesis of the Doctor of Philosophy, including 5 of them published in foreign journals and 4 in national scientific journals and 11 abstracts.

The structure and volume of the thesis. The dissertation consists of an introduction, three chapters, conclusion and bibliography. The total volume of the thesis is 113 pages.

THE MAIN CONTENT OF THE DISSERTATION

In the introduction besides the motivation of research theme and correspondence to the priority research areas of science and technology of the Republic, we present a review of international research on the theme of the dissertation and the degree of scrutiny of the problem, formulate our goals and objectives, identify the object and subject of study, and state scientific novelty and practical results of the research. Moreover, we reduce the theoretical and practical importance of the obtained results, and give information on the implementation of the research results, the published works and the structure of dissertation.

In the first chapter of the thesis, titled **"Preliminaries and discrete-time ocean ecosystem dynamics"** we give main definitions and important notions necessary to cover the dissertation and research the subject. Also, the results about the dynamics of the ocean ecosystem consisting of nitrogen, phytoplankton and zooplankton are described.

Suppose N_t is the population size of some continuously breeding population, such as a human population, at time t. Let d be a probability of any individual dying in the considering time period (per capita mortality), and let average number of birth of individual in the same time period (per capita reproduction) be b. Then total number of population is $N_{t+1} = (1+b-d)N_t = \lambda N_t$ at time $t+1$. Therefore, the simplest model (linear) is

$$N_{t+1} = \lambda N_t$$

which is known as Malthusian equation (Thomas Malthus, 1766-1834) in discrete time, where λ is called the growth ratio.

It is easy to see that if λ is constant then Malthusian equation has solution $N_t = N_0 \lambda^n$ with initial point N_0.

In general, linear models can not be used on longtime intervals, so we should consider a nonlinear model. The discrete dynamical system of one variable can be formulated as following

$$N_{t+1} = f(N_t),\ \ f: U \to U,\ \ N_t \in U \subseteq \mathbb{R},\ t \in \mathbb{Z},$$

or alternatively,

$$f: U \to U,\ x \mapsto f(x), \quad x \in U \subseteq \mathbb{R}. \tag{1}$$

The main problem of dynamical system is to study orbits of (1), i.e., sequence of points (if f is invertible)

$$\left\{\cdots, f^{-n}(x_0), \cdots f^{-1}(x_0), x_0, f(x_0), \cdots f^n(x_0), \cdots\right\}$$

or the sequence (if f is non invertible)

$$\{x_0, f(x_0), \cdots f^n(x_0), \cdots\},$$

where $x_0 \in U$ is initial point and f^n and f^{-n} are inductively defined by

$$f^n(x_0) = f(f^{n-1}(x_0))$$

$$f^{-n}(x_0) = f^{-1}(f^{-n+1}(x_0)).$$

In general, for the nonempty subset $U \subseteq \mathbb{R}^n$, the $n-$ dimensional discrete dynamical system is defined as following:

$$f: U \to U, \; x \mapsto f(x), \quad x \in U \subseteq \mathbb{R}^n \tag{2}$$

Definition 1. *Consider the map $x \mapsto f(x)$. The point p is called a periodic point of period n if $f^n(p) = p$. The least $n > 0$ for which $f^n(p) = p$ is referred to as the prime period of p.*

Note that a *fixed point* may be regarded as a periodic point of period one.

Definition 2. *The quadratic stochastic operator (QSO) is a mapping of the simplex*

$$S^{m-1} = \left\{ x = (x_1, ..., x_m) \in \mathbb{R}^m : x_i \geq 0, \sum_{i=1}^{m} x_i = 1 \right\}$$

into itself, of the form

$$V: x_k' = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} P_{ij,k} x_i x_j, \qquad k = 1, ..., m, \tag{3}$$

where the coefficients $P_{ij,k}$ satisfy the following conditions

$$P_{ij,k} \geq 0, \; P_{ij,k} = P_{ji,k}, \; \sum_{k=1}^{m} P_{ij,k} = 1, \quad (i, j, k = 1, ..., m) \tag{4}$$

One of simple cases is Volterra QSO, i.e., the parameters satisfy the condition $P_{ij,k} = 0$ if $k \notin \{i, j\}$ for any $i, j \in E$.

Fix $\ell \in \{1, ..., m\}$ and assume that the parameters $P_{ij,k}$ satisfy

$$\left.\begin{array}{l} P_{ij,k} = 0 \text{ if } k \notin \{i, j\} \text{ for any } k \in \{1, ..., \ell\}, i, j \in E, \\ P_{ij,k} > 0 \text{ for at least one pair } (i, j), i \neq k, \; j \neq k \text{ for any } k \in \{\ell + 1, ..., m\} \end{array}\right\} \tag{5}$$

Definition 3. *For any fixed $\ell \in \{1, ..., m\}$, the QSO defined by* (3), (4) *and* (5) *is called ℓ-Volterra QSO.*

In the second paragraph of the first chapter we have investigated three-dimensional dynamical system generated by 2-Volterra QSO. The operator is defined by:

$$V: \begin{cases} x^{(1)} = x(1 - b + dy) \\ y^{(1)} = y(1 - a - dx + cz) \\ z^{(1)} = z(1 - cy) + ay + bx \end{cases} \tag{6}$$

where $x-$the concentration of zooplankton, $y-$the concentration of phytoplankton, $z-$the concentration of nitrogen and $a,b,c,d \in R$.

