В.И.РОМАНОВСКИЙ НОМИДАГИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

СОЛИЖАНОВА ГУЛХАЁ ОЙБЕК ҚИЗИ

БЕРИЛГАН ПРО-НИЛЬПОТЕНТ АЛГЕБРАЛАРНИНГ ЕЧИЛУВЧАНГА ЯҚИН ЛЕЙБНИЦ КЕНГАЙТМАЛАРИ

01.01.06 – Алгебра

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

ТОШКЕНТ – 2021

УДК: 512.554

фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси

Content of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD)

Оглавление автореферата докторской диссертации доктора философии (PhD)

В.И.РОМАНОВСКИЙ НОМИДАГИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

СОЛИЖАНОВА ГУЛХАЁ ОЙБЕК ҚИЗИ

БЕРИЛГАН ПРО-НИЛЬПОТЕНТ АЛГЕБРАЛАРНИНГ ЕЧИЛУВЧАНГА ЯҚИН ЛЕЙБНИЦ КЕНГАЙТМАЛАРИ

01.01.06 – Алгебра

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

ТОШКЕНТ – 2021

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2021.2.PhD/FM350 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, инглиз, рус(резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифаси (http://kengash.mathinst.uz) ва «ZiyoNet» Ахборот таълим порталида (http://www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий рахбар:	**Омиров Бахром Абдазович** физика-математика фанлари доктори, профессор
Расмий оппонентлар:	**Эшматов Фарход Хасанович** физика-математика фанлари доктори, катта илмий ходим
	Рихсибоев Икром Мирзарустамович физика-математика фанлари номзоди
Етакчи ташкилот:	**Андижон давлат университети**

Диссертация ҳимояси В.И.Романовский номидаги Математика Институти ҳузуридаги DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2021 йил «29» июл соат 17:00 даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174,Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4б-уй. Тел.: (+99871)-207-91-40, e-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz).

Диссертация билан В.И. Романовский номидаги Математика Институтининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (116 -рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4б-уй. Тел.: (+99871)-207-91-40.

Диссертация автореферати 2021 йил «17» июл куни тарқатилди.
(2021 йил «17» июл даги 2 -рақамли реестр баённомаси).

У.А.Розиков
Илмий даражалар берувчи
Илмий кенгаш раиси,
ф.-м.ф.д., профессор

Ж.К.Адашев
Илмий даражалар берувчи Илмий
кенгаш илмий котиби,
ф.-м.ф.н., катта илмий ходим

А.Р.Хаётов
Илмий даражалар берувчи Илмий
кенгаш ҳузуридаги илмий семинар
раис ўринбосари ф.-м.ф.д.

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар аксарият ҳолларда алгебраик масалаларга келтирилади. Математика ва физиканинг айрим масалаларининг Ли алгебралари тузилиш структурасига богланиши n-Ли алгебралари, Ли суперaлгебралари, Малцев ва Лейбниц алгебралари каби Ли алгебраларининг умумлашмалари пайдо бўлишига сабаб бўлди. Лейбниц алгебралари назрияси замонавий алгебранинг жадал суръатда ривожланаётган соҳаларидан бири ҳисобланиб, Ли алгебраларидаги кўплаб натижалар Лейбниц алгебраларига тадқиқ этиш муҳим аҳамиятга эга. Леви теоремасига кўра, характеристикаси нолга тенг бўлган майдонда аниқланган ихтиёрий чекли ўлчамли Лейбниц алгебраси ечилувчан радикал ҳамда ярим содда Ли қисм алгебрасининг ярим тўгри йигиндисига ёйилади. Бу эса чекли ўлчамли Лейбниц алгебраларини тавсифлаш масаласини чекли ўлчамли ечилувчан Лейбниц алгебраларини ўрганиш масаласига олиб келди. Шунинг учун чекли ўлчамли ечилувчан Ли ва Лейбниц алгебраларининг таснифлаш ва уларнинг когомологик группалар назарияси билан боглиқ муаммоларни ҳал этиш муҳим вазифалардан бири бўлиб колмокда.

Ҳозирги кунда жаҳон миқёсида чексиз ўлчамли Лейбниц алгебраларни геометрия, топология ва математик физиканинг турли соҳалардаги тадбиқларини аниқлаш муҳим аҳамият касб этмоқда. Чексиз ўлчамли Лейбниц алгебралари учун Леви ёйилмаси мавжуд эмаслиги ҳамда Энгель теоремасининг ўринли эмаслиги, чексиз ўлчамли Лейбниц алгебраларини ўрганиш мураккаб масала эканлигини ва уларни кўшимча чекловлар билан ўрганиш кераклигини англатади. Бундай чекловлардан бири қуйи марказий каторнинг барча ҳадлари кесишмасини чегаралашдир. Масалан, берилган про-нильпотент алгебраларининг ечилувчанга якин Лейбниц кенгайтмалари таснифи. Бу борада: нилрадикалнинг ҳосил қилувчи элементлари сони ко-ўлчамга тенг бўлган чекли ўлчамли ечилувчан Лейбниц алгебралари таснифлаш ва бундай алгебраларнинг тўликлиги ва каттиклигини исботлаш, нилрадикал оркали ечилувчан Лейбниц алгебраларини қуриш методни чексиз ўлчамли ҳолат учун тадбик этиш максадли илмий тадкикодлардан биридир.

Мамлакатимизда фундаментал фанларнинг илмий ва амалий татбикига эга бўлган амалий математика, информатика, ракамли иктисодиётнинг долзарб йўналишларга эътибор кучайтирилди. Жумладан, охирги йилларда чекли ва чексиз ўлчамли Лейбниц алгебраларини таснифлаш оркали амалий муаммоларни ҳал этиш борасида салмоқли натижаларга эришилди. «Алгебра ва функционал анализ» фанларининг устувор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадкикотлар олиб бориш математика фанининг асосий вазифаси ва фаолият йўналиши этиб белгиланди[1]. Қарор

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2017 йил 18 майдаги “Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий-тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида”ги 292-сон қарори

ижросини таъминлашда илмий натижалардан илм-фаннинг турдош соҳаларида фойдаланиш максадида чекли ва чексиз ўлчамли ечилувчан Лейбниц алгебралари назариясини ривожлантириш муҳим аҳамиятга эга.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги ПФ-4947-сон «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича харакатлар стратегияси тўгрисида»ги Фармони, 2019 йил 9 июлдаги ПҚ-4387-сон «Математика таълими ва фанларини янада ривожлантиришни давлат томонидан қўллаб-қувватлаш, шунингдек, Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академиясининг В.И.Романовский номидаги Математика институти фаолиятини тубдан такомиллаштириш чора-тадбирлари тўгрисида»ги ва 2020 йил 7 майдаги ПҚ-4708-сон «Математика соҳасидаги таълим сифатини ошириш ва илмий-тадқиқотларни ривожлантириш чора-тадбирлари тўгрисида»ги қарорлари ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив–ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишда ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланиши устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Фундаментал Леви теоремаси берилган чекли ўлчамли Ли алгебраларини таснифлаш масаласини бир қатор соддалаштириб, ечилувчан Ли алгебраларини таснифлаш масаласига олиб келди. А. Малцев ва Г.М. Мубаракзяновлар томонидан чекли ўлчамли ечилувчан Ли алгебраларини уларнинг нилрадикалларидан фойдаланиб қуриш методи кўрсатилди ва бу метод ёрдамида нилрадикали филиформ, квази-филиформ, Гейзенберг, Абел ва бошқа нильпотент алгебралардан иборат бўлган ечилувчан Ли алгебраларининг таснифлари олинди. Бундай алгебраларнинг аксарияти Л. Снобл ва П. Винтернитз томонидан чоп этилган монографияда жамланди. Ж.М. Касас, М. Ладра, Б.А. Омиров ва И.А. Каримжановлар томонидан нилрадикаллар орқали ечилувчан Ли алгебраларини қуришнинг ушбу методини ечилувчан Лейбниц алгебраларини қуришда қўлланилиши натижасида эса нилрадикали Абел, Гейзенберг, филиформ, нул-филиформ, табиий градуирланган филиформ, табиий градуирланган квази-филиформ, нул-филиформларнинг тўгри йигиндиси ва бошқа алгебралар бўлган ечилувчан Лейбниц алгебраларини таснифланган.

Дастлаб чекли ўлчамли филиформ Ли алгебралари М. Вернь томонидан ўрганилган бўлиб кейинчалик бу алгебраларнинг чексиз ўлчамли аналоги А. Фиаловскийнинг ишларида учрайди. Филиформ Лейбниц алгебраларининг чексиз ўлчамли аналоги Б. Омиров томонидан "юпқа" Лейбниц алгебралари номи билан тадқиқ этилди. Ю. Хакимджанов ва К. Хакимджановалар ишларида чексиз ўлчамли Ли алгебраларининг потенциал нильпотент ва потенциал ечилувчан деб аталувчи икки синфини таништирган бўлса, дастлаб про-нильпотент ва про-ечилувчан Ли алгебралари деб номланувчи чексиз ўлчамли алгебралар синфини Д.В. Миллионщиковнинг ишларида учратамиз.

Д.В. Миллионщиков маълум хусусиятга кўра про-нильпотент алгебраларни таснифини берди.

Ҳозирги вақтда чекли ўлчамли Ли ва Лейбниц алгебраларининг тузилиш структураси ва уларнинг тасвирлари, дифференциаллашлар фазоси, ҳамда когомологик группалари тавсифларини Ш.А. Аюпов, Б.А. Омиров, К.К. Кудайбергенов, И.С.Рахимов, А.Х. Худойбердиев, Ж.К. Адашев, Ж.М. Касас, М. Ладра, Л. Комачо, А. Шабанская ва бошқаларнинг ишларида ўрганилган бўлса, чексиз ўлчамли Ли ва Лейбниц алгебраларининг тузилиш структураси ва уларнинг тасвирлари, дифференциаллашлар фазоси ҳамда марказий кенгайтмалари Ш.А. Аюпов, Б.А. Омиров, А. Фиаловски, Ю. Хакимджанов, К. Хакимджанова, Д.В. Миллионщиков, В. Кас, А. Шалев, Е. Зелманов, Т.К. Курбанбаев ва бошқаларнинг ишларида қаралган.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Мирзо Улугбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетининг ОТ-Ф4-31 “Нокоммутатив модуллар, Лейбниц алгебралари ва симплексда полиномиал каскадлар” (2017-2020 йиллар) ва В.И.Романовский номидаги Математика институтининг “ЁФА-Фтех-2018-79, Лейбниц алгебраларининг тасвирлари” (2018-2019 йиллар) мавзусидаги илмий тадкикот лойиҳалари доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади комплекс майдонда аникланган про-нильпотент идеалга эга бўлган чекли ва чексиз ўлчамли ечилувчанга якин Лейбниц алгебралари таснифини олишдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари куйидагилардан иборат**:**

берилган нилрадикалга эга бўлган чекли ўлчамли максимал ечилувчан Лейбниц алгебраларини таснифлаш;

нилрадикали максимал узунликдаги филиформ ва квази-филиформ бўлган ечилувчан Лейбниц алгебраларининг иккинчи когомологик группаларини таснифлаш;

баъзи про-нильпотент Ли ва Лейбниц алгебраларининг барча ечилувчанга якин кенгайтмаларини таснифлаш ва максимал ечилувчанга якин кенгайтмаларини куйи тартибли когомологик группаларини тривиаллигини кўрсатиш.

Тадқиқотнинг объекти. Берилган максимал про-нильпотент идеалли чекли ва чексиз ўлчамли ечилувчанга яқин Лейбниц алгебралари.

Тадқиқотнинг предмети. Нильпотент Ли ва Лейбниц алгебралар назарияси, ечилувчан Ли ва Лейбниц алгебралари назарияси, когомологик группалар назарияси.