Proposition 1. *The operator* (6) *maps* S^2 *to itself if*

$$0 \le a \le 1,\ 0 \le b \le 1,\ -(1-a) \le c \le 1+a,\ -(1-b) \le d \le 1-a. \qquad (7)$$

Moreover, under condition (7) *the operator is a 2-Volterra QSO.*
The fixed points of the operator *V* are:

$$\bar{\lambda}_0 = (0;0;1),\ \bar{\lambda}_1 = \left(0;1-\frac{a}{c};\frac{a}{c}\right)(c \ge a, c \ne 0),\quad \bar{\lambda}_2 = \left(\frac{cd-ad-bc}{d(c+d)};\frac{b}{d};\frac{a-b+d}{c+d}\right)$$

Theorem 1. *If* $cd(c+d)=0$ *then for any initial point* $(x,y,z) \in S^2$ *we have*

$$\lim_{n\to\infty} V^n(x,y,z) = \begin{cases} (x,y,z), & \text{if } a=b=c=d=0 \\ (x,0,1-x), & \text{if } a\ne 0, b=c=d=0 \\ (0,y,1-y), & \text{if } a=c=d=0, b\ne 0 \\ (0,0,1), & \text{if } ab\ne 0, c=d=0 \\ (1-z,0,z), & \text{if } a=b=c=0, d>0 \\ (0,1-z,z), & \text{if } a=b=c=0, d<0 \\ (0,\bar{y},1-\bar{y}), & \text{if } a=c=0, b>0, d\ne 0 \\ (\bar{x},0,1-\bar{x}), & \text{if } b=c=0, a>0, d\ne 0 \\ (0,0,1), & \text{if } c=0, a>0, b>0, d\ne 0 \\ (x,1-x-a/c,a/c), & \text{if } c>0, b=d=0 \\ (x,0,1-x), & \text{if } c<0, b=d=0, \\ (0,0,1), & \text{if } b\ne 0, c\le a, d=0, \text{ or } y=0 \\ (0,1-a/c,a/c) & \text{if } b\ne 0, c>a, d=0, \ y>0 \\ (0,0,1), & \text{if } b\ne 0, c=-d\ne 0, 0<c\le a, \\ (\tilde{x},0,1-\tilde{x}), & \text{if } b=0, c=-d\ne 0, c\le a, \\ (0,0,1), & \text{if } b\ne 0, c=-d, c>a, y=0, \\ (x,0,1-x), & \text{if } b=0, c=-d, c>a, y=0, \\ (0,1-a/c,a/c), & \text{if } c>a, \ y>0, \end{cases}$$

where $\bar{x}$, $\bar{y}$ *and* $\tilde{x}$ *are some functions of the initial point* (x,y,z).

Theorem 2. *Let* $cd(c+d)\ne 0$ *and* $\lambda^0 = (x^0,y^0,z^0)$ *be an initial point. Then the following cases hold true*

(1) *If* $c \le a, b=0$ *then*

$$\lim_{n\to\infty} V^n(\lambda^0) = \begin{cases} \bar{\lambda}_0, & \text{if } x^0 = 0 \\ (\bar{x};0;1-\bar{x}), & \text{if } x^0 > 0 \end{cases}$$

(2) *If* $c > a, b = 0$ *then*

$$\lim_{n\to\infty} V^n(\lambda^0) = \begin{cases} \bar{\lambda}_1, & \text{if } x^0 = 0 \\ (x^0; 0; 1-x^0), & \text{if } x^0 > 0, d = 0 \\ (\bar{x}; 0; 1-\bar{x}), & \text{if } x^0 > 0, d > 0 \\ \bar{\lambda}_1, & \text{if } x^0 > 0, d < 0 \end{cases}$$

(3) *If* $c \le a, b > 0$ *then*

$$\lim_{n\to\infty} V^n(\lambda^0) = \bar{\lambda}_0 = (0,0,1),$$

(4) *If* $c > a, d \le b, b > 0$ *then*

$$\lim_{n\to\infty} V^n(\lambda^0) = \begin{cases} \bar{\lambda}_0, & \text{if } y^0 = 0, \\ \bar{\lambda}_1, & \text{if } y^0 > 0 \end{cases}$$

(5) *If* $c > a, d > b > 0$ *then*

$$\lim_{n\to\infty} V^n(\lambda^0) = \begin{cases} \bar{\lambda}_2, & \text{if } x^0 > 0, y^0 > 0 \\ \bar{\lambda}_0, & \text{if } y^0 = 0 \\ \bar{\lambda}_1, & \text{if } x^0 = 0 \end{cases}$$

where $\bar{x}$ *depends on initial point and parameters.*

In the second chapter of the dissertation entitled **"Planktons discrete-time dynamical system"**, a new model of ocean ecosystem consisting of six variables and twelve parameters was created and studied its dynamics.

Define the evolution operator $W : \mathbb{R}^6 \to \mathbb{R}^6$ by

$$W : \begin{cases} x_1^{(1)} = x_1(1 - a_4 + a_1 x_6 - a_2 x_2 - a_3 x_3) \\ x_2^{(1)} = x_2(1 - a_5 - a_6 + a_2 x_1) \\ x_3^{(1)} = x_3(1 - a_8 - a_9 + a_3 x_1 + a_7 x_6) \\ x_4^{(1)} = x_4(1 - a_{12} + a_{10} x_5 + a_{11} x_6) \\ x_5^{(1)} = x_5 + a_4 x_1 + a_5 x_2 + a_9 x_3 - a_{10} x_4 x_5 \\ x_6^{(1)} = x_6(1 - a_1 x_1 - a_7 x_3 - a_{11} x_4) + a_6 x_2 + a_8 x_3 + a_{12} x_4 \end{cases} \tag{8}$$

where all parameters strictly positive.

Proposition 2. *We have* $W\left(S^5\right) \subset S^5$ *if the strictly positive parameters* $a_1, \ldots, a_{12}$ *satisfy the following conditions*

$$\begin{gathered} a_1 \le 1, \quad a_6 \le 1, \quad a_{10} \le 1, \quad a_{12} \le 1, \\ a_2 + a_4 \le 1, \quad a_3 + a_4 \le 1, \quad a_5 + a_6 \le 1, \quad a_8 + a_9 \le 1, \\ |a_7 - a_8| \le 1, \quad |a_{11} - a_{12}| \le 1. \end{gathered} \tag{9}$$

Moreover, under conditions (9) *the operator* W *is a 4-Volterra QSO.*

Obviously, the point $\Lambda = (0,0,0,0,\lambda,1-\lambda)$, $\forall \lambda \in [0,1]$ is a fixed point of the operator *W*. In the dissertation, we found all possible fixed points of the operator *W*.

Theorem 3. *For any initial point* $\lambda^0 = (x_1^0, x_2^0, x_3^0, x_4^0, x_5^0, x_6^0) \in S^5$ *the trajectory has the following limits:*

$$\lim_{n\to\infty} W^n(\lambda^0) = \begin{cases} (0,0,0,0,1,0), & \text{if } x_6^0 = x_6^{(1)} = 0 \\ (0,0,0,0,0,1), & \text{if } x_5^0 = x_5^{(1)} = 0 \text{ and } a_{11} \le a_{12} \\ \left(0,0,0,1-\dfrac{a_{12}}{a_{11}},0,\dfrac{a_{12}}{a_{11}}\right), & \text{if } x_5^0 = x_5^{(1)} = 0 \text{ and } a_{11} > a_{12} \\ (0,0,0,0,\bar{\lambda},1-\bar{\lambda}), & \text{if } x_4^0 = 0 \\ (0,0,0,0,\hat{\lambda},1-\hat{\lambda}), & \text{if } x_1^0 = 0 \text{ and } a_7 \le a_8 + a_9,\ a_{10} + a_{11} \le a_{12} \\ (0,0,0,0,\tilde{\lambda},1-\tilde{\lambda}), & \text{if } x_2^0 = x_3^0 = 0 \text{ and } a_1 \le a_4,\ a_{10} + a_{11} \le a_{12} \end{cases}$$

where $\bar{\lambda}, \hat{\lambda}, \tilde{\lambda}$ *– are some functions of* λ^0.

Theorem 4. *If* $a_1 \le a_4$, $a_2 \le a_5 + a_6$, $a_3 + a_7 \le a_8 + a_9$, $a_{10} + a_{11} \le a_{12}$ *then for any initial point* $\lambda^0 = (x_1^0, x_2^0, x_3^0, x_4^0, x_5^0, x_6^0) \in S^5$ *(except fixed points) the following holds*

$$\lim_{n\to\infty} W^n(\lambda^0) = (0,0,0,0,\bar{\lambda},1-\bar{\lambda}),$$

where $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}(\lambda^0)$.

In the third chapter of the dissertation entitled "**A nonlinear discrete-time epidemiological models"** we study the dynamics of the nonlinear operators defined on three-dimensional simplex.