Тадқиқотнинг усуллари. Диссертацияда ассоциатив бўлмаган алгебраларнинг структуравий назарияси усуллари, дифференциаллашлар ва когомологик усуллар, шунингдек инвариантлар назарияси усулларидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

нилрадикали максимал узунликдаги филиформ ва квази-филиформ бўлган ечилувчан Лейбниц алгебралари таснифланган;

нилрадикали максимал узунликдаги квази-филиформ бўлган ечилувчан Лейбниц алгебрасининг каттиклиги исботланган;

бир ўлчамли идеал бўйича фактор алгебраси модел нильпотент радикалга эга Ли алгебраси бўлган ечилувчан Лейбниц алгебралари таснифланган ҳамда биринчи ва иккинчи тартибли когомологик группаларининг тривиаллиги исботланган;

модел филиформ Лейбниц алгебрасининг чексиз ўлчамли аналогининг ечилувчанга якин барча кенгайтмалари таснифланган ва уларнинг куйи тартибли когомологик группаларининг тривиаллиги исботланган.

Тадқиқотнинг амалий натижаси куйи тартибли когомологик группаларнинг тривиаллигини исботлашдаги янги методларни таклиф этилганлиги ва чексиз ўлчамли ечилувчанга якин Ли ва Лейбниц алгебраларини таснифлаш усулларининг баён килинганлигидан иборат.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги натижалар ассоциатив бўлмаган алгебралардаги маълум методлар ҳамда математик мулоҳазаларнинг катъийлигига асосланганлиги, олинган натижалар алгебраик кўпхилликларининг маълум натижалари ва тадкик этиш усулларидан катъий фойдаланганлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти.

Тадкикот натижаларининг илмий аҳамияти ишда олинган натижалардан Ўзбекистон Республикаси олий ўкув юртлари магистрантлари ва таянч докторантлари учун махсус курсларда кўллаш мумкинлиги ва чексиз ўлчамли Ли ва Лейбниц алгебралари назариясида фойдаланиш мумкинлиги билан изоҳланади.

Тадкикот натижаларининг амалий аҳамияти уларни алгебраларнинг дифференциаллашлар фазоси ва автоморфизмлар группалари назарияси янги хоссаларини исботлашга тадбик этиш мумкинлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Берилган про-нильпотент алгебраларнинг ечилувчанга якин Лейбниц кенгайтмалари бўйича олинган натижалар асосида:

бир ўлчамли идеал бўйича фактор алгебраси модел нильпотент радикалга эга Ли алгебраси бўлган ечилувчан Лейбниц алгебраларининг биринчи ва иккинчи тартибли когомологик группаларининг тривиаллигидан ОТ–Ф4–31 ракамли «Нокоммутатив модуллар, Лейбниц алгебралари ва симплексда полиномиал каскадлар» мавзусидаги фундаментал лойиҳада ечилувчан Лейбниц алгебраларининг кичик тартибли когомологик группаларини таснифлашда фойдаланилган (Мирзо Улугбек номидаги Ўзбекистон Миллий Университетининг 2021 йил 24-июндаги 04/11-2377-сонли маълумотномаси). Илмий натижанинг кўлланилиши нилрадикални ҳосил қилувчи элементлар сони нилрадикалнинг ко-ўлчамига тенг бўлган ечилувчан Лейбниц алгебраларини каттиклигини исботлаш имконини берган;

нилрадикали максимал узунликдаги квази-филиформ бўлган ечилувчан Лейбниц алгебрасининг тўлиқлиги ва қаттиқлигидан ЁФА-Фтех-2018-79 ракамли «Лейбниц алгебраларининг тасвири» мавзусидаги фундаментал лойиҳада ечилувчан Лейбниц алгебраларини когомологик группаларини тавсифлашда фойдаланилган(Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академиясининг 2021 йил 23 июндаги 2/1255-1831-сонли маълумотномаси). Илмий натижанинг қўлланилиши нилрадикали максимал узунликдаги квази-филиформ Ли алгебраси бўлган ечилувчан Лейбниц алгебраларининг биринчи ва иккинчи тартибли когомологик группаларини тривиаллигини исботлаш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур тадкикот натижалари 2 та халкаро ва 4 та республика илмий-амалий анжуманларда муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Диссертация мавзуси бўйича жами 12 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий аттестация комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 5 та илмий макола, жумладан, 2 таси хорижий ва 3 таси республика журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш қисм, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан иборат. Диссертациянинг ҳажми 85 бетни ташкил этган.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмда диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган бўлиб тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадкикотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадкикот натижаларининг жорий килиниши, нашр этилган ишлар ҳамда диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг “**Нилрадикали филиформ ва квази-филиформ бўлган ечилувчан Лейбниц алгебралари**” деб номланувчи биринчи бобида, Ли алгебралари ва Лейбниц алгебралари назарияларидан зарур тушунчалар ва ёрдамчи натижалар келтирилган. Нилрадикали максимал филиформ Ли алгебраси бўлган ечилувчан Ли алгебраси ва нилрадикали максимал узунликдаги квази-филиформ Лейбниц алгебраси бўлган ечилувчан Лейбниц алгебралари таснифланган. Бундан ташкари, бу алгебраларнинг куйи тартибли когомологик группалари тадқиқ этилган.

K бирор майдон бўлсин.

1-таъриф. K майдон устида аниқланган L алгебранинг ихтиёрий x, y, z элементлари учун қуйидаги айниятлар бажарилса,

$$[x,x]=0 \ - \text{антикоммутативлик айнияти},$$

$$[x,[y,z]]+[y,[z,x]]+[z,[x,y]]=0 \ - \text{Якоби айнияти},$$

у холда L алгебрасига *Ли алгебраси* дейилади, бу ерда $[-,-]$ − L алгебрада аниқланган кўпайтириш амали.

2-таъриф. K майдон устида аниқланган L алгебранинг ихтиёрий x, y, z элементлари учун куйидаги Лейбниц айнияти бажарилса,

$$[[x,y],z]=[[x,z],y]+[x,[y,z]]$$

L алгебра *Лейбниц алгебраси* дейилади, бу ерда $[-,-]$ $-L$ алгебрада аниқланган кўпайтириш амали.

L Лейбниц алгебрасининг иҳтиёрий x, y элементлари учун $[x,y]=-[y,x]$ шарт бажарилса, у ҳолда Лейбниц айнияти Якоби айнияти билан устма-уст тушиб колади бу эса Лейбниц алгебраси Ли алгебрасининг нокоммутатив аналоги эканлигини англатади.

Асосий таъриф ва тушунчаларни Лейбниц алгебралари учун такдим этиб, уларни Ли алгебралари учун ҳам (бошқача кўрсатилмаган бўлса) ўринли бўлишидан фойдаланамиз.

Айтайлик, L-Лейбниц алгебраси бўлсин. L-Лейбниц алгебраси учун *қуйи марказий* ва *ҳосилавий қатор*ларни мос равишда қуйидагича аниқлаймиз:

$$L^1=L,\quad L^{k+1}=[L^k,L],\quad k\geq 1, \text{ ва } L^{[1]}=L,\quad L^{[s+1]}=[L^{[s]},L^{[s]}],\quad s\geq 1.$$

3-таъриф. L-Лейбниц алгебраси бўлсин. Шундай $n\in\mathbb{N}$ (мос равишда, $m\in\mathbb{N}$) сон мавжуд бўлиб, $L^n=0$ (мос равишда, $L^{[m]}=0$) ўринли бўлса, у ҳолда L *нильпотент* (мос равишда, *ечилувчан*) Лейбниц алгебраси дейилади.

L Лейбниц алгебранинг максимал нильпотент (мос равишда, ечилувчан) идеалига L алгебранинг *нилрадикали* (мос равишда, *радикали*) дейилади.

4-таъриф. L алгебрада аниқланган $d:L\to L$ чизиқли алмаштириш L алгебранинг ихтиёрий x,y элементлари учун ушбу

$$d([x,y])=[d(x),y]+[x,d(y)]$$

дифференциаллаш қоидасини қаноатлантирса, у ҳолда, $d:L\to L$ чизиқли алмаштиришга *дифференциаллаш* дейилади.

Лейбниц айнияти ёрдамида ўнгдан кўпайтириш оператори R_x ни дифференциаллаш эканлигини кўришимиз мумкин. Бундай турдаги дифференциаллашлар *ички дифференциаллаш*лар деб аталади. Ички бўлмаган диффереciаллашлага эса *ташқи дифференциаллаш*лар дейилади.

5-таъриф. Агар L Лейбниц алгебраси учун $Center(L)=0$ ва барча дифференциаллашлари ички бўлса, L Лейбниц алгебраси *тўлиқ* дейилади.

Бу ерда $Center(L)=\{x\in L\,|\,[x,y]=[y,x]=0, \text{ барча } y\in L\}$.

L бирор нильпотент Лейбниц алгебраси бўлсин. Ихтиёрий $x\in L\setminus L^2$ элемент учун R_x операторнинг Жордан катаклари ўлчамларининг камайиш тартибидаги кетма-кетлигини $C(x)$ орқали белгилайлик. Бундай кетма-кетликлар тўпламида лексикографик тартибни қарайлик, яъни,

$$C(x)=(n_1,n_2,\ldots,n_k)\leq C(y)=(m_1,m_2,\ldots,m_s)$$

ўринли бўлади факат ва факат шундай $i\in\mathbb{N}$ мавжуд бўлиб, барча $j<i$ бўлганда $n_j=m_j$ ва $n_i<m_i$.

6-таъриф. $C(L)=\max\limits_{x\in L\setminus L^2} C(x)$ кетма-кетликка L Лейбниц алгебрасининг *характеристик кетма-кетлиги* дейилади.

Характеристик кетма-кетлиги $(n_1,n_2,\ldots,n_k,1)$ бўлган ва нолдан фарқли қуйидаги кўпайтмалар орқали аниқланган модел нильпотент Ли алгебраси $\mathfrak{n}_c$ ни қарайлик:

$$[e_i,e_1]=e_{i+1},\ \ 2\le i\le n_1,$$
$$[e_{n_1+\ldots+n_j+i},e_1]=e_{n_1+\ldots+n_j+1+i},\ \ 2\le i\le n_{j+1},\ 1\le j\le k-1.$$

7-таъриф. Айтайлик, L - n ўлчамли Лейбниц алгебраси бўлсин. Агар $2\le i\le n$ учун $\dim L^i=n\text{-}i$ шарт ўринли бўлса, у ҳолда L Лейбниц алгебраси *филиформ* дейилади.

8-таъриф. Айтайлик, L - n ўлчамли Лейбниц алгебраси бўлсин. Агар $L^{n-2}\neq\{0\}$ ва $L^{n-1}=\{0\}$ шартлар ўринли бўлса, у ҳолда L Лейбниц алгебраси *квази-филиформ* дейилади.

L Лейбниц алгебраси ва $n\ge 0$ учун ушбу белгилашни олайлик.

$$\mathrm{CL}^n(L,L):=\mathrm{Hom}(L\otimes L).$$

$d^n:\mathrm{CL}^n(L,L)\to\mathrm{CL}^{n+1}(L,L)$ чизиқли акслантириш қуйидагича аниқлансин:

$$(d^n\varphi)(x_1,\ldots,x_{n+1}):=[x_1,\varphi(x_2,\ldots,x_{n+1})]+\sum_{i=2}^{n+1}(-1)^i[\varphi(x_1,\ldots,\widehat{x}_i,\ldots,x_{n+1}),x_i]+$$
$$\sum_{1\le i<j\le n+1}(-1)^{j+1}\varphi(x_1,\ldots,x_{i-1},[x_i,x_j],x_{i+1},\ldots,\widehat{x}_j,\ldots,x_{n+1}),$$

бу ерда, $\varphi\in\mathrm{CL}^n(L,L)$, $x_i\in L$ ва $\widehat{x}_i$ - белги ушбу қаторда x_iни тушиб қолишини англатади. d^n - чизиқли акслантириш учун $d^{n+1}\circ d^n=0$ хосса ўринли бўлишидан қуйидагича аниқланган n-тартибли когомологик группа тўғри аниқланганини оламиз

$$\mathrm{HL}^n(L,L):=\mathrm{ZL}^n(L,L)/\mathrm{BL}^n(L,L),$$

бу ерда $\mathrm{ZL}^n(L,L):=\mathrm{Ker}\,d^{n+1}$ ва $\mathrm{BL}^n(L,L):=\mathrm{Im}\,d^n$ фазоларнинг элементлари мос равишда n-коцикллар ва n-кочегаралар дейилади.