In the first section of the third chapter we investigated discrete-time SEIR (Susceptible-Exposed-Infected-Recovered) epidemic model for the COVID-19 spread:

$$\begin{cases} dS/dt = -\beta S(I + qE)/N \\ dE/dt = \beta S(I + qE)/N - E/\delta \\ dI/dt = E/\delta - I/\gamma \\ dR/dt = I/\gamma \end{cases}$$

and corresponding operator is

$$L: \begin{cases} x^{(1)} = x - \beta x(u + qy) \\ y^{(1)} = y - ay + \beta x(u + qy) \\ u^{(1)} = u - bu + ay \\ v^{(1)} = v + bu \end{cases} \tag{10}$$

where $a>0,\ b>0,\ \beta\geq 0,\ q\geq 0$ and

$$x=\frac{S}{N},\ y=\frac{E}{N},\ u=\frac{I}{N},\ v=\frac{R}{N},\ a=\frac{1}{\delta},\ b=\frac{1}{\gamma}.$$

Proposition 3. *For the operator* (10) *we have* $L\left(S^3\right)\subset S^3$ *if*

$$a,b,\beta\in[0,1]\ \ and\ \ \beta q\leq 1. \tag{11}$$

Moreover, under this conditions the operator L *is a QSO.*

Proposition 4. *If the parameters satisfy conditions* (11), *then operator* (10) *is regular operator.*

The set of fixed points of the operator L is:

$$Fix(L)=\left\{\Lambda(x)=(x,0,0,1-x):\forall x\in[0,1]\right\}$$

Proposition 5. *If* $\beta=0$ *then for any initial point* $\lambda^0=\left(x^0,u^0,y^0,v^0\right)\in S^3$ *(except fixed point) the trajectory has the following limit*

$$\lim_{n\to\infty}L^n(\lambda^0)=(x^0;0;0;1-x^0)$$

Theorem 5. *Assume* (11) *is satisfied. Then for any initial point* $\lambda^0=\left(x^0,u^0,y^0,v^0\right)\in S^3$ *(except fixed point) the trajectory has the following limit*

$$\lim_{n\to\infty}L^n(\lambda^0)=(\overline{x};0;0;1-\overline{x})$$

where $\overline{x}$ *depends on parameters and initial point* λ^0 *and* $\overline{x}<\dfrac{ab}{\beta(a+bq)}$.

In the second section of the third chapter we consider epidemic SISI (Susceptible- Infected- Susceptible - Infected) model in discrete-time and we find all fixed points of the operator related to SISI model, we define types of some fixed points and prove the existence of positive fixed points.

The discrete-time version of the SISI model as following:

$$Q:\begin{cases}x^{(1)}=x+b-bx-\beta_1A(u,v)x\\ u^{(1)}=u-bu-\alpha u+\beta_1A(u,v)x\\ y^{(1)}=y-by+\alpha u-\beta_2A(u,v)y\\ v^{(1)}=v-bv+\beta_2A(u,v)y\end{cases} \tag{12}$$

where $A(u,v)=k_1u+k_2v.$

Proposition 6. *We have* $Q\left(S^3\right)\subset S^3$ *if the non-negative parameters* $b,\alpha,\beta_1,\beta_2,k_1,k_2$ *satisfy the following conditions*

$$\begin{array}{lll}\alpha+b\leq 1, & \beta_1k_2\leq 2, & \beta_2k_1\leq 2,\\ b+\beta_2k_2\leq 1, & \left|b-\beta_1k_1\right|\leq 1, & \left|b-\beta_2k_2\right|\leq 1,\\ \left|b-\beta_1k_2\right|\leq 1, & \left|\alpha+b-\beta_1k_1\right|\leq 1, & \left|\alpha-b-\beta_2k_1\right|\leq 1.\end{array} \tag{13}$$

Moreover, under conditions (13) *the operator* Q *is a QSO.*

Proposition 7. *Let* $Fix(Q)$ *be the set of fixed points of the operator* (12). *Then*