Агар бу ерда $\varphi:L\times L\to L$ бичизиқли акслантириш антисимметрик бўлса, у ҳолда у Ли 2-коцикл элементи дейилади ва Ли 2-когомологик группани қуйидагича аниқлаймиз $\mathrm{H}^2(L,L):=\mathrm{Z}^2(L,L)/\mathrm{B}^2(L,L)$.

9-таъриф. Агар L Лейбниц алгебраси учун $\mathrm{HL}^2(L,L)=0$ ўринли бўлса, у ҳолда L Лейбниц алгебраси когомологик қаттиқ дейилади.

L чекли сондаги нолдан фарқли V_i фазолардан ташкил топган $\mathbb{Z}$-градуирланган Лейбниц алгебраси бўлсин, яъни $L=\oplus_{i\in Z}V_i$ бўлиб, ихтиёрий $i,j\in\mathbb{Z}$ учун $[V_i,V_j]\subseteq V_{i+j}$ ўринли.

L нильпотент Лейбниц алгебраси бўлсин. Агар $L=V_{k_1}\oplus V_{k_2}\oplus\ldots\oplus V_{k_t}$ да барча i $(k_1\le i\le k_t)$ лар учун $V_i\neq 0$ бўлса, у холда L Лейбниц алгебраси *боғлиқли градуировкага эга* дейилади.

10-таъриф. $l(\oplus L)=l(V_{k_1}\oplus V_{k_1+1}\cdots\oplus V_{k_1+t})=t+1$ сонига *градуировка узунлиги* дейилади. Агар $l(\oplus L)=\dim(L)$ ўринли бўлса, у ҳолда градуировка *максимал узунликда* дейилади

L алгебранинг узунлиги қуйидагича аниқланади

$l(L)=\max\{l(\oplus L): L=V_{k_1}\oplus V_{k_1+1}\oplus\cdots\oplus V_{k_1+t}$ *-боғлиқли градуировка*$\}$.

Агар L максимал узунликдаги гардуировкага эга бўлса, яъни $l(L)=\dim(L)$, у ҳолда L Лейбниц алгебраси максимал узунликда дейилади

Қуйидаги теоремада Л.М. Камачо ва бошқалар томонидан кўрсатилган максимал узунликдаги Ли бўлмаган квази-филиформ Лейбниц алгебралари таснифи берилган.

1-теорема. Максимал узунликдаги ихтиёрий n-ўлчамли ($n\geq 6$) квази-филиформ Ли бўлмаган Лейбниц алгебраси қуйидаги ўзаро изоморф бўлмаган алгебралардан бирига изоморфдир:

$$M^{1,\delta}:\begin{cases}[e_1,e_1]=e_n, & [e_{n-1},e_1]=e_2, \quad [e_i,e_1]=e_{i+1}, \quad 2\leq i\leq n-3,\\ [e_{n-1},e_{n-1}]=\delta e_4, & [e_i,e_{n-1}]=\delta e_{i+3}, \quad \delta\in\{0,1\}, \quad 2\leq i\leq n-5,\end{cases}$$

$$M^{2\lambda}:\begin{cases}[e_i,e_1]=e_{i+1}, & 2\leq i\leq n-3\ ,\\ [e_1,e_{n-1}]=\lambda e_n, & \lambda\in\mathbb{C},\end{cases}$$

$$M^{3,\alpha}:\begin{cases}[e_1,e_1]=e_2, & [e_3,e_3]=\alpha e_6,\\ [e_i,e_1]=e_{i+1}, & [e_1,e_i]=-e_{i+1}, \quad 3\leq i\leq n-1,\end{cases}$$

$$M^{4}:\begin{cases}[e_i,e_1]=e_{i+1}, & 1\leq i\leq n-3,\\ [e_1,e_{n-1}]=e_n,\end{cases}$$

бу ерда $\{e_1,e_2,...,e_n\}$ алгебрадаги базис; $M^{3,\alpha}$ алгебрада агар $n>6$ бўлса, α=0 ва агар n=6 бўлса, $\alpha\in\{0,1\}$.

Берилган нилрадикалга эга чекли ўлчамли ечилувчан Ли ва Лейбниц алгебраларини таҳлил қилиш давомида ушбу структурани чексиз ўлчамли ҳолат учун ўтказиш мумкинми деган савол тугилади. Бу саволга жавоб топиш учун биз дастлаб ушбу методни максимал про-нильпотент идеалга эга бўлган ечилувчанга яқин Ли ва Лейбниц алгебраларини қуриш учун қўллаб кўрдик.

L чексиз ўлчамли саноқли базисга эга бўлган Лейбниц алгебраси бўлсин.

11-таъриф. Агар $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}L^i=0$ (мос равишда, $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}L^{[i]}=0$) ўринли бўлса, у ҳолда, L Лейбниц алгебраси *нильпотентга яқин* (мос равишда, *ечилувчанга яқин*) дейилади.

Қуйидаги про-нильпотент ва про-ечилувчан алгебралар таърифлари Д.В.Миллионщиковнинг ишларидан олинган.

12-таъриф. Агар ихтиёрий $i\geq 1$ учун, $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}L^i=0$ (мос равишда, $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}L^{[i]}=0$) va $\dim L/L^i<\infty$ (мос равишда, $\dim L/L^{[i]}<\infty$) ўринли бўлса, у ҳолда, L Лейбниц алгебраси *про-нильпотент* (мос равишда, *про-ечилувчан*) дейилади.

Айтайлик, $\mathfrak{m}_0$ модел филиформ Ли алгебрасининг чексиз ўлчамли аналоги бўлсин. Қуйидаги теоремада К.К. Абдурасулов ва бошқалар томонидан $\mathfrak{m}_0$ алгебранинг максимал ечилувчанга яқин Ли кенгайтмаси берилган.

2-теорема. Айтайлик, R бу максимал про-нильпотент идеали $\mathfrak{m}_0$ ва ко-ўлчами 2 бўлган ечилувчанга яқин Ли алгебраси бўлсин. У ҳолда шундай $\{x, y, e_1, e_2, \ldots\}$ базис мавжудки, бу базисда R алгебранинг кўпайтириш жадвали қуйидагича кўринишда бўлади

$$\begin{cases} [e_i, e_1] = e_{i+1}, \quad i \geq 2, \qquad [e_1, x] = e_1, \\ [e_i, x] = (i-1)e_i + \sum\limits_{k=3}^{t} \beta_k e_{k+i-2}, \quad i \geq 2, \\ [y, e_i] = -e_i, \quad i \geq 2, \end{cases}$$

бу ерда $\beta = (\beta_3, \beta_4, \ldots, \beta_t) \in \mathbb{C}^{t-2}$ ва $t \in \mathbb{N}$.

Текшириб кўриш мумкинки, бу оила ўзаро изоморф бўлмаган ечилувчанга яқин Ли алгебраларидан ташкил топган.

1.2 параграфда қуйидаги кўпайтириш жадвали орқали аниқланган m филиформ Ли алгебрасининг барча мавжуд ечилувчан кенгайтмалари таснифи ҳамда қуйи тартибли когомологик группалари таснифланган:

$$m: \begin{cases} [e_1, e_i] = e_{i+1}, \quad 2 \leq i \leq n-1, \\ [e_2, e_i] = e_{i+2}, \quad 3 \leq i \leq n-2. \end{cases}$$

3-теорема. Нилрадикали m ва ко-ўлчами 1 бўлган ҳар қандай ечилувчан Ли алгебраси қуйидаги алгебрага изоморф бўлади:

$$M: \begin{cases} [e_1, e_i] = e_{i+1}, \quad 2 \leq i \leq n-1, \\ [e_2, e_i] = e_{j+2}, \quad 3 \leq i \leq n-2, \\ [e_i, x] = ie_i, \quad 1 \leq i \leq n. \end{cases}$$

Бу ерда, $\{e_1, e_2, \ldots, e_n, x\}$ бу M алгебранинг базиси.

4-теорема. $\dim \mathrm{H}^2(M, M) = 1$.

1.3 параграфда нилрадикали $M^{3,\alpha}$ - максимал узунликдаги квази-филиформ Лейбниц алгебраси бўлган ечилувчан Лейбниц алгебраси таснифи олинган ҳамда уларнинг қуйи тартибли когомологик группалари таҳлил қилинган.

5-теорема. Айтайлик, L бу нилрадикали $M^{3,0}$ ва ко-ўлчами 2 бўлган ечилувчан Лейбниц алгебраси бўлсин. У ҳолда L алгебранинг шундай $\{e_1, e_2, \ldots, e_n, x, y\}$ базиси мавжудки, бу базисда L алгебранинг кўпайтириш жадвали қуйидагича бўлади

$$L:\begin{cases} [e_1,e_1]=e_2, & [e_i,e_1]=e_{i+1}, & [e_1,e_i]=e_{i+1}, \ 3\le i\le n-1,\\ [e_1,x]=e_1, & [x,e_1]=-e_1, & [e_2,x]=2e_2,\\ [e_i,x]=(i-3)e_i, & [x,e_i]=-(i-3)e_i, & 4\le i\le n,\\ [e_i,y]=e_i, & [y,e_i]=e_i, & 3\le i\le n. \end{cases}$$

6-теорема. L ечилувчан Лейбниц алгебраси *тўлиқ* алгебра бўлади.

7-теорема. L ечилувчан Лейбниц алгебрасининг иккинчи тартибли когомологик группаси тривиалдир.

Диссертациянинг **“Баъзи когомологик қаттиқ ечилувчан Лейбниц алгебралари”** деб номланувчи иккинчи бобида, нилрадикалнинг элементлар квадратларидан ҳосил бўлган бир ўлчамли идеал бўйича фактор алгебраси модел нильпотент Ли алгебраси ($\mathfrak{n}_c$) бўладиган максимал ечилувчан Лейбниц алгебралари таснифи берилган. Ушбу таснифланган оилага тегишли ечилувчан Лейбниц алгебраларининг биринчи ва иккинчи тартибли когомологик группаларининг тривиаллиги исботланган.

Қуйидаги $L(\alpha_i,\beta_i)$ ($1\le i\le k$) нильпотент Лейбниц алгебралари оиласини қарайлик:

$$\begin{cases} [e_i,e_1]=e_{i+1}, \ 2\le i\le n_1, & [e_1,e_i]=-e_{i+1}, \ \ 3\le i\le n_1,\\ [e_{n_1+\ldots+n_j+i},e_1]=e_{n_1+\ldots+n_j+1+i}, & 2\le i\le n_{j+1}, \quad 1\le j\le k-1,\\ [e_1,e_{n_1+\ldots+n_j+i}]=-e_{n_1+\ldots+n_j+1+i}, & 3\le i\le n_{j+1}, \quad 1\le j\le k-1,\\ [e_1,e_1]=h, & [e_2,e_2]=\alpha_1 h, \quad [e_1,e_2]=-e_3+\beta_1 h,\\ [e_{n_1+\ldots+n_i+2},e_{n_1+\ldots+n_i+2}]=\alpha_{i+1}h, & 1\le i\le k-1,\\ [e_1,e_{n_1+\ldots+n_i+2}]=-e_{n_1+\ldots+n_i+3}+\beta_{i+1}h, \ \ 1\le i\le k-1, \end{cases}$$

бу ерда $n_1\ge n_2\ge\ldots n_k\ge 1$.

Қуйидаги теоремада $L(\alpha_i,\beta_i)$, $1\le i\le k$ алгебранинг максимиал ечилувчан Лейбниц алгебраси келтирилган.

8-теорема. Нилрадикали $L(\alpha_i,\beta_i)$, $1\le i\le k$ ва ко-ўлчами $(k+1)$ бўлган ечилувчан Лейбниц алгебраси қуйидаги алгебрага изоморф бўлади:

$$R:\begin{cases} [e_1,e_1]=h, & [h,x_1]=2h,\\ [e_i,e_1]=-[e_1,e_i]=e_{i+1}, & 2\le i\le n_1,\\ [e_{n_1+\ldots+n_j+i},e_1]=-[e_1,e_{n_1+\ldots+n_j+i}]=e_{n_1+\ldots+n_j+1+i}, & 2\le i\le n_{j+1},\\ [e_1,x_1]=-[x_1,e_1]=e_1, & \\ [e_i,x_1]=-[x_1,e_i]=(i-2)e_i, & 3\le i\le n_1+1,\\ [e_{n_1+\ldots+n_j+i},x_1]=-[x_1,e_{n_1+\ldots+n_j+i}]=(i-2)e_{n_1+\ldots+n_j+i}, & 2\le i\le n_{j+1},\\ [e_i,x_2]=-[x_2,e_i]=e_i, & 2\le i\le n_1+1,\\ [e_{n_1+\ldots+n_j+i},x_{j+2}]=-[x_{j+2},e_{n_1+\ldots+n_j+i}]=e_{n_1+\ldots+n_j+i}, & 2\le i\le n_{j+1}, \end{cases}$$

бу ерда $1 \le j \le k-1$.

9-теорема. R ечилувчан Лейбниц алгебраси тўликдир.

Бу теорема R-алгебранинг 1-тартибли когомологик группаси тривиаллигини кўрсатади. Энди R алгебранинг 2-тартибли когомологик группасини таҳлил қилайлик.

10-теорема. $\mathrm{HL}^2(R,R)=0$.

Диссертациянинг **"Про-нильпотент идеалга эга бўлган ечилувчанга яқин Ли ва Лейбниц алгебралари таснифи"** деб номланувчи учичи бобида, максимал про-нильпотент идеали модел филиформ Ли алгебрасининг чексиз ўлчамли аналоги $m_0:\{[e_i,e_1]=-[e_1,e_i]=e_{i+1},\ i\ge 2$ бўлган барча ечилувчанга яқин Ли алгебралари ва максимал про-нильпотент идеали модел филиформ Лейбниц алгебрасининг чексиз ўлчамли аналоги $F:\{[e_i,e_1]=e_{i+1},\ i\ge 2$ бўлган барча ечилувчанга яқин Лейбниц алгебралари таснифи келтирилган. Бу таснифланган алгебралардан максимал ко-ўлчамга эгаларининг биринчи ва иккинчи тартибли когомологик группалари тривиаллиги исботланган. Бундан ташқари, максимал про-нильпотент идеали Витт алгебрасининг мусбат қисми $m_1:[e_i,e_j]=(i-j)e_{i+j},\ i,j\ge 1$ бўлган про-ечилувчан Ли алгебралари ягоналиги ҳамда у Витт алгебрасининг номанфий қисми $W_{\ge 0}$ эканлиги исботланган.

Ушбу бобда максимал про-нильпотент идеали N ва N га тўлдирувчи қисм фазо ўлчами k бўлган ҳар қандай ечилувчанга яқин Лейбниц алгебрасини $R(N,k)$ каби белгиланган.

11-теорема. Айтайлик, $R(\mathfrak{m}_0,1)$ бу максимал про-нильпотент идеали $\mathfrak{m}_0$ бўлган ечилувчанга яқин Ли алгебралари оиласи бўлсин. У ҳолда, шундай $\{x,e_1,e_2,\ldots\}$ базис топиладики, бу базисда $R(\mathfrak{m}_0,1)$ нинг кўпайтириш жадавали қуйидаги кўринишда бўлади:

$$R_1(\mathfrak{m}_0,1,\beta):\begin{cases}[e_i,e_1]=e_{i+1}, & i\ge 2,\\ [e_1,x]=e_1, & \\ [e_i,x]=((i-2)+\beta_2)e_i+\sum\limits_{k=3}^{t}\beta_k e_{i+k-2}, & i\ge 2,\end{cases}$$

$\beta_2\ne 1,\ \beta=(\beta_2,\beta_3,\ldots,\beta_t)\in\mathbb{C}^{t-1},\ t\in\mathbb{N}$.

$$R_2(\mathfrak{m}_0,1,\beta):\begin{cases}[e_i,e_1]=e_{i+1}, & i\ge 2,\\ [e_1,x]=e_1+\alpha e_2, & \\ [e_i,x]=(i-1)e_i+\sum\limits_{k=3}^{t}\beta_k e_{i+k-2}, & i\ge 2,\end{cases}$$

$\beta=(\beta_3,\ldots,\beta_t)\in\mathbb{C}^{t-2},\ \alpha\in\mathbb{C},\ t\in\mathbb{N}$.

$$R_3(\mathfrak{m}_0,1,\beta):\begin{cases}[e_i,e_1]=e_{i+1}, & i\geq 2,\\ [e_i,x]=e_i+\sum\limits_{k=3}^{t}\beta_k e_{i+k-2}, & i\geq 2,\end{cases}$$

$\beta=(\beta_3,\beta_4,\ldots,\beta_t)\in\mathbb{C}^{t-2}$, $t\in\mathbb{N}$.

Қуйидаги хосса $R_1(\mathfrak{m}_0,1,\beta)$, $R_2(\mathfrak{m}_0,1,\beta)$ ва $R_3(\mathfrak{m}_0,1,\beta)$ алгебралар оиласида тўлиқ алгебра мавжуд эмаслигини кўрсатади.

1-тасдиқ.

- $d(e_i)=e_i$, $i\geq 2$ акслантириш $R_1(\mathfrak{m}_0,1,\beta)$ оиладаги ихтиёрий алгебра учун ташқи дифференциаллаш бўлади.
- $\begin{cases}d(e_1)=e_2,\\ d(x)=\sum\limits_{k=2}^{t-1}\beta_{i+1}e_i,\end{cases}$ акслантириш $R_2(\mathfrak{m}_0,1,\beta)$ оиладаги ихтиёрий алгебра

учун ташқи дифференциаллаш бўлади;

- $d(e_i)=e_{i+2}$, $i\geq 2$ ушбу акслантириш $R_3(\mathfrak{m}_0,1,\beta)$ оиладаги ихтиёрий алгебра учун ташқи дифференциаллаш бўлади.

$R(\mathfrak{m}_0,2,\beta)$ бу максимал про-нильпотент идеали $\mathfrak{m}_0$ бўлган максимал ечилувчанга яқин Ли алгебралари оиласи.

12-теорема. $R(\mathfrak{m}_0,2,\beta)$ оиладаги ҳар қандай алгебра тўлиқдир.

Энди $R(\mathfrak{m}_0,2,\beta)$ оиладаги алгебраларнинг иккинчи тартибли когомологик группаларини таҳлил қилайлик.

13-теорема. $R(\mathfrak{m}_0,2,\beta)$ оиладаги ҳар қандай алгебранинг иккинчи тартибли когомологик группалари тривиал бўлади.

Қуйидаги теорема максимал про-нильпотент идеали $\mathfrak{m}_1$ бўлган про-ечилувчан алгебра ягоналигини таъкидлайди.

14-теорема. Айтайлик, P бу максимал про-нильпотент идеали $\mathfrak{m}_1$ бўлган про-ечилувчан алгебра бўлсин. У ҳолда P алгебра изоморфизм аниқлигида ягона ва қуйидаги алгебрага изомоф бўлади

$$W_{\geq 0}:\{[e_i,e_j]=(i-j)e_{i+j},\quad i,j\geq 0.$$

2-тасдиқ. $W_{\geq 0}$ тўлиқ Ли алгебраси бўлади.

3.3 параграфда максимал про-нильпотент идеали F бўлган ечилувчанга яқин Лейбниц алгебралари таснифини олиш давомида F нинг ко-ўлчами 2 дан катта эмаслиги кўрсатилган.

$R(F,1)=F\oplus Q$ - ечилувчанга яқин Лейбниц алгебрасини таҳлил қилайлик, бу ерда $\dim Q=1$.

15-теорема. $R(F,1)$ - ечилувчанга яқин Лейбниц алгебрасида шундай базис $\{x,e_1,e_2,\ldots\}$ мавжудки, бу базисда $R(F,1)$ алгебранинг кўпайтириш жадвали қуйидаги кўринишда бўлади:

$$R_1(F,1,\beta):\begin{cases}[e_i,e_1]=e_{i+1}, & i\geq 2,\\ [e_1,x]=-[x,e_1]=e_1, & \\ [e_i,x]=(i-2+\beta_2)e_i+\sum\limits_{k=3}^{t}\beta_k e_{k+i-2}, & i\geq 2.\end{cases}$$

бу ерда $\beta=(\beta_2,\beta_3,\ldots,\beta_t)\in\mathbb{C}^{t-1}$, $t\in\mathbb{N}$.

$$R_2(F,1,\beta):\begin{cases}[e_i,e_1]=e_{i+1}, \quad i\geq 2,\\ [e_1,x]=e_1, \qquad [x,e_1]=-e_1+e_2,\\ [e_i,x]=(i-1)e_i+\sum\limits_{k=3}^{t}\beta_k e_{k+i-2}, \quad i\geq 2,\\ [x,x]=\sum\limits_{k=2}^{t-1}\beta_{k+1}e_k.\end{cases}$$

бу ерда $\beta=(\beta_3,\beta_4,\ldots,\beta_t)\in\mathbb{C}^{t-2}$, $t\in\mathbb{N}$.

$$R_3(F,1,\beta):\begin{cases}[e_i,e_1]=e_{i+1}, & i\geq 2,\\ [e_i,x]=e_i+\sum\limits_{k=3}^{t}\beta_k e_{k+i-2}, & i\geq 2,\end{cases}$$

бу ерда $\beta=(\beta_3,\beta_4,\ldots,\beta_t)\in\mathbb{C}^{t-2}$, $t\in\mathbb{N}$.

Қуйидаги хосса $R_1(F,1,\beta)$ ва $R_3(F,1,\beta)$ оиладаги ихтиёрий алгебранинг ташқи дифференциаллашлари мавжудлигини таъкидлайди.

2-хосса.

- $\{d(e_i)=e_i,\ i\geq 2$, бу $R_1(F,1,\beta)$ оиладаги ихтиёрий алгебранинг ташқи дифференциаллаши бўлади.
- $\{d(e_i)=e_{i+2},\ i\geq 2$, бу $R_2(F,1,\beta)$ оиладаги ихтиёрий алгебранинг ташқи дифференциаллаши бўлади.

Қуйидаги теорема максимал про-нильпотент идеали F ва ко-ўлчами максимал бўлмаган ечилувчанга яқин тўлиқ алгебраларнинг катта бир оиласи мавжудлигини кўрсатади.

16-теорема. $R_2(F,1,\beta)$ оиладаги ҳар қандай алгебра тўлиқдир.

17-теорема. $R(F,2)$ ечилувчанга яқин Лейбниц алгебрасида шундай $\{x,y,e_1,e_2,\ldots\}$ базис мавжудки, бу базисда $R(F,2)$ алгебранинг кўпайтириш жадвали қуйидаги кўринишда бўлади.

$$R(F,2,\beta):\begin{cases}[e_i,e_1]=e_{i+1}, \quad i\geq 2,\\ [e_1,x]=-[x,e_1]=e_1,\\ [e_i,x]=(i-2)e_i+\sum\limits_{k=3}^{t}\beta_k e_{k+i-2}, & i\geq 2,\\ [e_i,y]=e_i, & i\geq 2,\end{cases}$$

бу ерда $\beta = (\beta_2, \beta_3, \ldots, \beta_t) \in \mathbb{C}^{t-1}$, $t \in \mathbb{N}$.

$R(F,2,\beta)$ оиладаги ҳар қандай алгебранинг биринчи ва иккинчи тартибли когомологик группалари тривиал бўлади.

18-теорема. $R(F,2,\beta)$ оиладаги ҳар қандай алгебра тўлиқ бўлади.

19-теорема. $HL^2(R(F,2,\beta), R(F,2,\beta)) = 0$.

ХУЛОСА

Ушбу диссертация чекли ҳамда чексиз ўлчамли ечилувчанга яқин Ли ва Лейбниц алгебраларини ўрганишга бағишланади.

Тадқиқотнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат:

1. Нилрадикали берилган филиформ Ли алгебраси бўлган ечилувчан Ли алгебралари таснифланган ҳамда ушбу ечилувчан алгебраларнинг қуйи тартибли когомологик группалари таҳлил қилинган;

2. Нилрадикали максимал узунликдаги баъзи квази-филиформ Лейбниц алгебрасига изоморф бўлган ечилувчан Лейбниц алгебраларининг тўлиқлиги ва қаттиқлиги исботланган;

3. Бир ўлчамли идеал бўйича фактор алгебраси модел нильпотент радикалга эга Ли алгебраси бўлган ечилувчан Лейбниц алгебралари таснифланган;

4. Бир ўлчамли идеал бўйича фактор алгебраси модел нильпотент радикалга эга Ли алгебраси бўлган ечилувчан Лейбниц алгебраларининг тўлиқлиги исботланган;

5. Бир ўлчамли идеал бўйича фактор алгебраси модел нильпотент радикалга эга Ли алгебраси бўлган ечилувчан Лейбниц алгебраларининг иккинчи тартибли когомологик группалари тривиаллиги исботланган;

6. Модел филиформ Лейбниц алгебрасининг чексиз ўлчамли аналогининг ечилувчанга яқин барча кенгайтмалари таснифланган;

7. Ечилувчанга яқин Лейбниц алгебралардан иборат катта бир оиладаги ҳар қандай алгебранинг тўлиқлиги исботланган;

8. Ечилувчанга яқин Лейбниц алгебралардан иборат катта бир оиладаги ҳар қандай алгебранинг иккинчи тартибли когомологик группалари тривиаллиги исботланган.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING OF THE SCIENTIFIC DEGREES DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 INSTITUTE OF MATHEMATICS NAMED AFTER V.I. ROMANOVSKIY

NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

SOLIJANOVA GULKHAYO OYBEK KHIZI

RESIDUALLY SOLVABLE LEIBNIZ EXTENSIONS OF GIVEN PRO-NILPOTENT ALGEBRAS

01.01.06-Algebra

ABSTRACT OF THESIS OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

TASHKENT-2021

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2021.2.PhD/FM350.

Dissertation has been prepared at National university of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (Uzbek, English, Russian (summary)) on the website website http://kengash.mathinst.uz and in the website of "ZiyoNet" Information and educational portal http://www.ziyonet.uz.

Scientific supervisor:	**Omirov Bakhrom Abdazovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor
Official opponents:	**Eshmatov Farkhod Khasanovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Senior researcher **Rikhsiboev Ikrom Mirzarustamovich** Candidat of Physical and Mathematical Sciences
Leading organization:	**Andijan State University**

Defense will take place "29" July 2021 at 17:00 at the meeting of Scientific Council number DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 at Institute of Mathematics named after V.I. Romanovsky. (Address: University str. 4b, Almazar area, Tashkent city, 100174, Uzbekistan, Ph.: (99871) 207-91-40, e-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz)

Dissertation is possible to review in Information-resource center at Institute of Mathematics named alter V.I.Romanovsky (is registered № 116). (Address: University str. 4b, Almazar area, Tashkent city, 100174, Uzbekistan, Ph.: (99871)-207-91-40).

Abstract of dissertation sent out on «17» July 2021 year
(Mailing report № 2 on «17» July 2021 year)

U.A.Rozikov
Chairman of Scientific Council
on award of scientific degrees,
D.F.-M.S., Professor

J.K.Adashev
Scientific secretary of Scientific Council
on award of scientific degrees, C.F.-M.S., Senior researcher

A.R.Hayotov
Deputy-Chairman of Scientific seminar under
Scientific Council on award of scientific degrees,
D.F.-M.S., Professor

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

Actuality and demand of the theme of dissertation. A great amount of scientific and applied research in the world is focused to the theory of algebraic systems. The connection of the structure theory of Lie algebras with some problems in mathematics and physics has led to the emergence of various generalizations of Lie algebras, such as n-Lie algebras, Lie superalgebras, Malcev and Leibniz algebras. The theory of Leibniz algebras is one of the intensively developing areas of modern algebra and extending of results of Lie algebras to the Leibniz algebras is topical issue. Levi's theorem for the case of Leibniz algebras asserts that any finite-dimensional Leibniz algebra over a field of characteristic zero is decomposed into a semidirect sum of its solvable radical and a semi-simple Lie subalgebra. Thus, the description of finite-dimensional Leibniz algebras turns to the study of solvable Leibniz algebras. Therefore, the study of the structural theory of finite-dimensional solvable Lie algebras and solving the problems related to their cohomological theory are remain as an important issue.

Nowadays in the world, finding out the new applications in geometry, topology and mathematical physics of infinite-dimensional Leibniz algebras are important. Since, an analogue of the Levi's decomposition does not exist for the infinite-dimensional Leibniz algebras and an analogue of Engel's theorem for infinite dimensional cases is also not true, studying of infinite-dimensional Leibniz algebras is a complex problem and it implies studying them with additional restrictions. One of them is description of infinite dimensional Leibniz algebras by taking limitation for the intersection of the terms of lower central (derived) series. For instance, descriptions of residually solvable Leibniz algebras with given pro-nilpotent Leibniz algebras. In this regard, description of solvable Leibniz algebras with a nilradical of codimension equals to the number of generators of the nilradical, proving completeness and rigidity of these kind of algebras and determining, in the infinite-dimensional case, analogues of the concepts of the method for constructing finite-dimensional solvable Leibniz algebras are crucial research.

In our country, intensified attention has been paid to applied mathematics, computer science, digital economy, which have scientific and practical application of fundamental sciences. In particular, significant results have been achieved in solving practical problems by description of finite and infinite-dimensional Leibniz algebras. According to the main task and direction of activity of mathematics are conducting research[1] at the level of international standards on the priority areas "Algebra and Functional Analysis". To ensure the implementation of the task, it is important to develop the theory of finite and infinite-dimensional Leibniz algebras for the application of scientific results in the relevant field of science.

The subject and object of research of this dissertation are in line with tasks identified in the Decrees of the President of the Republic of Uzbekistan UP-4947 of

---

[1] Decree of Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan at the 2017 year 18 May « On measures on the organization of activities of the first created scientific research institutions of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan» № 292 dated May 17, 2017.

February 7, 2017 “On the strategy of action for the further development Of the Republic of Uzbekistan”, UP-2789 dated February 17, 2017 “On measures to further improvement of the activities of the Academy of Sciences, organization, management and financing of research activities”, PP-3682 from April 27, 2018 “On measures to further improve the system of practical implementation of innovative ideas, technologies and projects” and PP-4387 from July 9, 2019 “On measures to further development of mathematical education and science, and also root improvement of the activity of the Uzbekistan Academy of Sciences V.I.Romanovsky Institute of Mathematics”, as well as in other regulations related to basic science.

Connection of research to priority directions of development of science and technologies of the Republic. This study was performed in accordance with the priority areas of science and technology of Republic of Uzbekistan IV, “Mathematics, Mechanics and Computer Science”.

The degree of scrutiny of the problem. The fundamental Levi’s theorem simplifies the task of identifying a given Lie algebra and turns to description of solvable Lie algebras. A. Malcev and C.M. Mubarakzjanov showed a method for constructing solvable Lie algebras from their nilradicals. Then by using the method descriptions of finite-dimensional solvable Lie algebras with filiform, quasi-filiform, Heisenberg, Abelian and other nilradicals were obtained. Most of them collected in the monograph published by L. Šnobl and P. Winternitz. The method of the reconstruction of solvable Lie algebras from their nilradicals was extended to the Leibniz algebras by J.M. Casas, M. Ladra, B.A. Omirov, and I.A. Karimjanov. Then finite-dimensional solvable Leibniz algebras with Abelian, Heisenberg, filiform and null-filiform, naturally graded filiform, naturally graded quasi-filiform and the direct sum of null-filiform nilradicals were described by using this method.

In the finite-dimensional case, filiform Lie algebras were introduced by Vergne. Infinite-dimensional analogs of filiform Lie algebras were considered by A. Fialowski, while the infinite-dimensional analogs of filiform Leibniz algebras were introduced by B. Omirov under the name thin Leibniz algebra. Yu. Khakimdjanov and K. Khakimdjanova introduced two classes of infinite-dimensional Lie Algebras called potentially nilpotent and potentially solvable, while infinite-dimensional Lie algebras called pro-nilpotent and pro-solvable were studied in D.V. Millionschikov papers. D.V. Millionschikov classified some pro-nilpotent Lie algebras with some special conditions.

At present time, the structure theories of finite-dimensional Lie and Leibniz algebras, their representations, derivation spaces, as well as the descriptions of cogomological groups are described in the papers of Sh.A. Ayupov, B.A. Omirov, K.K. Kudaybergenov, I.S.Rakhimov, A.Kh. Khudoyberdiyev, J.Q. Adashev, J.M. Casas, M. Ladra, L. Camacho, A. Shabanskaya and others. While the descriptions of infinite-dimensional Lie and Leibniz algebras were described in the papers of Sh.A. Ayupov, B.A. Omirov, A. Fialowski, Yu. Khakimdjanov, K. Khakimdjanova, D.V. Millionschikov.

Connection of the theme of the dissertation with the research works of

higher education, where the dissertation is carried out. The dissertation work is carried out in accordance with the given topic of scientific research OT-F4-31 “Non-commutative modules, Leibniz algebras and polynomial cascades on simplexes” at the National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek (2017-2020) and “ЁФА-Фтех-2018-79, Representation of Leibniz Algebras” in V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics (2018-2019);

The aim of research work is to obtain description of finite and infinite-dimensional residually solvable Leibniz algebras with pro-nilpotent ideals over the complex field.

Research problems:

description of maximal solvable finite-dimensional Leibniz algebras with given nilradical;

investigation of the second cohomology groups for solvable Leibniz algebras with filiform and quasi-filiform nilradicals of maximum length;

description of all residually solvable Leibniz extensions of some pro-nilpotent Lie and Leibniz algebras and proving triviality of cohomology groups of low degrees for the maximal residually solvable extensions;

The research object. Finite and infinite-dimensional residually solvable Leibniz algebras with given maximal pro-nilpotent ideals.

The research subject. The theory of nilpotent Lie and Leibniz algebras, the theory of solvable Lie and Leibniz algebras, the theory of cohomology groups

Research methods. In the dissertation the methods of the theory of non-associative algebras, derivations and cohomological methods, as well as the methods of invariant theory are applied.

Scientific novelty of the research work consists of the following:

solvable Leibniz algebras with filiform and quasi-filiform nilradicals of maximum length are described;

the rigidity of solvable Leibniz algebras with quasi-filiform nilradical of maximum length is proved;

solvable Leibniz algebras whose quotient algebra by a one-dimensional ideal is a Lie algebra with model nilpotent radical are described and the triviality of the first and the second cohomology groups of some solvable Leibniz algebras is established.

all residually solvable extensions of infinite-dimensional analogue of model filiform Leibniz algebra are described and the triviality of their cohomology groups of low degrees is proved.

Practical results of the research consist of proposing new methods for proving the triviality of cohomology groups of low degrees and methods for classifying infinite-dimensional residually solvable Lie and Leibniz algebras.

The reliability of the results of the study. The results have been obtained by using the methods of non-associative algebras, as well as the rigor of mathematical reasoning, the results obtained are explained by the strict use of known results and research methods of algebraic varieties.

Scientific and practical significance of the research results. The scientific significance of the results is explained by the fact that the results obtained in the work can be applied for teaching special courses for undergraduate and basic doctoral students of higher education institutions of the Republic of Uzbekistan and used in the theory of infinite-dimensional Lie and Leibniz algebras.

The practical significance of the results of the research is explained by the fact that they can be applied to prove new properties of the theory of derivations of algebra and groups of automorphisms.

Implementation of the research results. The obtained results of residually solvable Leibniz extensions of given pro-nilpotent algebras were used in the implementation of the tasks of the projects:

results on the descriptions of solvable Leibniz algebras whose quotient algebra by one-dimensional ideal is a Lie algebra with model nilpotent radical and the trivialities of the first and the second cohomology groups of solvable Leibniz algebras were used to describe of cohomology groups of low degrees for solvable Leibniz algebras in the project "Non-commutative modules, Leibniz algebras and polynomial cascades on simplexes", No. OT-F4-31 (reference from National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek dated June 24, 2021, № 04/11-2377). The scientific results allowed to solve the problems of rigidity of some solvable Leibniz algebras whose the number of generator elements of the nilradical equal to the codimension of the nilradical;

results on the completeness and rigidity of solvable Leibniz algebras with quasi-filiform nilradical were used to describe of the cohomology groups for solvable Leibniz algebras in the project “Representation of Leibniz Algebras”, No. ЁФА-Фтех-2018-79(reference from the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan dated June 23, 2021, № 2/1255-1831). These results allowed to prove the trivialities of the first and the second cohomology groups of solvable Lie algebra with quasi-filiform nilradical of maximum length;

Approbation of the research results. The main results of the research have been discussed at 2 international and 4 national scientific conferences.