$$Fix(Q)=\begin{cases}\{e_1\} & \\ \{e_4\}\cup\Lambda_9, & \text{if } b=0\\ \Lambda_6\cup\Lambda_9, & \text{if } b=\alpha=0\\ \Lambda_8\cup\Lambda_9, & \text{if } b=\beta_1=0\\ \Lambda_5\cup\Lambda_9, & \text{if } b=\beta_2=0\\ \{e_4\}\cup\Lambda_9, & \text{if } b=k_1=0\\ \Lambda_5\cup\Lambda_{12}, & \text{if } b=k_2=0\\ \Lambda_9\cup\Lambda_{13}, & \text{if } b=\alpha=\beta_1=0\\ \Lambda_9\cup\Lambda_{11}, & \text{if } b=\alpha=\beta_2=0\\ \Lambda_6\cup\Lambda_{14}, & \text{if } b=\alpha=k_1=0\\ \Lambda_6\cup\Lambda_{12}, & \text{if } b=\alpha=k_2=0\\ \Lambda_{12}, & \text{if } b=\beta_1=\beta_2=0\\ \Lambda_8\cup\Lambda_9, & \text{if } b=\beta_1=k_1=0\\ \Lambda_{12}, & \text{if } b=\beta_1=k_2=0\\ \Lambda_5\cup\Lambda_9, & \text{if } b=\beta_2=k_1=0\\ \Lambda_{12}, & \text{if } b=\beta_2=k_2=0\\ S^3, & \text{if } b=\alpha=k_1=k_2=0 \text{ or } b=\alpha=\beta_1=\beta_2=0\\ \{e_1,\lambda_{15}\}, & \text{if } b>0,\alpha=0,\ \beta_1k_1>b\\ \{e_1,\lambda_{16}\}, & \text{if } b>0,\alpha>0,\beta_2=0,\ \beta_1k_1>b+\alpha\\ \{e_1,\lambda_{17}\}, & \text{if } \alpha b\beta_1\beta_2k_1>0\end{cases}$$

where for simplicity we denoted the following:

$$e_1=(1,0,0,0),\quad e_2=(0,1,0,0),\quad e_3=(0,0,1,0),\quad e_4=(0,0,0,1),$$

$$\Lambda_5=\{\lambda=(x,u,y,v)\in S^3: x=u=0\},\ \ \Lambda_6=\{\lambda=(x,u,y,v)\in S^3: x=y=0\},$$

$$\Lambda_7=\{\lambda=(x,u,y,v)\in S^3: x=v=0\},\ \ \Lambda_8=\{\lambda=(x,u,y,v)\in S^3: u=y=0\},$$

$$\Lambda_9=\{\lambda=(x,u,y,v)\in S^3: u=v=0\},\ \ \Lambda_{10}=\{\lambda=(x,u,y,v)\in S^3: y=v=0\},$$

$$\Lambda_{11}=\{\lambda=(x,u,y,v)\in S^3: x=0\},\quad \Lambda_{12}=\{\lambda=(x,u,y,v)\in S^3: u=0\},$$

$$\Lambda_{13}=\{\lambda=(x,u,y,v)\in S^3: y=0\},\quad \Lambda_{14}=\{\lambda=(x,u,y,v)\in S^3: v=0\},$$

$$\lambda_{15}=\left(\frac{b}{\beta_1k_1},\frac{\beta_1k_1-b}{\beta_1k_1},0,0\right),\ \lambda_{16}=\left(\frac{b+\alpha}{\beta_1k_1},\frac{b(\beta_1k_1-b-\alpha)}{\beta_1k_1(b+\alpha)},\frac{\alpha(\beta_1k_1-b-\alpha)}{\beta_1k_1(b+\alpha)},0\right),$$

$$\lambda_{17}=\left(\frac{b}{b+\beta_1 A},\frac{b\beta_1 A}{(b+\beta_1 A)(b+\alpha)},\frac{\alpha b\beta_1 A}{(b+\beta_1 A)(b+\beta_2 A)(b+\alpha)},\frac{\alpha\beta_1\beta_2 A^2}{(b+\beta_1 A)(b+\beta_2 A)(b+\alpha)}\right),$$

where A is a positive solution of the equation

$$\frac{b\beta_1 k_1}{(b+\beta_1 A)(b+\alpha)}+\frac{\alpha\beta_1\beta_2 k_2 A}{(b+\beta_1 A)(b+\beta_2 A)(b+\alpha)}=1$$

Proposition 8. *If $\beta_1=\beta_2=0$ then for any initial point $\lambda^0=\left(x^0,u^0,y^0,v^0\right)\in S^3$ (except fixed points) the trajectory has the following limit*

$$\lim_{x\to\infty}Q^n(\lambda^0)=\begin{cases}\lambda^0, & \text{if } \alpha=b=0\\ (x^0,0,1-x^0-v^0,v^0), & \text{if } b=0,\alpha>0\\ e_1, & \text{if } b>0\end{cases}$$

Proposition 9. *If $\beta_1=0,\beta_2>0$ then for any initial point $\lambda^0=\left(x^0,u^0,y^0,v^0\right)\in S^3$ (except fixed points) the trajectory has the following limit*

$$\lim_{n\to\infty}Q^n(\lambda^0)=\begin{cases}\lambda^0, & \text{if } \alpha=b=0,k_1u^0+k_2v^0=0\\ (x^0,1-x^0,0,0), & \text{if } \alpha=b=0,k_1u^0+k_2v^0>0,y^0=v^0=0\\ (x^0,u^0,0,1-x^0-u^0), & \text{if } \alpha=b=0,k_1u^0+k_2v^0>0,y^0+v^0>0\\ \lambda_1, & \text{if } b>0\\ (x^0,0,\bar{y},1-x^0-\bar{y}), & \text{if } b=0,\alpha>0,k_2=0, \text{ where } \bar{y}=\bar{y}(\lambda^0)\\ (x^0,0,1-x^0,0), & \text{if } b=0,\alpha>0,k_2>0,k_1u^0+k_2v^0=0\\ (x^0,0,0,1-x^0), & \text{if } b=0,\alpha>0,k_2>0,k_1u^0+k_2v^0>0\end{cases}$$