Publications of the research results. On the topic of the dissertation, 12 research papers have been published, 5 of them are included in the list of journals proposed by the Higher Attestation Commission of the Republic of Uzbekistan for defending the PhD thesis, in addition two of them were published in international journals of mathematics and physics, three papers were published in national mathematical journal.

The structure and volume of the dissertation. The dissertation consists of an introduction, three chapters, conclusions and bibliography. The total volume of the thesis is 85 pages.

MAIN CONTENT OF THE DISSERTATION

In **introduction** the motivation of research theme and correspondence to the priority research areas of science and technology of the Republic are given, we present degree of scrutiny of the problem, formulate our goals and objectives, identify the object and subject of study, and state scientific novelty and practical results of the research. Moreover, we give the theoretical and practical importance of the obtained results, and also give information on the implementation of the research results, the published works and the structure of dissertation.

In the first chapter of the thesis, titled "**Solvable Leibniz algebras with a filiform and a quasi-filiform nilradical**", we present the necessary concepts and auxiliary results from the theories of Lie and Leibniz algebras. Solvable Lie algebras with a filiform nilradical and solvable Leibniz algebras with a quasi-filiform nilradical of maximal length are described. Furthermore, cohomology groups of low degrees for these algebras are considered.

Let K be a field.

Definition 1. An algebra L over a field K is called a *Lie algebra*, if it satisfies the following identities:

$$[x,y]=-[y,x],$$
$$[x,[y,z]]+[y,[z,x]]+[z,[x,y]]=0$$

for any $x,y,z\in L$, where $[-,-]$ is a multiplication in L. The second identity is called Jacobi identity.

Definition 2. An algebra L over a field K is called a *Leibniz algebra* if for any $x,y,z\in L$, the Leibniz identity

$$[[x,y],z]=[[x,z],y]+[x,[y,z]]$$

holds, where $[-,-]$ is a multiplication in L.

We can check that if the identity $[x,y]=-[y,x]$ holds in L, then the Leibniz identity coincides with the Jacobi identity. Therefore, a Leibniz algebra is a “noncommutative” analogue of a Lie algebra.

We shall present definitions and concepts for Leibniz algebras, which are also (unless otherwise indicated) true for Lie algebras.

For a Leibniz algebra L we define the *lower central* and the *derived series* respectively, as follows:

$$L^1=L,\quad L^{k+1}=[L^k,L],\quad k\geq 1, \text{ and } L^{[1]}=L,\quad L^{[s+1]}=[L^{[s]},L^{[s]}],\quad s\geq 1.$$

Definition 3. A Leibniz algebra L is called *nilpotent* (respectively, *solvable*), if there exists $n\in L$ (respectively, $m\in L$) such that $L^n=0$ (respectively, $L^{[m]}=0$).

The maximal nilpotent (respectively, solvable) ideal of a Leibniz algebra L is called *the nilradical* (respectively, *the radical*) of the algebra L.

Definition 4. A linear map $d:L\to L$ of an algebra $(L,[-,-])$ is said to be a *derivation* if for all $x,y\in L$, the following derivation rule holds

$$d([x,y])=[d(x),y]+[x,d(y)].$$

The Leibniz identity implies that the operator of right multiplication R_x is a derivation called *inner derivation*. Derivations which are not inner are called outer derivations.

Definition 5. A Leibniz algebra L is called *complete* if $Center(L)=0$ and all derivations of L are inner.

Where $Center(L)=\{x\in L\mid [x,y]=[y,x]=0, \text{ for all } y\in L\}$.

Let L be a nilpotent Leibniz algebra. For the operator R_x denote by $C(x)$ the non-ascending sequence of its Jordan blocks' dimensions with an arbitrary element $x \in L \setminus L^2$. Consider the lexicographical order on the set of such sequences, i.e. $C(x) = (n_1, n_2, \ldots, n_k) \leq C(y) = (m_1, m_2, \ldots, m_s)$ if and only if only if there exists $i \in \mathbb{N}$ such that $n_j = m_j$ for any $j < i$ and $n_j < m_j$.

Definition 6. The sequence $C(L) = \max\limits_{x \in L \setminus L^2} C(x)$ is called the *characteristic sequence* of the Leibniz algebra L.

For characteristic sequence $(n_1, n_2, \ldots, n_k, 1)$ we consider the model nilpotent Lie algebra $\mathfrak{n}_c$ given by its non-zero brackets:

$$[e_i, e_1] = e_{i+1}, \quad 2 \leq i \leq n_1,$$
$$[e_{n_1+\ldots+n_j+i}, e_1] = e_{n_1+\ldots+n_j+1+i}, \quad 2 \leq i \leq n_{j+1}, \ 1 \leq j \leq k-1.$$

Definition 7. A Leibniz algebra L is said to be *filiform* if $\dim L^i = n\text{-}i$ for $2 \leq i \leq n$ and $n = \dim L$.

Definition 8. A Leibniz algebra L is called *quasi-filiform* if $L^{n-2} \neq \{0\}$ and $L^{n-1} = \{0\}$, where $n = \dim(L)$.

For a Leibniz algebra L and $n \geq 0$ we denote $\mathrm{CL}^n(L, L) := \mathrm{Hom}(L \otimes L)$.

Let $d^n : \mathrm{CL}^n(L, L) \to \mathrm{CL}^{n+1}(L, L)$ be an K-linear map defined by

$$(d^n\varphi)(x_1, \ldots, x_{n+1}) := [x_1, \varphi(x_2, \ldots, x_{n+1})] + \sum_{i=2}^{n+1} (-1)^i [\varphi(x_1, \ldots, \hat{x}_i, \ldots, x_{n+1}), x_i] +$$
$$\sum_{1 \leq i < j \leq n+1} (-1)^{j+1} \varphi(x_1, \ldots, x_{i-1}, [x_i, x_j], x_{i+1}, \ldots, \hat{x}_j, \ldots, x_{n+1}),$$

where $\varphi \in \mathrm{CL}^n(L, L)$ and $x_i \in L$. The property $d^{n+1} \circ d^n = 0$ leads to the differencial $d = \sum\limits_{i \geq 0} d^i$ satisfy the property $d \circ d = 0$. Therefore, the n-th cohomology group is well defined by

$$\mathrm{HL}^n(L, L) := \mathrm{ZL}^n(L, L) / \mathrm{BL}^n(L, L),$$

where the elements $\mathrm{ZL}^n(L, L) := \mathrm{Ker}\, d^{n+1}$ and $\mathrm{BL}^n(L, L) := \mathrm{Im}\, d^n$ are called n-*cocycles* and n-*coboundaries*, respectively.

In case of bilinear map $\varphi : L \times L \to L$ is an antisymmetric, then we have Lie 2-cocycles $\mathrm{Z}^2(L, L)$ and Lie 2-cohomology $\mathrm{H}^2(L, L) := \mathrm{Z}^2(L, L) / \mathrm{B}^2(L, L)$.

Definition 9. A Leibniz algebra L is called *cohomologically rigid* if $\mathrm{HL}^2(L, L) = 0$.

A Leibniz algebra L is $\mathbb{Z}$-graded if $L \oplus_{i \in \mathbb{Z}} V_i$, where $[V_i, V_j] \subseteq V_{i+j}$ for any $i, j \in \mathbb{Z}$ with a finite number of non-null spaces V_i.

Let L be a nilpotent Leibniz algebra. We will say that L admits a connected gradation $L = V_{k_1} \oplus \cdots \oplus V_{k_t}$ if $V_{k_i} \neq 0$ for any i $(1 \le i \le t)$.

Definition 10. The number $l(\oplus L) = l(V_{k_1} \oplus V_{k_1+1} \cdots \oplus V_{k_1+t}) = t+1$ is called *the length of the gradation*. A gradation is called of *maximum length* if $l(\oplus L) = \dim(L)$.

We define the length of an algebra L by

$$l(L) = \max\{l(\oplus L) : L = V_{k_1} \oplus V_{k_1+1} \oplus \cdots \oplus V_{k_1+t} \text{ is a connected gradation}\}.$$

A Leibniz algebra L is called to be of *maximum length* if L admits a maximum length gradation.

Here, we give the classification of quasi-filiform non-Lie Leibniz algebras of maximum length obtained in the works of L.M. Camacho and others.

Theorem 1. An arbitrary n-dimensional ($n \ge 6$) quasi-filiform non-Lie Leibniz algebra with maximum length is isomorphic to one of the following pairwise non-isomorphic algebras:

$$M^{1,\delta}: \begin{cases} [e_1,e_1]=e_n, & [e_{n-1},e_1]=e_2, \quad [e_i,e_1]=e_{i+1}, \quad 2 \le i \le n-3, \\ [e_{n-1},e_{n-1}]=\delta e_4, & [e_i,e_{n-1}]=\delta e_{i+3}, \quad \delta \in \{0,1\}, \quad 2 \le i \le n-5, \end{cases}$$

$$M^{2\lambda}: \begin{cases} [e_i,e_1]=e_{i+1}, & 2 \le i \le n-3, \\ [e_1,e_{n-1}]=\lambda e_n, & \lambda \in \mathbb{C}, \end{cases}$$

$$M^{3,\alpha}: \begin{cases} [e_1,e_1]=e_2, & [e_3,e_3]=\alpha e_6, \\ [e_i,e_1]=e_{i+1}, & [e_1,e_i]=-e_{i+1}, \quad 3 \le i \le n-1, \end{cases}$$

$$M^4: \begin{cases} [e_i,e_1]=e_{i+1}, & 3 \le i \le n-1, \\ [e_1,e_{n-1}]=e_n, \end{cases}$$

where $\{e_1,e_2,\dots,e_n\}$ is a basis of the algebras. If $n>6$, then $\alpha=0$ and if $n=6$, then $\alpha \in \{0,1\}$.

During analyzing of finite-dimensional solvable Lie and Leibniz algebras with given nilradical we can take a question such that the structure of finite-dimensional solvable Lie and Leibniz algebras can be appropriate for an infinite-dimensional case. In order to answer this question, firstly, we apply the method for constructing finite-dimensional solvable Lie and Leibniz algebras to constructing of residually solvable Lie and Leibniz algebras by using their maximal pro-nilpotent ideals.

Let L be an infinite-dimensional Leibniz algebra with countable basis.

Definition 11. A Leibniz algebra L is called *residually nilpotent* (respectively, *solvable*) if $\bigcap_{i=1}^{\infty} L^i = 0$ (respectively, $\bigcap_{i=1}^{\infty} L^{[i]} = 0$).

The folowing definitions of pro-solvable and pro-nilpotent Lie algebras borrowed from D.V. Millionshchikov's papers. We immitate these definitions for Leibniz algebras.

Definition 12. An algebra L is called *pro-nilpotent* (respectively, *pro-*

solvable), if $\bigcap_{i=1}^{\infty} L^i = 0$ (respectively, $\bigcap_{i=1}^{\infty} L^{[i]} = 0$) and $\dim(L/L^i) < \infty$ (respectively, $\dim(L/L^{[i]}) < \infty$) for any $i \geq 1$.

Let $\mathfrak{m}_0$ be the infinite-dimensional analogue of model filiform Lie algebra. It is proved that the codimension of the maximal pro-nilpotent Lie algebra $\mathfrak{m}_0$ is not greater than 2. The following theorem shows the maximal residually solvable Lie algebra with maximal pro-nilpotent ideal $\mathfrak{m}_0$ and it is obtained by K.K. Abdurasulov and others.

Theorem 2. Let R be a family of residually solvable Lie algebras whose maximal pro-nilpotent ideal is $\mathfrak{m}_0$ and the codimension equal to 2. Then it admits a basis $\{x, y, e_1, e_2, \dots\}$ such that the multiplication table of R in this basis has the following form

$$\begin{cases} [e_i, e_1] = e_{i+1}, \quad i \geq 2, & [e_1, x] = e_1, \\ [e_i, x] = (i-1)e_i + \sum_{k=3}^{t} \beta_k e_{k+i-2}, \quad i \geq 2, \\ [y, e_i] = -e_i, \quad i \geq 2, \end{cases}$$

where $\beta = (\beta_3, \beta_4, \dots, \beta_t) \in \mathbb{C}^{t-2}$ for some $t \in \mathbb{N}$.

In Section 1.2, all solvable Lie extensions of the algebra m with the following multiplication table

$$m: \begin{cases} [e_1, e_i] = e_{i+1}, & 2 \leq i \leq n-1, \\ [e_2, e_i] = e_{i+2}, & 3 \leq i \leq n-2, \end{cases}$$

(where $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ is a basis of the algebra m) are described. Moreover, cohomology groups of low degrees for the obtained solvable Lie algebra are considered.

Theorem 3. An arbitrary solvable Lie algebra with nilradical m and the codimension of m equal to 1 is isomorphic to the algebra:

$$M: \begin{cases} [e_1, e_i] = e_{i+1}, & 2 \leq i \leq n-1, \\ [e_2, e_i] = e_{j+2}, & 3 \leq i \leq n-2, \\ [e_i, x] = ie_i, & 1 \leq i \leq n. \end{cases}$$

where f$\{e_1, e_2, \dots, e_n, x\}$ is a basis of the algebra M.

Theorem 4. The following statement is true for the solvable Lie algebra M

$$\dim \mathrm{H}^2(M, M) = 1.$$

The quasi-filiform Leibniz algebras $M^{1,\delta}, \delta \in \{0,1\}$, $M^{2,\lambda}, \lambda \in \mathbb{C}$, $M^{3,1}$ and M^4 are considered as a nilradical of some solvable Leibniz algebras by the papers of B.Omirov, J.Adashev, K.Abdurasulov and A.Sattarov.

In Section 1.3, maximal solvable Leibniz extension of the quasi-filiform nilpotent Leibniz algebra $M^{3,\alpha} (n > 6)$ are described and low cohomology groups for the obtained Leibniz algebra $M^{3,\alpha}$ $(n>6)$ are established.

Theorem 5. Let L be a solvable Leibniz algebra whose nilradical is $M^{3,0}$ and the codimension of $M^{3,0}$ equal to 2. Then there exists a basis $\{e_1, e_2, ..., e_n, x, y\}$ of the algebra L such that the multiplication table of L in this basis has the following form:

$$L:\begin{cases} [e_1,e_1]=e_2, & [e_i,e_1]=e_{i+1}, & [e_1,e_i]=e_{i+1}, \quad 3\le i\le n-1, \\ [e_1,x]=e_1, & [x,e_1]=-e_1, & [e_2,x]=2e_2, \\ [e_i,x]=(i-3)e_i, & [x,e_i]=-(i-3)e_i, & 4\le i\le n, \\ [e_i,y]=e_i, & [y,e_i]=e_i, & 3\le i\le n. \end{cases}$$

Theorem 6. The solvable Leibniz algebra L is complete.

Theorem 7. The second cohomology group for the algebra L with co1efficient in itself is trivial.

In the second chapter of the thesis, titled "**Some cohomologically rigid solvable Leibniz algebras**", solvable Leibniz algebras with nilradicals whose the ideal generated by square of elements is one-dimensional and the quotient algebra by this ideal is a model Lie algebra are described.

Moreover, for particular cases, triviality of the first and the second cohomology groups of some algebras in the described family are proved.

We consider the family of nilpotent Leibniz algebras $L(\alpha_i,\beta_i)$ with $1\le i\le k$:

$$\begin{cases} [e_i,e_1]=e_{i+1}, & 2\le i\le n_1, \\ [e_1,e_i]=-e_{i+1}, & 3\le i\le n_1, \\ [e_{n_1+\ldots+n_j+i},e_1]=e_{n_1+\ldots+n_j+1+i}, & 2\le i\le n_{j+1}, \quad 1\le j\le k-1, \\ [e_1,e_{n_1+\ldots+n_j+i}]=-e_{n_1+\ldots+n_j+1+i}, & 3\le i\le n_{j+1}, \quad 1\le j\le k-1, \\ [e_1,e_1]=h, & \\ [e_2,e_2]=\alpha_1 h, & \\ [e_1,e_2]=-e_3+\beta_1 h, & \\ [e_{n_1+\ldots+n_i+2},e_{n_1+\ldots+n_i+2}]=\alpha_{i+1}h, & 1\le i\le k-1, \\ [e_1,e_{n_1+\ldots+n_i+2}]=-e_{n_1+\ldots+n_i+3}+\beta_{i+1}h, & 1\le i\le k-1, \end{cases}$$

where $n_1\ge n_2\ge\ldots n_k\ge 1$.

Let R be solvable Leibniz algebra with nilradical $L(\alpha_i,\beta_i)$, $1\le i\le k$. It is proved that the codimension of the nilradical is not greater than $(k+1)$. We present the maximal solvable Leibniz extensions of the algebra $L(\alpha_i,\beta_i)$, $1\le i\le k$, i.e., $\mathrm{Codim}(L(\alpha_i,\beta_i))=k+1$.

Theorem 8. Solvable Leibniz algebra with nilradical $L(\alpha_i,\beta_i)$, $1\le i\le k$ and $(k+1)$-dimensional complementary subspace is isomorphic to the algebra:

$$R:\begin{cases}[e_1,e_1]=h, & \\ [h,x_1]=2h, & \\ [e_i,e_1]=-[e_1,e_i]=e_{i+1}, & 2\le i\le n_1,\\ [e_{n_1+\ldots+n_j+i},e_1]=-[e_1,e_{n_1+\ldots+n_j+i}]=e_{n_1+\ldots+n_j+1+i}, & 2\le i\le n_{j+1},\\ [e_i,x_1]=-[x_1,e_i]=(i-2)e_i, & 3\le i\le n_1+1,\\ [e_{n_1+\ldots+n_j+i},x_1]=-[x_1,e_{n_1+\ldots+n_j+i}]=(i-2)e_{n_1+\ldots+n_j+i}, & 2\le i\le n_{j+1},\\ [e_1,x_1]=-[x_1,e_1]=e_1, & \\ [e_i,x_2]=-[x_2,e_i]=e_i, & 2\le i\le n_1+1,\\ [e_{n_1+\ldots+n_j+i},x_{j+2}]=-[x_{j+2},e_{n_1+\ldots+n_j+i}]=e_{n_1+\ldots+n_j+i}, & 2\le i\le n_{j+1},\end{cases}$$

where $1\le j\le k-1$.

Theorem 9. The solvable Leibniz algebra R is complete.

Theorem 10. The solvable Leibniz algebra R is a cohomologically rigid algebra, i.e.,

$$\mathrm{HL}^2(L,L)=0.$$

In the third chapter of the thesis, titled **"Descriptions of residually solvable Lie and Leibniz algebras with pro-nilpotent ideal"**, we describe all residually solvable Lie algebras whose maximal pro-nilpotent ideals are either the infinite-dimensional analogue of model filiform Lie algebra $m_0:\{[e_i,e_1]=-[e_1,e_i]=e_{i+1},\ i\ge 2$ or the infinite-dimensional analogue of model filiform Leibniz algebra $F:\{[e_i,e_1]=e_{i+1},\ i\ge 2$. Furthermore, it is proved that the second cohomology groups of the extensions with maximal complementary subspace are trivial. Moreover, it is proved that pro-solvable extensions of the positive part of Witt algebra $m_1:[e_i,e_j]=(i-j)e_{i+j},\ i,j\ge 1$ is unique and it is isomorphic to the non-negative part of the Witt algebra $W_{>0}$.

Furthermore, throughout the chapter infinite-dimensional Lie and Leibniz algebras with countable basis are considered, and any element of these algebras can be represented by linear combinations of finite number of basis elements (Hamel basis). In addition, any residually solvable Leibniz algebra whose maximal by inclusion pro-nilpotent ideal is N and the dimension of a complementary subspace to N is k is denoted by $R(N,k)$.

Theorem 11. Let $R(\mathfrak{m}_0,1)$ be a family of residually solvable Lie algebras whose maximal pro-nilpotent ideal is $\mathfrak{m}_0$. Then it admits a basis $\{x,e_1,e_2,\ldots\}$ such that the multiplication table of $R(\mathfrak{m}_0,1)$ on this basis is given by one of the following forms:

$$R_1(\mathfrak{m}_0,1,\beta): \begin{cases} [e_i,e_1]=e_{i+1}, \quad i\geq 2, \qquad [e_1,x]=e_1, \\ [e_i,x]=((i-2)+\beta_2)e_i+\sum\limits_{k=3}^{t}\beta_k e_{i+k-2}, \ i\geq 2, \end{cases}$$

$\beta_2\neq 1$, $\beta=(\beta_2,\beta_3,\ldots,\beta_t)\in\mathbb{C}^{t-1}$ for some $t\in\mathbb{N}$.

$$R_2(\mathfrak{m}_0,1,\beta): \begin{cases} [e_i,e_1]=e_{i+1}, \ i\geq 2, \qquad [e_1,x]=e_1+\alpha e_2, \\ [e_i,x]=(i-1)e_i+\sum\limits_{k=3}^{t}\beta_k e_{i+k-2}, \ i\geq 2, \end{cases}$$

$\beta=(\beta_3,\beta_4,\ldots,\beta_t)\in\mathbb{C}^{t-2}$ for some $t\in\mathbb{N}$.

$$R_3(\mathfrak{m}_0,1,\beta): \begin{cases} [e_i,e_1]=e_{i+1}, \qquad i\geq 2, \\ [e_i,x]=e_i+\sum\limits_{k=3}^{t}\beta_k e_{i+k-2}, \qquad i\geq 2, \end{cases}$$

$\beta=(\beta_3,\beta_4,\ldots,\beta_t)\in\mathbb{C}^{t-2}$ for some $t\in\mathbb{N}$.

The following proposition shows that there does not exist a residually solvable complete Lie algebra among the families $R_1(\mathfrak{m}_0,1,\beta)$, $R_2(\mathfrak{m}_0,1,\beta)$ and $R_3(\mathfrak{m}_0,1,\beta)$.

Proposition 1. The algebras $R_1(\mathfrak{m}_0,1,\beta)$, $R_2(\mathfrak{m}_0,1,\beta)$ and $R_3(\mathfrak{m}_0,1,\beta)$ have outer derivations given by

a) $d(e_i)=e_i$, $i\geq 2$ is an outer derivation of any algebra of the family $R_1(\mathfrak{m}_0,1,\beta)$;

b) $\begin{cases} d(e_1)=e_2, \\ d(x)=\sum\limits_{k=2}^{t-1}\beta_{i+1}e_i, \end{cases}$ is an outer derivation of any algebra of the family $R_2(\mathfrak{m}_0,1,\beta)$;

c) $d(e_i)=e_{i+2}$, $i\geq 2$ is an outer derivation of any algebra of the family $R_3(\mathfrak{m}_0,1,\beta)$.

$R(\mathfrak{m}_0,2,\beta)$ is maximal residually solvable Lie algebra with maximal pro-nilpotent ideal $\mathfrak{m}_0$.

Theorem 12. Any algebra of the family $R(\mathfrak{m}_0,2,\beta)$ is complete.

Let now treat the second cohomology group for the algebras of the family $R(\mathfrak{m}_0,2,\beta)$.

Theorem 13. The second cohomology group for any algebra of the family $R(\mathfrak{m}_0,2,\beta)$ with coefficient in itself is trivial.

The following theorem asserts that pro-solvable Lie algebra with maximal pro-nilpotent ideal $\mathfrak{m}_1$ is unique.

Theorem 14. Let R be a pro-solvable Lie algebra whose maximal pro-nilpotent ideal is $\mathfrak{m}_1$. Then R is unique up to isomorphisms and it is isomorphic to the following algebra:

$$W_{\geq 0}: \{[e_i,e_j]=(i-j)e_{i+j}, \quad i,j\geq 0.$$

Proposition 2. $W_{\geq 0}$ is complete.

Let consider the infinite dimensional analogue of model filiform Leibniz algebra F. It is proved that the codimension of F is not greater than 2.

Let consider $R(F,1) = F \oplus Q$, where $\dim Q = 1$.