Proposition 10. *If $b=\alpha=0$ then for any initial point $\lambda^0=\left(x^0,u^0,y^0,v^0\right)\in S^3$ (except fixed points) the trajectory has the following limit*

$$\lim_{n\to\infty}Q^n(\lambda^0)=\begin{cases}\lambda^0, & \text{if } k_1u^0+k_2v^0=0\\ (0,1-y^0-v^0,y^0,v^0), & \text{if } \beta_1>0,\beta_2=0,k_1u^0+k_2v^0>0\\ (0,u^0,0,1-u^0), & \text{if } \beta_1>0,\beta_2>0,k_1u^0+k_2v^0>0\end{cases}$$

Proposition 11. *If $\alpha=k_2=0$ then for any initial point $\lambda^0=\left(x^0,u^0,y^0,v^0\right)\in S^3$ (except fixed points) the trajectory has the following limit*

$$\lim_{n\to\infty}Q^n(\lambda^0)=\begin{cases}e_1, & \text{if } \beta_1k_1\le b \text{ or } u^0=0\\ \lambda_{15}, & \text{if } \beta_1k_1>b \text{ and } u^0>0\end{cases}$$

Proposition 12. *If* $\beta_2 = 0, \beta_1 > 0$ *then for any initial point* $\lambda^0 = \left(x^0, u^0, y^0, v^0\right) \in S^3$ *(except fixed points) the trajectory has the following limit*

$$\lim_{n\to\infty} Q^n(\lambda^0) = \begin{cases} (x^0, 0, 1-x^0-v^0, v^0), & \text{if } b = 0, \alpha > 0 \text{ and } k_1u^0 + k_2v^0 = 0 \\ (0, 0, 1-v^0, v^0), & \text{if } b = 0, \alpha > 0, k_2v^0 > 0 \\ (\overline{x}, 0, 1-\overline{x}-v^0, v^0), & \text{if } b = k_2v^0 = 0, k_1u^0 > 0, \alpha > 0 \\ e_1, & \text{if } b\alpha > 0,\ k_1u^0 + k_2v^0 = 0, \\ e_1, & \text{if } b\alpha > 0, k_2v^0 = 0, \beta_1k_1 \le b + \alpha, \end{cases}$$

where $\overline{x} = \overline{x}(\lambda^0)$.

Theorem 6. *If* $\beta_2 = 0$ *and* $\beta_1k_1 > b + \alpha, b\alpha > 0$ *then there exists a neighborhood* $U(\lambda_{16})$ *of the fixed point* λ_{16} *such that for any initial point* $\lambda^0 = \left(x^0, u^0, y^0, v^0\right) \in U(\lambda_{16})$

$$\lim_{n\to\infty} Q^n(\lambda^0) = \lambda_{16}.$$

Theorem 7. *If* $k_2 = 0$ *then for any initial point* $\lambda^0 = \left(x^0, u^0, y^0, v^0\right) \in S^3$ *(except fixed points) the trajectory has the following limit*

$$\lim_{n\to\infty} Q^n(\lambda^0) = e_1 = (1,0,0,0) \text{ if } u^0 = 0 \text{ or } \beta_1k_1 \le b + \alpha.$$

CONCLUSION

The dissertation work is mainly devoted to the study of discrete time dynamical systems of continuous quadratic stochastic operators defined in simplexes.

The main results of the study are:

1. The discrete-time dynamics of the ocean ecosystem consisting of nitrogen, phytoplankton and zooplankton was studied by reduction the operator to the QSO defined in a two-dimensional simplex. At the same time, the types of fixed points were determined and the set of limit points of all trajectories was described.
2. A six-variable ocean ecosystem model consisting of plankton, bacteria, and organic matters was built, and all fixed points of the operator defined in the five-dimensional simplex were found, and the limit points of the trajectory were studied.
3. The discrete-time dynamics of the SEIR-epidemic model was fully studied and applied to the SARS-Cov-19 coronavirus spread.
4. All fixed points of the SISI epidemic model were found and determined their types. It was proved the existence of the positive fixed points of the operator defined in a three-dimensional simplex.

5. The asymptotic behavior of the trajectories for the operator generated by the discrete-time SISI epidemic model was studied using the properties of the invariant theory and topological conjugacy.

ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ
ИНСТИТУТЕ МАТЕМАТИКИ ИМЕНИ В.И.РОМАНОВСКОГО
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

ШОЙИМАРДОНОВ СОБИРЖОН КОМИЛЖОНОВИЧ

ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ С ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ ЭКОСИСТЕМ ОКЕАНА И ЭПИДЕМИОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

01.01.01 –Математический анализ

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD)
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ

ТАШКЕНТ-2022

Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № B2021.3.PhD/FM626.

Диссертация выполнена в Институте Математики имени В.И.Романовского.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, английский, русский, (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (http://kengash.mathinst.uz) и на Информационно-образовательном портале «ZiyoNet» (www.ziyonet.uz).

Научный руководитель:	**Розиков Уткир Абдуллоевич** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Абдуллаев Рустамбай Зайирович** доктор физико-математических наук, профессор
	Эшмаматова Дилфуза Бахромовна Кандидат физико-математических наук, доцент
Ведущая организация:	**Национальный университет Узбекистана**

Защита диссертации состоится « 20 » декабря 2022 года в 16:00 часов на заседании Научного совета DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 при Институте Математики имени В.И. Романовского. (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 9.Тел.: (+99871) 207-91-40, e-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz)

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Института Математики имени В.И. Романовского (зарегистрирована за № 152). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 9.Тел.: (+99871) 207-91-40).

Автореферат диссертации разослан « 2 » декабря 2022 года.
(протокол рассылки № 2 от « 2 » декабря 2022 года).

А.Азамов
Заместитель председателя Научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., академик

Ж.К.Адашев
Ученый секретарь Научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., старший научный сотрудник

У.У.Жамилов
Председатель Научного семинара при Научном совете по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., старший научный сотрудник

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Целью исследования является изучение дискретных во времени динамических систем океанских экосистем и некоторых эпидемиологических моделей (иллюстрирующих взаимодействие восприимчивых, инфицированных и выздоровевших популяций), сводимых к квадратичным стохастическим операторам (КСО) на симплексе.

Объект исследования: Модели экосистем океана, сгенерированные с помощью 2-Вольтерра и 4-Вольтерра КСО, эпидемиологические модели SEIR и SISI.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

создана модель экосистемы океана, представляющая процесс взаимодействия живых организмов, таких как фитопланктон, миксопланктон, зоопланктон, бактерии и растворенные органические и неорганические вещества;

найдены условия к параметрам операторов, генерируемых океаническими экосистемами и некоторыми эпидемиологическими моделями, отображающими низкоразмерные симплексы в себя;

найдены неподвижные точки квадратичных стохастических операторов, порождаемых океаническими экосистемами, некоторые эпидемиологические модели и инвариантные множества относительно таких операторов;

доказана регулярность оператора, сгенерированного из модели, представляющей восприимчивую, инфицированную и выздоровевшую популяцию, найдена верхняя граница восприимчивой популяции;

для операторов, порожденных океаническими экосистемами и некоторыми эпидемиологическими моделями, описаны предельные точки траекторий, исходящих из любой начальной точки.

Внедрение результатов исследования. Результаты, связанные с динамическими системами с дискретным временем экосистем океана и эпидемиологических моделей, были использованы в следующих исследовательских проектах:

Описание предельных точек траектории, выходящей из любой начальной точки, для оператора, порожденного экосистемой океана, использовалось при анализе динамики квадратичных стохастических операторов в зарубежных научных журналах. (Linear and Multilinear Algebra, 2021; China Automation Congress, 2021; Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, 2022). Применение научного результата позволило построить линейную функцию Ляпунова для бесконечномерных квадратичных стохастических операторов и доказать устойчивость неподвижных точек для моделей SIS-SIR, представляющих распространение компьютерных вирусов.

Периодические точки нелинейных операторов и инвариантные множества относительно таких операторов использовались при исследовании динамики нелинейных моделей хищник-жертва в зарубежных научных журналах. (Bulletin of Mathematical Biology, 2022, 84(67); International Journal of Biomathematics, 2021, 14(8); Complexity, 2021). Применение научного

результата позволило проанализировать возникновение бифуркаций и показателей Ляпунова для моделей хищник-жертва.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 113 страниц.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (часть 1; part 1)