Theorem 15. The algebra $R(F,1)$ admits a basis $\{x, e_1, e_2, \ldots\}$ such that the table of multiplications of $R(F,1)$ on this basis has one of the following forms:

$$R_1(F,1,\beta): \begin{cases} [e_i, e_1] = e_{i+1}, \ i \geq 2, \\ [e_1, x] = -[x, e_1] = e_1, \\ [e_i, x] = (i - 2 + \beta_2)e_i + \sum_{k=3}^{t} \beta_k e_{k+i-2}, \quad i \geq 2. \end{cases}$$

where $\beta = (\beta_2, \beta_3, \ldots, \beta_t) \in \mathbb{C}^{t-1}$ for some $t \in \mathbb{N}$.

$$R_2(F,1,\beta): \begin{cases} [e_i, e_1] = e_{i+1}, \quad i \geq 2, \\ [e_1, x] = e_1, \qquad [x, e_1] = -e_1 + e_2, \\ [e_i, x] = (i-1)e_i + \sum_{k=3}^{t} \beta_k e_{k+i-2}, \quad i \geq 2, \\ [x, x] = \sum_{k=2}^{t-1} \beta_{k+1} e_k. \end{cases}$$

where $\beta = (\beta_3, \beta_4, \ldots, \beta_t) \in \mathbb{C}^{t-2}$ for some $t \in \mathbb{N}$.

$$R_3(F,1,\beta): \begin{cases} [e_i, e_1] = e_{i+1}, \qquad i \geq 2, \\ [e_i, x] = e_i + \sum_{k=3}^{t} \beta_k e_{k+i-2}, \qquad i \geq 2, \end{cases}$$

where $\beta = (\beta_3, \beta_4, \ldots, \beta_t) \in \mathbb{C}^{t-2}$ for some $t \in \mathbb{N}$.

The following proposition shows that any algebras of the families $R_1(F,1,\beta)$ and $R_3(F,1,\beta)$ have outer derivations.

Proposition 3. The derivations

- $\{d(e_i) = e_i, \quad i \geq 2,$

and

- $\{d(e_i) = e_{i+2}, \quad i \geq 2,$

are outer derivations of the algebras of the families $R_1(F,1,\beta)$ and $R_3(F,1,\beta)$ respectively.

The following theorem shows that there exists a huge family of complete residually solvable Leibniz algebras with non-maximal codimension of pro-nilpotent ideal F.

Theorem 16. An arbitrary Leibniz algebra of the family $R_2(F,1,\beta)$ is complete.

Theorem 17. The algebra $R(F,2)$ admits a basis $\{x,y,e_1,e_2,\ldots\}$ such that the table of multiplication of $R(F,2)$ on this basis has the following forms

$$R(F,2,\beta):\begin{cases}[e_i,e_1]=e_{i+1}, & i\geq 2,\\ [e_1,x]=-[x,e_1]=e_1, & \\ [e_i,x]=(i-2)e_i+\sum\limits_{k=4}^{t}\beta_k e_{k+i-2}, & i\geq 2,\\ [e_i,y]=e_i, & i\geq 2,\end{cases}$$

where $\beta=(\beta_4,\beta_5,\ldots,\beta_t)\in\mathbb{C}^{t-3}$ for some $t\in\mathbb{N}$.

It is proved that the first and the second cohomology groups for any algebra on $R(F,2,\beta)$ are trivial.

Theorem 18. An arbitrary Leibniz algebra of the family $R(F,2,\beta)$ is complete.

Theorem 19. The second cohomology group for any algebra of the family $R(F,2,\beta)$ with coefficients in itself is trivial, i.e.,

$$\mathrm{H}^2(R(F,2,\beta),R(F,2,\beta))=0.$$

CONCLUSION

The thesis is devoted to the study of finite-dimensional and infinite-dimensional residually solvable Lie and Leibniz algebras.

The main results of the research are as follows:

1. We describe solvable Lie algebras with a filiform nilradical and cohomology groups of low degrees for these solvable Lie algebras are established;
2. We prove that maximal solvable Leibniz algebras with a quasi-filiform nilradical of maximum length is complete and rigid;
3. We describe solvable Leibniz algebras whose quotient algebra by a one-dimensional ideal is a Lie algebra with model nilpotent radical;
4. We prove that solvable Leibniz algebra whose quotient algebra by a one-dimensional ideal is a Lie algebra with model nilpotent radical is complete;
5. We prove that the second cohomology group for solvable Leibniz algebra whose quotient algebra by a one-dimensional ideal is a Lie algebra with model nilpotent radical is trivial;
6. We describe all residually solvable extensions of infinite-dimensional analogue of model filiform Leibniz algebra;

7. We prove that any algebra on a huge family of residually solvable Leibniz algebras is complete;
8. We prove that the second cohomology groups of any algebra on a huge family of residually solvable Leibniz algebras is trivial.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.02/30.12.2019.FM.86.01
ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ
ИНСТИТУТЕ МАТЕМАТИКИ ИМЕНИ В.И.РОМАНОВСКОГО**

НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА

СОЛИЖАНОВА ГУЛХАЁ ОЙБЕК КИЗИ

ЛЕЙБНИЦЕВЫ ОСТАТОЧНО РАЗРЕШИМЫЕ РАСШИРЕНИЯ ЗАДАННЫХ ПРО-НИЛЬПОТЕНТНЫХ АЛГЕБР

01.01.06 –Алгебра

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD)
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ**

ТАШКЕНТ-2021

Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № B2021.2.PhD/FM350.

Диссертация выполнена в Национальном Университете Узбекистана имени Мирзо Улугбека.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, английский, русский(резюме)) размещен на веб-странице по адресу http://kengash.mathinst.uz и на Информационно-образовательном портале «ZiyoNet» по адресу http://www.ziyonet.uz.

Научный руководитель:	**Омиров Бахром Абдазович** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Эшматов Фарход Хасанович** Доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник
	Рихсибоев Икром Мирзарустамович кандидат физико-математических наук
Ведущая организация:	**Андижанский государственный университет**

Защита диссертации состоится «29» июля 2021 года в 17:00 на заседании Научного совета DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 при Институте Математики имени В.И. Романовского. (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4б.Тел.: (+99871) 207-91-40, e-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz)

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Института Математики имени В.И. Романовского (зарегистрирована за № 116). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4б.Тел.: (+99871) 207-91-40).

Автореферат диссертации разослан «17» июля 2021 года.
(протокол рассылки № 2 от «17» июля 2021 года).

У.А.Розиков
Председатель Научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., профессор

Ж.К.Адашев
Ученый секретарь Научного совета по присуждению ученых степеней, к.ф.-м.н., старший научный сотрудник

А.Р.Хаётов
Заместитель председателя научного семинара при Научном совете по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н.,профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Целью исследования является изучение как конечномерных, так и бесконечномерных остаточно разрешимых алгебр Лейбница с про-нильпотентными идеалами над комплексным полем.

Объект исследования: Конечные и бесконечномерные остаточно разрешимые алгебры Лейбница с заданным максимальным про-нильпотентным идеалом.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

описаны разрешимые алгебры Лейбница с заданным филиформным и квази-филиформным нильрадикалами максимальной длины;

доказана жесткость максимальных разрешимых алгебр Лейбница с квази-филиформным нильрадикалом максимальной длины;

описаны разрешимые алгебры Лейбница, фактор-алгебры которых по одномерному идеалу являются алгеброй Ли с модельным нильпотентным радикалом, а также доказана тривиальность первой и второй групп когомологий некоторых разрешимых алгебр Лейбница;

получено описание остаточно разрешимых расширений бесконечномерного аналога модельной филиформной алгебры Лейбница и доказана тривиальность вторых групп когомологий для некоторых остаточно разрешимых алгебр Лейбница.

Внедрение результатов исследования. Результаты были использованы в следующих научных исследованиях:

результаты о тривиальности первой и второй групп когомологий разрешимых алгебр Лейбница, фактор-алгебра которых по одномерному идеалу является алгеброй Ли с модельным нильпотентным радикалом были использованы при получении описания групп когомологий низких порядков разрешимых алгебр Лейбница в проекте «Некоммутативные модули. Алгебры Лейбница и каскады полиномов на симплексах», № ОТ-F4-31 (справка Национального университета Узбекистана имени Мирзо Улугбека от 24 июня 2021 г, № 04/11-2377). Научные результаты позволили решить проблемы когомологической жесткости некоторых разрешимых алгебр Лейбница, коразмерность нильрадикала которых равна количеству образующих элементов нильрадикала.

результаты о полноте и жесткости разрешимых алгебр Лейбница с квази-филиформными нильрадикалами использовались для описания некоторых разрешимых алгебр Лейбница в проекте «Представление алгебр Лейбница», № ЁФА-Фтех-2018-79 (справка Академии наук Республики Узбекистан от 23 июня 2021 г, № 2 /1255-1831). Эти результаты позволили описать первую и вторую группы когомологий разрешимых алгебр Ли с квази-филиформными нильрадикалами максимальной длины.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и библиографии. Объем диссертации 85 страницы.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙҲАТИ
LIST OF PUBLISHED WORKS
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

I бўлим (1 часть; part 1)

1. Расулов Х.С., Солижанова Г.О., Об одной рарешимой алгебре Лейбница квази-филиформным нильрадикалом максимальной длины // Узбекский Математический Журнал. –2017, № 3, С. –102–108. (01.00.00; № 6).

2. Расулов Х.С., Солижанова Г.О., Жесткость одной разрешимой алгебры Лейбница с заданным нильрадикалом // Доклады Академии наук Республики Узбекистан. –2018, № 2, С. –16–19. (01.00.00; № 7).

3. Solijanova G.O., Some properties of a filiform Lie algebra // Uzbek mathematical Journal. –2020, № 2, –P. 164–170. (01.00.00; № 6).

4. Camacho L.M., Kaygorodov I., Omirov B., Solijanova G., Some cohomologically rigid solvable Leibniz Algebras // Journal of Algebra. –2020, vol. 560, –P. 502–520. (№ 3, Scopus IF=1.154).

5. Abdurasulov K.K., Omirov B.A., Rakhimov I.S., Solijanova G., Residually solvable extensions of an infinite dimensional filiform Leibniz algebra // Journal of Algebra. –2021, vol. 585, –P. 697–722. (№ 3, Scopus IF=1.154).

II бўлим (2 часть; part 2)

6. Расулов Х.С., Солижанова Г.О. О расширениях одной алгебры Лейбница // Научный вестник НамГУ. –2017, № 2, I том, С .78–83.

7. Rasulov X.S., Solijanova G.O., Solvable Leibniz algebras with a quasi-filiform nilradical of maximum length // Conference “New results of mathematics and their applications”, 14– 15 May, 2018, Samarkand, Uzbekistan, –P. 120–121.

8. Rasulov X.S., Solijanova G.O., On rigidity of some solvable Leibniz algebra with given nilradical // Conference “New theorems of young mathematicians-2018”, Namangan, Uzbekistan, 18 – 19 October, 2018, –P. 126–127.

9. Solijanova G.O., A potential solvable Lie algebra with potential nilpotent Lie ideal // International Conference “Modern problems of geometry and topology and its applications” International conference, 21–23 November, 2019, Tashkent, Uzbekistan, P. 85–86.

10. Solijanova G.O., Classification of some solvable Leibniz algebra with filiform nilradical // Conference “Actual problems and implementation of the analysis” Republican scientific conference, 4–5 October, 2019, Karshi, Uzbekistan, –P. 235–236.

11. Solijanova G.O., The description of some residually solvable Leibniz algebras // International Conference “The 41st International Conference on Quantum Probability and related topics (QP41-2021)”, 28 March – 1 April, 2021, United Arab Emirates University, UAE, –P. 90–91.

12. Fayzullayeva Sh.A., Solijanova G.O., Extensions of pro-nilpotent Lie algebra to residually solvable Lie algebras with less than maximal dimension // conference “Globallashuv davrida matematika va amaliy matematikaning dolzarb masalalari” 1-2 June, 2021, Toshkent, –P. 195-196.

Автореферат «Ўзбекистон математика журнали» таҳририятида
2021 йил 7 июлда таҳрирдан ўтказилди.

Бичими: 84x60 $^{1}/_{16}$. «Times New Roman» гарнитураси.
Рақамли босма усулда босилди.
Шартли босма табоғи: 2,5. Адади 100. Буюртма № 25/21.

Гувоҳнома № 851684.
«Tipograff» МЧЖ босмахонасида чоп этилган.
Босмахона манзили: 100011, Тошкент ш., Беруний кўчаси, 83-уй.