1. Rozikov U.A., Shoyimardonov S.K. Ocean ecosystem discrete time dynamics generated by ℓ-Volterra operators // International Journal of Biomathematics. –2019.–Vol.12(2). –P. 1950015-1–24. (3.Scopus. IF=0.486)
2. Rozikov U.A., Shoyimardonov S.K. Leslie's prey-predator model in discrete time // International Journal of Biomathematics.–2020.–Vol.13(6).–P. 2050053-1–25. (3.Scopus. IF=0.486)
3. Shoyimardonov S.K. A non-linear discrete-time dynamical system related to epidemic SISI model // Communications in Mathematics.–2021.–Vol.29(3).–P. 505-525. (3.Scopus. IF=0.213)
4. Rozikov U.A., Shoyimardonov S.K., Varro R. Planktons discrete-time dynamical systems // Nonlinear studies.–2021.–Vol.28(2).–P.585-600. (3.Scopus. IF=0.210)
5. Rozikov U.A., Shoyimardonov S.K. An application of discrete-time SEIR model to the COVID-19 spread // Journal of Applied Nonlinear Dynamics. doi:10.5890/JAND.2023.06.010. (3.Scopus. IF=0.212)
6. Rozikov U.A., Shoyimardonov S.K. Discrete-time dynamics of an ocean ecosystem // Doklady Akademii Nauk Uzbekistan. –2018, –No 3, –P. 13-18. (01.00.00. № 7)
7. Rozikov U.A., Shoyimardonov S.K. Discrete-time dynamical system of planktons and bacteria // Doklady Akademii Nauk Uzbekistan. –2020, –No 2, –P. 7-11. (01.00.00. № 7)
8. Rozikov U.A., Shoyimardonov S.K. A model for COVID-19 pandemic and prediction for Uzbekistan // Bulletin of the Institute of Mathematics. –2020, –No 2,–P. 1-3.
9. Shoyimardonov S.K. A discrete-time epidemic SISI model // Uzbek Mathematical Journal. –2021, –Vol. 15, –Issue 2, –P. 153-162. (01.00.00. № 6).

II бўлим (часть 2; part 2)

10. Shoyimardonov S.K. Leslie prey-predator model in discrete time // XV International Scientific Conference "Ordinal analysis and related issues of mathematical modeling". Vladikavkaz, July 15-20, 2019, –P. 49-50.
11. Rozikov U.A., Shoyimardonov S.K. Discrete-time chaotic dynamics of Leslie's prey-predator model // Abstracts of Uzbek-Israel joint International Conference, STEMM-2019. Tashkent, May 13-17, 2019, –P. 124-125.
12. Rozikov U.A., Shoyimardonov S.K. The limit behavior of the discrete-time Leslie predator-prey model // Abstracts of the International Conference "Modern problems of geometry and topology and their applications". Tashkent, November 21-23, 2019, –P. 74-75.

13. Rozikov U.A., Shoyimardonov S.K. A non-linear dynamical system related to endemic SISI model // International Scientific Conference “Modern problems of Differsial Equation and related branches of Mathematics”. Fergana, March 12-13, 2020, –P.381-383.
14. Shoyimardonov S.K. A non-linear discrete-time dynamical system of planktons // Abstracts of the Uzbek-Malaysia International Online Conference “Computational models and technologies”. August 24-25, 2020, –P. 128-129.
15. Shoyimardonov S.K. The limit behaviour of a SISI epidemic model for some special cases // “The 41st International Conference on Quantum Probability and related topics (qp41-2021)”. –2021, UAE, March 28- April 1, –P.86-87.
16. Shoyimardonov S.K. Uniqueness of interior fixed point of the operator related to epidemic SISI model // Abstracts of the Republican Scientific Conference with the participation of foreign scientists “Sarymsakov Readings”. Tashkent, September 16-18, 2021, –P. 277-278.
17. Shoyimardonov S.K. A discrete time SEIR model for COVID-19 spread // XVI International Scientific Conference “Ordinal analysis and related issues of mathematical modeling. Operators theory and differential equations”. Vladikavkaz, September 20-24, 2021, –P. 196-197.
18. Rozikov U.A., Shoyimardonov S.K. Discrete time ocean ecosystem // Republican Scientific Conference with the participation of foreign scientists “Differential equations and related problems of analysis”. Bukhara, November 4-5, 2021, –P. 60-61.
19. Rozikov U.A., Shoyimardonov S.K. A set of fixed points of a Covid-19 spreading model with vaccinated case // Abstracts of the International Scientific and Practical Conference “Modern problems of applied mathematics and information technology”. Bukhara, May 11-12, 2022, –P. 42-43.
20. Rozikov U.A., Shoyimardonov S.K. A set of fixed points of a Covid-19 spreading model of population who do not obey to lockdown rules // Abstracts of the Republican Conference “New theorems of young mathematicians–2022”. –2022, Namangan, May 13-14, 2022, –P. 77-78.

Автореферат «Ўзбекистон математика журнали» таҳририятида
2022 йил 21 ноябрда таҳрирдан ўтказилди.

Босмахона лицензияси:

9338

Бичими: 84x60 $^{1}/_{16}$. «Times New Roman» гарнитураси.
Рақамли босма усулда босилди.
Шартли босма табоғи: 2,5. Адади 100 дона. Буюртма № 68/22.

Гувоҳнома № 851684.
«Tipograff» МЧЖ босмахонасида чоп этилган.
Босмахона манзили: 100011, Тошкент ш., Беруний кўчаси, 83-уй.